

## MECHANICS OF HAND

J. Čulík\*

**Summary:** *The mechanical model of power grip of a human hand is described in the paper. The model consists from stiff bones of finger links and tendons and it enables calculation of stress state at bones and forces at tendons. They are solved two types of power grip: the power grip of some object, for example the tongs and power grip of bar of hanging man. Bones are supposed as ideal stiff and tendons as ideal flexible. Each finger link has its own tendon, the flexor for closing the hand and extensor for its opening. The tendons are situated at tendon vaginas without friction. The finger links are connected at joints without bending moments and they are supported by tendons. The tendon forces are calculated as a system of cables and pulleys near the joints. The 1<sup>st</sup> variant presumes that hand grips the object between the wrist and n<sup>th</sup> finger links, where n is input parameter. The number of working links n depends on object diameter. The tendon forces and stress values for a small object is less if the object is griped by the 3<sup>th</sup> links than for the 4<sup>th</sup> ones, a craftsman puts the tongs deeply to palm if he would grip the object with a greater force. The 2<sup>nd</sup> variant presumes that the all finger links grips the bar. The all fingers grip the object without the trump which only safes the hand position without stress. The described calculation algorithm was implemented on computer. The algorithm can be used for healthy hand and for pathologic form or for any missing finger links.*

### 1. Úvod

V článku je řešena biomechanika prstů lidské ruky při silovém stisku předmětu. Cílem práce je určit napětí v kostech článků prstů a síly ve šlachách při sevření předmětu rukou, jestliže je zadaná síla sevření. Podle odvozeného algoritmu byl sestaven počítačový program, který dovoluje pro zadaný anatomický tvar ruky a rozměry svíraného předmětu řešit polohu článků prstů při stisku, síly ve šlachách a stav napětí v kostech. Algoritmus lze použít pro zdravou ruku a pro případy patologické, tzn. pro ruku s chybějícími články, s některými prsty neschopnými přenášet zatížení (nemocný či chybějící prst) či ruku s patologickými rozměry článků prstů.

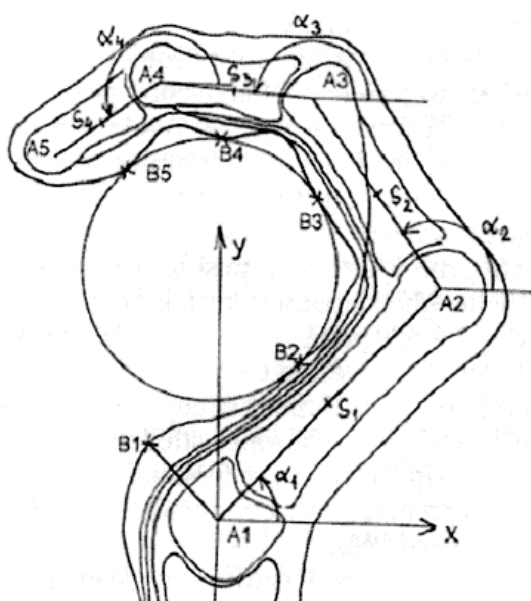
---

\* Prof. Ing. Jan Čulík, DrSc. Fakulta biomedicínského inženýrství, České vysoké učení technické v Praze; Sítňá\_3105, 272 01 Kladno; tel.: +420.312 608 208, fax.: +420.312 608 204; e-mail: culik@fbmi.cvut.cz

Algoritmus výpočtu byl odvozen pro případ silového uchopení předmětu. Byly voleny dvě varianty uchopení předmětu. Při první variantě svírá ruka nějaký předmět (např. kleště) mezi zápěstím a  $n$ -tými články prstů. Větší předmět musí ruka sevřít mezi zápěstím posledními články prstů  $n=4$ . Pokud je předmět menší, může být při stejném maximálním napětí v kostech a šlachách vyvinuta větší síla vložení předmětu hlouběji do dlaně, tzn. sevře-li ruka předmět zápěstím a 3. resp. 2. článkem ( $n=3$  resp.  $n=2$ ). Pro počítačový program číslo  $n$  volíme. Poloha jednotlivých článků prstů, tzn. úhly sklonu článků prstů byly voleny podle literatury a podle reálného pozorování, voleným parametrem je pouze rozměr svíraného předmětu.

Při druhé variantě uchopení předmětu bylo předpokládáno, že ruka táhne za tyč kruhového průřezu, např. při visu člověka na hrazdě. Poloha ruky je volena tak, aby radiokarpální spojení bylo na svislici pod středem kruhové tyče a ruka svírala tyč tak, že tyč svírají prsty svými povrchy ve středech všech článků.

Velikost vnější síly působící na ruku může uživatel počítačového programu volit, při první variantě je to síla svírající předmět, např. kleště, při druhé variantě může síla odpovídat tíze člověka zavěšeného za jednu ruku na hrazdě. Při uchopení kleští síla působí na spojnicí středů radiokarpálních kůstek a povrchy  $n$ -tých článků prstů uprostřed délek těchto článků. Při zavěšení na tyči se síla přenáší na články prstu, jejichž středy jsou nejbližší nad svislicí procházející středem tyče. V obou případech se předpokládá, že palec síly nepřenáší a pouze zabraňuje sklouznutí ruky s předmětu.



Obr. 1 Schema rukv svírající předmět.

maximální možné úhly ohybů prstů v jednotlivých kloubech. V kloubech od metakarpofalangelního spojení ke konci prstu jsou to úhly  $90^\circ$  (malíček až  $95^\circ$ ),  $100^\circ$  až  $110^\circ$ ,  $90^\circ$ . Úhly závisí na tom, zda se ohýbají všechny prsty najednou nebo pouze jeden. Dále při tlaku na prst druhou rukou docílíme většího úhlu ohybu, tedy pasivní flexe v jednotlivých kloubech je větší. Doyle a Blythe, dále Strickeland popisují upevnění šlachové pochvy na palmární straně ruky. Působení flexoru na články prstu uvažujeme podle Branda. Flexor je ve šlachové pochvě, která sleduje tvar kosti článku prstu a u kloubu je ve tvaru oblouku o poloměru křivosti  $r$ . Při ohybu prstu v kloubu dochází ke zkrácení flexoru o délku  $r\eta$ , kde  $r$

Silovému (power grip) a přesnému (precise grip) uchopení předmětu se věnoval Bejjani a Landsmeer. Podle Tubiana jsou kosti ruky ve tvaru oblouku ve třech rovinách. Podle Littera v podélném směru se konec prstu pohybuje při zavírání ruky po logaritmické spirále, články prstu se ohýbají se stejnými úhly a poloha článků prstů je vytvářena stejně jako ulita hlemýžďe.

Délky článku prstů do počítačového programu volíme, např. je vhodné použít Fibonacciho posloupnost. V této posloupnosti jsou délky článků prstu od konce prstu rovny součtu délek dvou předchozích článků (např. posloupnost 18, 28, 46, 74 [mm]). Variantou je postup podle Hoggarda, který doporučuje uvažovat délku článku prstu 1,618 násobek délky předchozího článku.

Thompson, Batmanabane a Malathi uvádějí

je poloměr křivosti flexoru u kloubu a  $\eta$  je úhel ohybu v kloubu. Obdobně je tomu u extensoru. Podle Verdana a Stricklanda dochází takto ve šlachových pochvách k posunům (postupně v kloubech od konce prstu) u extenzorů 0, 3, 16, 44, 55 a u flexorů 5, 16-17, 26-23, 46-38, 88-85. Údaje jsou v [mm], u flexorů se první údaj týká šlachy musculus flexor superficialis a druhý šlachy musculus flexor profundus. Podle Stricklanda poloměry křivosti u jednotlivých kloubů závisí na stavu vaziva. Při špatném stavu vaziva mohou poloměry křivosti šlachových pochev dramaticky vzrůstat. Základy předpokladů o biomechanické funkci ruky položili Mc Bida, Griffiths, Napier, Landsmeer. Podle Napiera rozlišujeme silové (power grip) a přesné (precision grip) uchopení předmětu. Podle Brandela ohýbá flexor (obdobně extensor) prst v kloubu momentem síly ve flexoru (extensoru) na rameni  $r$ , kolmé vzdálenosti flexoru (extensoru) od středu otáčení kloubu. Tato ramena jsou pro flexor (počínaje od konce prstu) postupně 5, 7.5, 10, 12.5 [mm]. Uvedené hodnoty platí pro délku prstu od radiokarpálního spojení ke konci prstu 200 mm. Hodnoty je třeba upravit násobením poměrem délky prstu, event. zvětšit při špatném stavu vaziva.

## 2. Předpoklady výpočtu

Předpokládejme tato zjednodušení:

1. Nosná část ruky je tvořena čtyřmi prsty o čtyřech článcích a zatížení není přenášeno palcem. Prsty jsou číslovány od ukazováčku pořadovými čísly 1 až 4. Články prstů jsou číslovány od zápěstí čísly 1 až 4, tzn. metacarp má číslo 1, základní článek číslo 2, střední číslo 3 a distální číslo 4.
2. Články prstů jsou k zápěstí a navzájem spojeny klouby, které nepřenášejí moment. Mechanická soustava ruky je tvořena články prstů, u kterých je zanedbána deformace a dokonale ohebnými šlachami. Ruku zavírají flexory, síly jsou ve šlachách na palmární straně. Každý článek prstu má svůj flexor, která jej ohýbá,  $j$ -tý flexor ohýbá  $j$ -tý článek prstu. Při zavírání ruky je flexor u  $i$ -tého kloubu ve vzdálenosti  $f_{ji}$  od středu otáčení kloubu (viz obr.1). Šlachy jsou vedeny ve šlachových pochvách (vaginae synoviales), které jsou u kloubů uzavřeny v tunelech tvořených pevným vazivem, připojeným ke kostem článků (vaginae fibrosae digitorum manus). Předpokládáme, že tření ve šlachové pochvě je zanedbatelně malé. Flexory jsou připevněny v blízkosti kloubů na palmárních stranách článků, a to hluboký flexor na bázi distálního článku, povrchní flexor se vidlicově štěpí v chiasma tendinum a upíná se na palmární straně středního (třetího) prstového článku.
3. Prst se dotýká předmětu svým povrchem ve středu článku - body  $B_i$  (viz obr. 1). Tento bod je od osy kosti článku vzdálen  $v \cdot r_i$ , kde  $r_i$  je poloměr kosti článku a  $v$  je zadaný koeficient. Karpální spojení pro jednoduchost řešíme jako jediný kloub.
4. Prvé články prstů (corpus ossis metacarpalis) mají vzájemně vázané pohyby, neboť jsou u kloubu (caput ossis metacarpalis) spojeny (ligamentum metacarpale transversum profundum). Toto spojení však dovoluje malé rozdíly ve sklonech kostí prvních článků.
5. Kost článků prstu se skládá z vnější kompaktní části o modulu pružnosti  $E_1$  a vnitřní spongiózní části o modulu pružnosti  $E_2$ .

Pro ruku svírající předmět je na obr. 1 nakresleno schéma článků prstu a tvar šlachové pochvy. Body  $A_1, \dots, A_5$  jsou začátky a konce článků prstů, resp.  $A_1$  je kloubové připojení prvního článku k zápěstí a  $A_2, \dots, A_4$  jsou středy otáčení kloubů mezi články. Body  $B_2, \dots, B_5$  jsou místa působení vnějších sil na prsty, tzn. povrchy prstu ve středech článků na palmární straně

při silovém stisku měkkých tkání a  $B_1$  je bod na povrchu dlaně u zápěstí. Souřadnice bodů  $A_1, \dots, A_5$  jsou v dalším označeny  $x_1, y_1, \dots, x_5, y_5$ , Souřadnice bodů  $B_1, \dots, B_5$  jsou označeny  $X_1, Y_1, \dots, X_5, Y_5$ . Středů os kostí článků prstu jsou označeny  $S_1, S_2, \dots, S_4$  se souřadnicemi  $x_{S1}, y_{S1}, \dots, x_{S4}, y_{S4}$ . Souřadný systém má počátek v bodě  $A_1$ , čili  $x_1=y_1=0$ .

### 3. Výpočet polohy kloubů a šlachových pochev

Podle obr. 1 určíme polohy bodů  $A_i$

$$x_{i+1} = x_i + L_i \cos \alpha_i \quad (1)$$

$$y_{i+1} = y_i + L_i \sin \alpha_i$$

kde  $\alpha_i$  jsou úhly sklonu článků prstu s osou  $x$  a  $L_i$  jsou délky článků prstu - přesněji vzdálenosti středů vzájemného otáčení článků prstu a radiokarpálního spojení. Dále podle obr. 1 určíme polohu bodů  $B_i$

$$X_1 = \frac{r_1 v y_2}{L_1}, \quad Y_1 = r_1 v x_2 \quad (2)$$

a pro  $i=1,2,3,4$

$$X_{i+1} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} - r_i v \frac{y_{i+1} - y_i}{L_i} \quad (3)$$

$$Y_{i+1} = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} + r_i v \frac{x_{i+1} - x_i}{L_i}$$

kde  $r_i$  jsou poloměry článků prstu a  $v$  je koeficient vystihující vzdálenost povrchu prstu od kosti jako násobek poloměru kosti článku prstu, vnější síla působí na prst ve vzdálenosti  $v \cdot r_i$  od osy kosti.

Nyní určíme úhly  $\alpha_i$  natočení článků prstu. Úhel mezi 2. a 1. článkem je

$$\beta = \alpha_2 - \alpha_1$$

Úhel mezi 3. a 2. článkem je  $k \cdot \beta$ . Pozorováním bylo zjištěno, že pro úhel mezi 4. a 3. článkem lze předpokládat, že je poloviční předchozího úhlu, tzn.

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 + (1+k)\beta \quad (4)$$

$$\alpha_4 = \alpha_1 + (1+1,5 k)\beta$$

Úhel  $\beta$  určíme z podmínky, aby vzdálenost bodů  $B_1$  a  $B_{n+1}$  byla rovna rozměru sevřeného předmětu  $d$  a parametr  $k$  volíme tak, aby pro rozměr předmětu  $d=0$  se body  $B_1$  a  $B_{n+1}$  ztotožnily, tzn. hledáme takové  $\beta, k$ , aby pro  $\alpha_1=0$  a  $\alpha_2, \dots, \alpha_n$  podle (4) platilo

$$\Delta x = L_1 + L_2 \cos \alpha_2 + \dots + L_n/2 \cos \alpha_n - r_n v \sin \alpha_n = 0 \quad (5)$$

$$\Delta y = L_2 \sin \alpha_2 + \dots + L_n/2 \sin \alpha_n + r_n v \cos \alpha_n - r_c v = 0$$

což je soustava transcendentních rovnic, které řešíme Newtonovou metodou. Jako výchozí odhad volíme  $k_1=0,5$  a  $\beta_1$  od hodnoty  $\pi/2$  postupně zvětšujeme, až  $\Delta y$  přestane být kladné.

Tento počáteční odhad je dostatečně blízko řešení a je tak zaručena konvergence. Řešení rovnic (5) hledáme iterací

$$X_{i+1} = X_i - J_i^{-1} Y_i$$

kde

$$X = \begin{pmatrix} \beta \\ k \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$

a Jakobián

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\delta \cdot \Delta x}{\delta \cdot \beta} & \frac{\delta \cdot \Delta x}{\delta \cdot k} \\ \frac{\delta \cdot \Delta y}{\delta \cdot \beta} & \frac{\delta \cdot \Delta y}{\delta \cdot k} \end{vmatrix}$$

Po ukončení iteračního vypočtu hodnotu  $k$  ponecháme, ale  $\beta$  musíme určit tak, aby vzdálenost bodů  $B_1$  a  $B_{n+1}$  byla rovna  $d$ . Hodnotu  $\beta$  zvětšujeme tak dlouho až vzdálenost bodů  $B_1$  a  $B_{n+1}$  bude větší než  $d$ , tím získáme interval  $\langle \beta_i, \beta_{i+1} \rangle$ , ve kterém je hledaná hodnota  $\beta$ . Zpřesnění výsledku docílíme metodou Regula – Falsi nebo půlením intervalu. Pro vypočtenou hodnotu  $\beta$  pak určíme úhly  $\alpha_i$  podle vztahů (4).

Síla  $F$ , kterou prst předmět svírá (působí uprostřed  $n$ -tého článku prstu v bodě  $B_{n+1}$ ) má směr od bodu  $B_1$  do bodu  $B_{n+1}$ . Natočme celý prst tak, aby tato spojnice byla svislá, síla  $F$  pak bude na bod  $B_{n+1}$  působit svisle směrem vzhůru. Úhel  $\alpha_1$  určíme ze vztahu

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{X_{n+1}}{Y_{n+1} - v r_1}$$

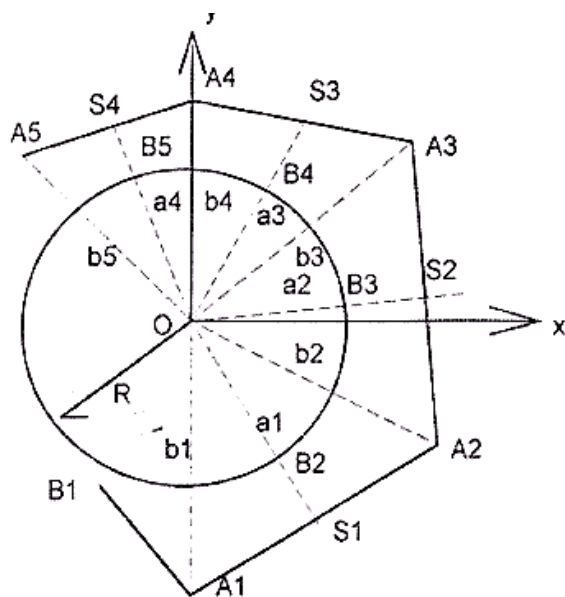
Ostatní hodnoty  $\alpha_2, \dots, \alpha_n$  určíme ze vztahů (4). Pokud se  $Y_{n+1} - v r_1$  blíží k nule nebo byla zadána malá vzdálenost  $d$ , pak natočení prstu nebudeme provádět, tzn. síla je svislá a působí kolmo k 1. článku prstu.

Podle uvedeného algoritmu určíme geometrickou polohu všech prstů, kterými ruka svírá předmět. Pokud bylo zvoleno  $n = 3$ , tzn. ruka svírá předmět pouze zápěstím a 3. článkem, pak ve 4. článku není napětí a polohu tohoto článku neurčujeme. Polohy bodů  $A_i, B_i$  jsou pro jednotlivé prsty různé, neboť prsty mají různě dlouhé články. Výpočet se proto musí opakovat pro všechny prsty. Též úhly  $\alpha_1$  (sklon 1. článku) jsou pro jednotlivé prsty různé, pro kratší prst je úhel  $\alpha_1$  větší než pro prst delší. Důsledkem je přibližně válcový tvar dlaně ruky při uchopení předmětu, což je v souladu se skutečností.

Při sevření kleští působí na bod  $B_{n+1}$  svislá síla  $F$ , proto síly zatěžující body  $B_i$  mají nulové silové složky s výjimkou

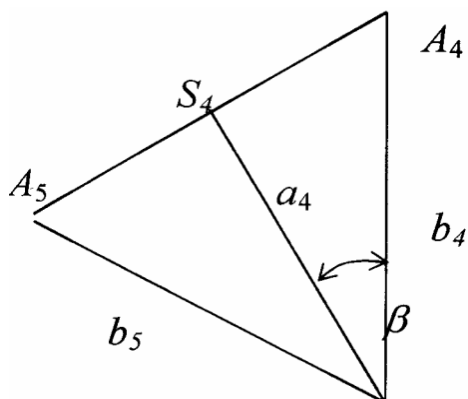
$$F_{y,n+1} = F \quad (6)$$

## 4. Zavěšení na tyči

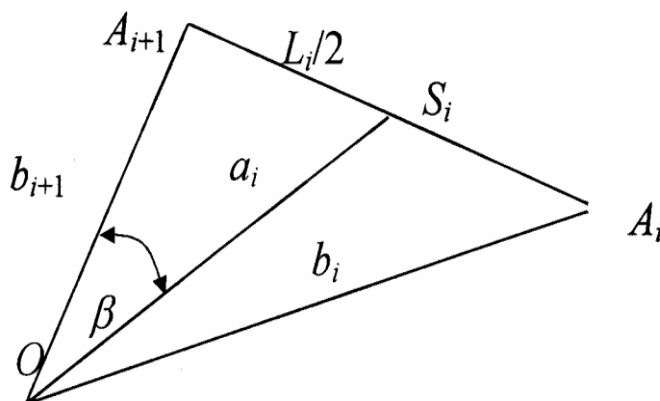


Obr. 2. Poloha os prstů při zavěšení na tyči.

Poloha os článků prstu při sevření tyče je nakreslena na obr. 2. Začátky a konce článků prstu jsou opět označeny  $A_1, \dots, A_5$  se souřadnicemi  $x_i, y_i$  a jejich vzdálenosti od středu tyče označíme  $b_1, \dots, b_5$ . Středů článků prstu jsou označeny  $S_1, \dots, S_4$  a jejich vzdálenosti od středu tyče  $a_1, \dots, a_4$ . Místa dotyku dlaně u zápěstí a palmárního povrchu prstu ve středech článků s tyčí jsou označena  $B_1, \dots, B_5$  se souřadnicemi  $X_b, Y_b$ . Délky článků prstu (přesněji vzdálenosti vzájemných středů otáčení článků prstu) opět označíme  $L_1, \dots, L_4, r_1, \dots, r_4$  jsou poloměry kosti článku prstu uprostřed. Na obr. 2 je nakreslena poloha  $j$ -tého zdravého prstu s počty článků  $n=4$ .



Obr. 3. Poloha osy posledního článku prstu.

Obr. 4. Poloha osy  $i$ -tého článku prstu.

Předpokládejme, že jednotlivé prsty uchopí tyč tak, že na spojnici středu tyče a středu článku prstu (bodu  $S_i$ ) leží bod dotyku prstu s tyčí  $B_{i+1}$ . Pro vzdálenost  $a_i$  platí

$$A_i = R + r_i v$$

kde  $R$  je poloměr tyče,  $r_1, \dots, r_4$  jsou poloměry článků prstu uprostřed svých délek,  $v$  je koeficient volený tak, aby  $v \cdot r_i$  byla vzdálenost bodu  $B_{i+1}$  (povrchu prstu) od osy kosti.

U posledního  $n$ -tého článku předpokládejme, že spojnice bodu  $S_n$  se středem tyče je kolmá na osu kosti (viz obr.3), tzn. platí

$$b_n = b_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + \frac{L_n^2}{4}}$$

a pro úhel úseček  $a_n$  a  $b_n$  (viz obr. 3) platí

$$fg\beta = \frac{L_i}{2a_n}$$

Úhly úseček  $b_n, a_n, b_{n+1}$  s osou  $x$  jsou postupně

$$\alpha_{bn} = \pi/2, \quad \alpha_{an} = \alpha_{bn} + \beta, \quad \alpha_{b,n+1} = \alpha_{an} + \beta$$

Hodnota zvolená pro úhel  $\alpha_{bn}$  zajišťuje, že bod  $A_n$  je na ose  $y$ . Pro ostatní články prstu již spojnice středu článku  $S_i$  a středu tyče  $O$  není kolmá na osu kosti. V trojúhelníku  $O, S_i, A_{i+1}$  vypočteme podle kosínové věty úhel  $\beta$  u vrcholu  $O$  (viz obr. 4)

$$\cos \beta = \frac{a_i^2 + b_{i+1}^2 - \frac{L_i^2}{4}}{2a_i b_i}$$

Úsečka  $a_i$  svírá s osou  $x$  úhel  $\alpha_{ai} = \alpha_{b,i+1} - \beta$ . Protože známe úhly sklonu a délky úseček  $b_{i+1}, a_i$ , můžeme souřadnice bodů  $A_{i+1}, S_i$  určit ze vztahů

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= b_{i+1} \cos \alpha_{b,i+1}, & y_{i+1} &= b_{i+1} \sin \alpha_{b,i+1} \\ X_{S,i} &= a_i \cos \alpha_{ai}, & y_{S,i} &= a_i \sin \alpha_{ai} \end{aligned}$$

Protože bod  $S_i$  je uprostřed mezi body  $A_{i+1}, A_i$ , určíme souřadnice bodu  $A_i$  ze vztahu

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i+1} + 2(x_{S,i} - x_{i+1}) = 2x_{S,i} - x_{i+1} \\ y_i &= 2y_{S,i} - y_{i+1} \end{aligned}$$

Vzdálenost bodu  $A_i$  od počátku je

$$b_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

pro úhel  $\alpha_{bi}$  průvodiče s osou  $x$  platí

$$\operatorname{tg} \alpha_{bi} = \frac{y_i}{x_i}$$

Avšak pro  $x_i = 0$  je výsledek  $\alpha_{bi} = \pi/2$ . Počítač dává výsledek funkce "arctg" v intervalu  $\langle -\pi/2, \pi/2 \rangle$ , proto musí být pro  $x_i < 0$  provedena úprava

$$\alpha_{bi} = \alpha_{bi} - \frac{\pi}{2}$$

Jestliže jsme vypočetli úhly  $\alpha$  pro všechny body  $A_i, B_i$ , pootočíme souřadný systém o úhel  $-\beta$  tak, aby bod  $A_1$  byl na ose  $y$ , tzn. pod středem tyče

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha_{b1}$$

tzn. opravíme úhly  $\alpha_{bi}, \alpha_{ai}$  takto

$$\alpha_{bi} = \alpha_{bi} - \beta, \quad \alpha_{ai} = \alpha_{ai} - \beta$$

Dále souřadný systém posuneme tak, aby bod  $A_1$  byl v počátku, tzn. souřadnice bodů  $A_i$ ,  $B_i$  určíme podle vztahů

$$\begin{aligned}x_i &= b_i \cos \alpha_{bi}, & y_i &= b_i \sin \alpha_{bi} + b_1 \\X_i &= R \cos \alpha_{a,i-1}, & Y_i &= R \sin \alpha_{a,i-1} + b_1\end{aligned}$$

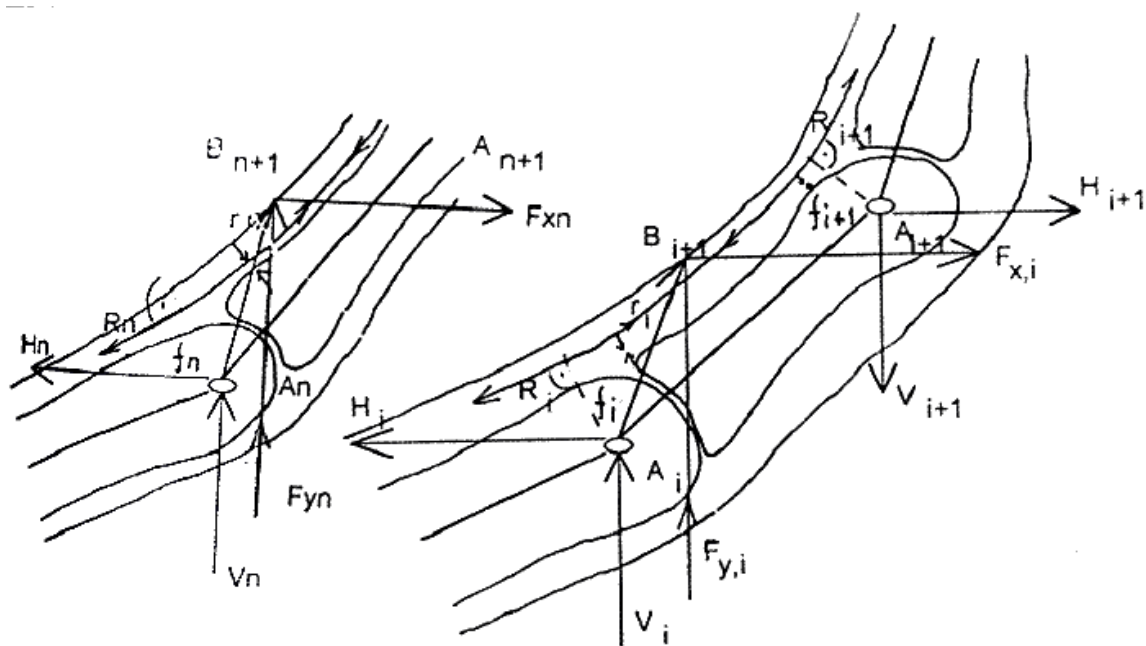
Hodnotu  $b_1$  volíme pro všechny prsty stejnou (např. vypočtenou pro 1. prst), tím zajistíme, aby radiokarpální spojení bylo pro všechny prsty ve stejné vzdálenosti od osy tyče.

Síla  $F$  zatěžující prst vychází ze středu tyče, působí ve směru osy  $y$  a předpokládáme, že se rozděluje na dvě složky  $F_n$ ,  $F_{n+1}$ , procházející body  $B_{n+1}$ ,  $B_n$ . Silové složky musí tlačit na články prstu, je proto třeba nalézt takové  $n$ , aby body  $B_n$ ,  $B_{n+1}$  měly  $x$ -ové souřadnice opačného znaménka. Pro větší průměr svírané tyče a zároveň kratší prsty takové články neexistují, tzn., prst není schopen sílu přenášet. Napišme podmínku ekvivalence sil  $F$  a sil  $F_n$ ,  $F_{n+1}$

$$F_n \cos \alpha_{a,n-1} + F_{n+1} \cos \alpha_{an} = 0 \quad (7)$$

$$F_n \sin \alpha_{a,n-1} + F_{n+1} \sin \alpha_{an} = F$$

Z těchto podmínek učíme nejdříve  $F_n$ ,  $F_{n+1}$  a pak jejich složky  $F_{nx}$ ,  $F_{ny}$ ,  $F_{n+1,x}$ ,  $F_{n+1,y}$



Obr. 5. Rovnováha sil působících na poslední článek prstu a na  $i$ -tý článek.

## 5. Síly v kloubech a šlachách

Pro všechny články prstu, tzn. pro  $i=1, \dots, 4$  určíme souřadnice vektoru  $\vec{r}_i$  jdoucího z bodu  $A_i$  do bodu  $B_{i+1}$  (viz obr. 5)

$$r_{xi} = X_i - x_b, \quad r_{zi} = Y_i - y_i$$

dále souřadnice vektoru  $\vec{c}_i$  jdoucího z bodu  $A_i$  do bodu  $A_{i+1}$  (viz obr. 5)

$$c_{xi} = x_{i+1} - x_b, \quad c_{yi} = y_{i+1} - y_i$$



Každý článek prstu má svůj flexor, který prst ohýbá a extensor, který prst narovná. Šlacha svým tvarem sleduje plynulou čarou povrch kostí článků. Přibližně lze uvažovat, že tvar šlachy je přímý podél kosti a má tvar oblouku u kloubů. Působení šlach uvažujeme jako lana, která se pohybují ve šlachovém pouzdře bez tření. Sílu ve flexoru ohýbající  $i$ -tý článek nazveme  $R_i$ . Podmínky rovnováhy budeme psát pro zbytek prstu odděleným řezem v  $i$ -tém kloubu ve směru osy úhlu sousedních článků prstu. Síly  $R_i$  mají v místě řezu směr  $\beta_i$  (směrové kosíny  $b_{xi}, b_{zi}$ ), průměru úhlů sousedních článků

$$\beta_i = \frac{\alpha_{i-1} + \alpha_i}{2}$$

Změnou směru sil  $R_i$  při přechodu šlachovým pouzdrem na další článek prstu respektujeme vliv normálových tlaků šlachy na stěny šlachového pouzdra. Šlacha ohýbající 2. článek (musculus interossens) vede sice z dorsální strany na palmární stranu, ale je rozhodující pouze poloha vzhledem ke kloubu, proto může být výpočet stejný jako u ostatních kloubů. Algoritmus dovoluje dosazovat různé hodnoty ramene sil ke stejnému kloubu pro šlachy ovládající jednotlivé články prstu. Flexory ohýbající  $i$ -tý až  $n$ -tý prst při zavírání ruky jsou ve šlachové pochvě na palmární straně a otáčejí podél středu kloubu  $A_i$  silami  $R_j, j=i, \dots, n$  na ramenech  $f'_i$ .

Z momentové podmínky rovnováhy posledního  $n$ -tého článku k bodu  $A_n$  (kladný smysl otáčení je proti ručičkám hodinovým) určíme  $R_n$ .

$$R_n f_n^n + F_{zn} r_{xn} - F_{xn} r_{yn} = 0 \quad (8)$$

Síly  $F_{xi}, F_{zi}$  určíme podle (6) resp. z rovnic (7). Vypočteme redukované síly  $H_{red}, V_{red}$  v kloubech bez posuvného účinku síly  $R_n$ .

$$H_{red,n} = F_{xn}, \quad V_{red,n} = -F_{zn}$$

Z momentové podmínky  $i$ -tého článku k bodu  $A_i$  určíme  $R_i$ .

$$\sum_{j=i}^n R_j f_i^j - \sum_{j=i+1}^n R_j f_{i+1}^j - H_{red,i+1} c_{xi} - V_{red,i+1} c_{zi} + F_{yi} r_{xi} - F_{xi} r_{yi} = 0$$

Zavedením  $H_{red}, V_{red}$  neuvažujeme posuvný účinek sil ve šlachách, neboť se tyto účinky přechodem na další článek prstu vzájemně ruší.

Ve šlachách může být pouze tah. Jestliže se moment vnější síly zmenší a tím se zmenší síla ve šlachách  $R_i < R_{i+1}$ , musí být aktivován extensor, aby toto zmenšení sil ve flexorech realizoval. Síly ve flexorech jsou nadále rovny hodnotě  $R_{i+1}$  a síla v extensoru je rovna  $R_{i+1} - R_i$ . U zavřené ruky při silovém stisku jsou aktivovány flexory a též extensory.

Z vodorovné a svislé podmínky rovnováhy dostaneme redukované síly v kloubech

$$H_{red,i} = H_{red,i+1} + F_{xi}, \quad V_{red,i} = V_{red,i+1} - F_{yi} \quad (9)$$

a přičtením účinků sil  $R_i$  skutečné styčnickové síly

$$V_i = V_{red,i} = \sum_{j=i}^n R_j b_{yi}, \quad H_i = H_{red,i} + \sum_{j=i}^n R_j b_{xi} \quad (10)$$

Podle obr. 5 určíme max. hodnotu ohybového momentu  $M$  a hodnoty posouvající a normálové síly  $Q, N$  uprostřed  $i$ -tého článku prstu. Účinek sil  $F_{xi}$  a  $F_{yi}$  do momentu

nezapočítáváme, neboť předpokládáme, že síla  $F_i$  prochází přibližně středem článku prstu. Kladný ohybový moment natahuje vlákna na dorsální straně (lokální osa má dorsální směr).

$$M = \frac{1}{2}(V_i c_{xi} + H_i c_{yi}) - \sum_{j=i}^n R_j f_i^j \quad (13)$$

$$N_i = H_i \cos \alpha_i - V_i \sin \alpha_i$$

$$Q_i = V_i \cos \alpha_i + H_i \sin \alpha_i$$

## 6. Normálové a tečné napětí v prstech

Předpokládáme, že kost je složena ze vnější kompaktní části s modulem pružnosti  $E_1$  a vnitřní spongiózní části s modulem pružnosti  $E_2$ . Podle Navier - Bernoulliovy hypotézy (průřez prutu rovinný před deformací zůstává rovinným i po deformaci) lze odvodit

$$\sigma_{x1} = \frac{N}{A_1 + \frac{E_2}{E_1} A_2} + \frac{M}{I_1 + \frac{E_2}{E_1} I_2} z$$

$$\sigma_{x2} = \frac{N}{A_2 + \frac{E_1}{E_2} A_1} + \frac{M}{I_2 + \frac{E_1}{E_2} I_1} z$$

kde  $A_1, A_2, I_1, I_2, \sigma_1, \sigma_2$  jsou plochy, momenty setrvačnosti a napětí pro kompaktní resp. spongiózní část průřezu. Vzorce platí za zjednodušujícího předpokladu, že plochy  $A_1, A_2$  mají shodnou polohu centra tíhy. Tvary průřezu kostí lze získat počítačovým tomografem. Přibližně lze předpokládat, že kolmé průřezy kostí jsou rotačně symetrické s poloměry vnějším  $r_1$ , hranice mezi kompaktní a spongiózní částí  $r_2$  a vnitřním poloměrem  $r_3$ , pak je

$$A_1 = \pi(r_1^2 - r_2^2), A_2 = \pi(r_2^2 - r_3^2), I_1 = \frac{\pi}{4}(r_1^4 - r_2^4), I_2 = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_3^4)$$

Podle Grashofovy hypotézy lze odvodit maximální smykové napětí

$$\tau_{1,\max} = \frac{Q \left( \frac{\bar{S}_1}{I_1} + \frac{\bar{S}_2}{I_2} \right)}{2 \left[ r_1 - r_2 + \frac{E_2}{E_1} (r_2 - r_3) \right]}$$

$$\tau_{2,\max} = \frac{Q \left( \frac{\bar{S}_1}{I_1} + \frac{\bar{S}_2}{I_2} \right)}{2 \left[ r_2 - r_3 + \frac{E_1}{E_2} (r_1 - r_2) \right]}$$

pro rotačně symetrický řez kostí je

$$\bar{S}_1 = \pi(r_1^3 - r_2^3)0.9043, \bar{S}_2 = \pi(r_2^3 - r_3^3)0.9043$$

Zbývá problém rozdělit zatížení celé ruky na jednotlivé prsty. Byl testován způsob rozdělení celkové síly na prsty tak, aby maximální napětí ve šlachách jednotlivých prstů byla stejná nebo aby ve všech prstech bylo stejné maximální napětí. Tzn. celkovou sílu rozdělíme na prsty v poměru převrácených hodnot maximálních sil ve šlachách nebo maximálních napětí od stejného zatížení.

## 7. Závěr

Podle uvedeného algoritmu byl sestaven program pro počítač. Vstupní údaje jsou anatomické rozměry ruky - délky a průřezy jednotlivých článků prstu,  $E_1, E_2$  - moduly pružnosti kompaktní a spongiosní části kosti,  $F_{celk}$  - celková síla, kterou je svírán předmět nebo kterou působí tyč na prsty,  $n$  - počet aktivních článků prstů,  $d$  - průměr svíraného předmětu,  $v$  - poměr vzdálenosti povrchu prstu od osy kosti ku poloměru kosti,  $f_{ij}$  - vzdálenosti flexorů os středů kloubů v místě jejich upevnění. Lze volit, které prsty budou aktivní a které sílu nepřenašejí. Počtem aktivních článků prstů lze různě umístit svírané kleště v ruce resp. při uchopení tyče volit počet aktivních článků prstů.

Grafickým výsledkem je schéma postavení jednotlivých článků prstů. Číselným výsledkem jsou souřadnice bodů  $A_i$  (klouby) a  $B_i$  (povrchy prstů). Dále pro aktivní prsty síly ve šlachách, maximální tečná a normálová napětí v kompaktní a spongiosní části kostí pro každý článek prstů.

## 8. Poděkování

Tento výzkum byl podporován grantem MSM6840770012 „Transdisciplinární výzkum v oblasti biomedicínského inženýrství“.

## 9. Literatura

- Bejjani, F., J., Landsmeer, J., M., F. (1989) Biomechanics of the hand. Basic biomechanics of the musculoskeletal system. Lea & Febiger, Philadelphia, London, pp. 275-304.
- Berger, M., A., de Groot, G., Hollander, A., P. (1995) Hydrodynamic drag and lift forces on human hand/arm models. J. Biomech. Feb., 28(2), pp. 125-133.
- Brand, P., W. (1993) Biomechanics of balance in the hand. J. Hand Ther., Oct. Dec., 6(4), pp. 247-251.
- Brand, P., W. (1985) Clinical mechanics of the hand. St. Louis, C.V. Mosby, pp. 30-60.
- Borovanský, L. (1962) Anatomie. Státní zdravotní nakladatelství, Praha.
- Chiu, J., Robinovitch, S., N. (1998) Prediction of upper extremity impact forces during falls on the outstretched hand. J. Biomech., Dec., 31(12), pp. 1169-1176.
- Čihák, R. (1987) Anatomie 1. Avicentrum, Praha.
- Dorsi, R., Yeh, C., LeBlanc, M. (1998) The design and development of a gloveless endoskeletal prosthetic hand. J. Rehabil. Res. Dev., Oct., 35(4), pp. 388-395.
- Feneis, H. (1981) Anatomický obrazový slovník. Avicentrum, Praha.

- Frenger, P.(1995) Inexpensive complex hand model. *Biomed. Sci. Instrum.*,31,pp.257- 262.
- Hadraba, I. (1997) Meranie úchopovej sily v reumatológii. *Reumatologia*, 11, 1, pp.165-166.
- Hoggard, V., E., Jr. (1969) *Fibonacci and Lucas Numbers*. Boston, Houghton Mifflin.
- Koudelka, M., Žák, R., Talanda, M. (1997) Griptestera a hodnotenie úchopu ruky. *Reumatologia*, 11, 2, pp. 105-108.
- Koudelka, M., Sojáková, M., Babirád, J. (1993) Objektivizácia úchopovej vlastností ruky pomocou počítača. *Slov. lek.*, 3/11, 1/2, pp. 57-60.
- Monleon Pradas, M., Diaz Calleja, R. (1990) Nonlinear viscoelastic behaviour of the flexor tendon of the human hand. *J. Biomech.*, 23(8), pp. 773-781.
- Small, C., F., Bryant, J., T., Pichora, D. ,R. (1992) Rationalization of kinetic descriptors for three - dimensional hand and finger motion. *J. Biomed. Eng., Mar.*, 14(2), pp. 133-141.
- Strickland, J., W. (1987) *Anatomy and kinesiology of the hand*. In *Hand Splinting. Principles and Methods*. 2nd Ed. Edited by E. E. Fess and C. A. Philips. St. Louis, C. V. Mosby,pp.3-41.
- Thompson, D.,A., W. (1967) *On growth and form*. Díl II, 2.vyd., Cambridge University Press.
- Tubiana, R. (1984) *Architecture and functions of the hand*. In *Examination of the hand and upper limb*. Edited by R. Tubiana, J. M. Thomine and E. Mackin. Philadelphia, W. B. Saunders, pp. 1-97.
- Urbaniak, J., R. (1984) *Tendon transfers for radial, median and ulnar nerve palsies*. *Orthopaedic surgery update series*. Vol. 3, Lesson 12.
- van Oudenaare, E, Brandsma, J., W., Oostendorp, R., A. (1997) The influence of forearm, hand and thumb positions on extensor carpi ulnaris and abductor pollicis longus activity. *Acta Anat Basel*, , 158(4), pp. 296-302.
- Wang, X. (1999) Three dimensional kinematic analysis of influence of hand orientation and joint limits on the control of arm postures and movements. *Biol. Cybern.*, Jun, 80(6), pp. 449-463.
- Verdan, C. (1979) *Induction á la chirurgie des tendons*. In *Tendon surgery of the hand*. Edited by C. Verdan, J. H. Boyes. 1st English Ed. Edinburgh, Churchill Livingstone, pp. 9-11.
- Vinet, R, Lozac'h, Y., Beaidry, N., Drouin, G. (1995) Design methodology for a multifunctional hand prosthesis. *J. Rehabil res. Dev.*, Nov., 32(4), pp. 316-324.