

EFFECT OF PERIODIC WHEEL AND RAIL UNEVENNESS ON BEHAVIOR OF WHEEL-RAIL SYSTEM

R. Jandora¹, J. Petruška², P. Janíček³

Summary: *The paper studies how wheel and rail unevennesses effect behaviour and life of wheel-rail system. Unevenness can be caused by the production inaccuracy or by the wear. To study this, a computational model was created which considers three possible ways of behaviour: rolling, sliding and movement without the contact of the wheel with the rail. The computations revealed the unevennesses bring oscillations into the system which for one thing significantly increase the forces in the contact and for another cause reducing the load and that leads to the sliding or even the loss of the contact. The sliding causes friction which creates heat which can lead to material changes and/or increased stress. The loss of contact leads to the impact. This proves unevennesses have very negative effect on the wheel-rail system.*

1. Úvod

Na životnost kol kolejových vozidel a kolejnic má významný vliv, k jakému opotřebení dochází v důsledku provozních podmínek. Pro zkoumání chování v kontaktu kola a kolejnice se běžně používají modely, které používají ideální geometrii kol a kolejnic, tedy kola s kruhovým tvarem a rovná kolejnice [Pejchal 2005]. Reálná geometrie kola je však odlišná. Už tvar nových kol je zatížen výrobními nepřesnostmi, odchylky od kruhového tvaru se dále prohlubují opotřebením. Nejčastějším druhem opotřebení je vytváření plošek při zablokování kol při prudkém brzdění nebo při dlouhodobé odstávce. Kolo tak časem získává tvar n-úhelníku. Podobně kolejnice může mít nerovnosti, které mohou být způsobeny nepřesnostmi při výrobě, nepřesným uložením nebo změnou tvaru v důsledku změn teploty prostředí a také lokálním opotřebením, které může být způsobeno brzděním vozidel.

Tyto nerovnosti se projevují vibracemi, které se mohou přenášet do vozidla a vyvolávat nežádoucí hluk. Na životnost kol a kolejnic tyto nerovnosti působí tak, že silové působení mezi kolem a kolejnicí se mění z konstantního na pulzující, což může být příčinou únavových trhlin. Dále

¹ Ing. Radek Jandora, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno; e-mail: radek.jandora@seznam.cz

² Doc. Ing. Jindřich Petruška, CSc., Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno; tel.: +420-541142858; e-mail: petruska@fme.vutbr.cz

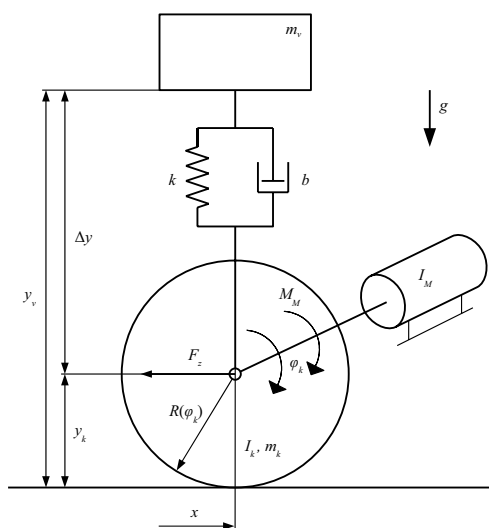
³ Prof. Ing. Přemysl Janíček, DrSc., Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2, 616 69 Brno; tel.: +420-541142807; e-mail: janicek@fme.vutbr.cz

tyto nerovnosti mohou způsobit drobné prokluzu, které jsou příčinou vytváření tepelného pole s nežádoucími účinky na životnost [Ekberk and Kabo 2003], či dokonce krátkodobou ztrátu kontaktu kola s kolejnicí, které vede k nárazům, které jsou příčinou dalšího snížení životnosti kol a kolejnic.

Tento článek se zabývá dynamikou soustavy kola a kolejnice s uvažováním nerovností. Nerovnosti kol a kolejnic mají obecně náhodný charakter, zde ovšem byly zjednodušeny tak, aby nerovnosti měly charakter deterministický, konkrétně byly nahrazeny harmonickou funkcí. Kolo tak dostalo tvar pravidelného n -úhelníku se zaoblenými hranami, kolejnice má tvar sinusoidy. Byly počítány simulace chování při různých amplitudách nerovností se záměrem zjistit, jak ovlivňují silové působení mezi kolem a kolejnicí a vzájemný pohyb kola a kolejnice.

2. Výpočtový model

Použitý výpočtový model byl odvozen pro pohyb kola po vodorovné rovině, přičemž se uvažují obecně 4 stupně volnosti: horizontální poloha soustavy x , výchylka středu kola z rovnovážné polohy y_k , výchylka vozidla z rovnovážné polohy y_v a úhel natočení kola φ_k .



Obrázek 1. Schéma použitého modelu soustavy.

2.1. Popis nerovností

Při popisu geometrie kola bylo opotřebenění původního kruhového tvaru zahrnuto do funkce $r(\varphi_k)$. Poloměr kola tak byl popsán funkcí

$$R(\varphi_k) = R_0 - r(\varphi_k) \quad (1)$$

kde R_0 je původní poloměr kola. Pro výpočty byly nerovnosti tvaru zjednodušeny a funkce r zvolena

$$r(\varphi_k) = r_m \cdot (1 + \cos 27 \varphi_k) \quad (2)$$

kde r_m je amplituda nerovností. Vzniklý tvar kola je takový, že na jeho obvodu vzniká 27 zploštění, s kterými připomíná pravidelný 27-úhelník se zaoblenými hranami.

Podobně nerovnosti kolejnice byly popsány harmonickou funkcí

$$w(x) = w_m \cdot \cos \frac{2\pi}{l_v} x \quad (3)$$

kde w_m je amplituda nerovností a l_v délka vlny nerovnosti.

2.2. Kinematické závislosti

Když je kolo v kontaktu s kolejnicí, je poloha středu kola y_k funkcí ujeté vzdálenosti x a natočení kola φ_k . Podobně při valení existuje závislost mezi polohou x a úhlem otočení kola od začátku valení, tedy úhlem φ_k . Při tvorbě modelu byla provedena určitá zjednodušení. Kontakt kola s kolejnicí byl uvažován přesně pod středem kola. Funkce polohy středu kola y_k a její časové derivace jsou:

$$y_k = w(x) + R(\varphi_k) - R_0 \quad (4)$$

$$\dot{y}_k = \frac{dw}{dx} \cdot \dot{x} + \frac{dR}{d\varphi_k} \cdot \dot{\varphi}_k \quad (5)$$

$$\ddot{y}_k = \frac{d^2w}{dx^2} \cdot \dot{x}^2 + \frac{dw}{dx} \cdot \ddot{x} + \frac{d^2R}{d\varphi_k^2} \cdot \dot{\varphi}_k^2 + \frac{dR}{d\varphi_k} \cdot \ddot{\varphi}_k \quad (6)$$

Při stanovení závislosti mezi x a φ_k při valení byl vliv nerovností kolejnice uvažován jako nepodstatný. Vztah pro x pak je

$$dx = R(\varphi) \cdot d\varphi \quad (7)$$

$$x = x_0 + \int_{\varphi_{k0}}^{\varphi_k} R(\varphi) \cdot d\varphi \quad (8)$$

$$\dot{x} = R(\varphi_k) \cdot \dot{\varphi}_k \quad (9)$$

$$\ddot{x} = R(\varphi_k) \cdot \ddot{\varphi}_k + \frac{dR}{d\varphi_k} \cdot \dot{\varphi}_k^2 \quad (10)$$

kde x_0 a φ_{k0} jsou polohy na začátku valení.

2.3. Pohybové rovnice soustavy

Pohyb vozidla může probíhat třemi způsoby. Dokud kolo udržuje kontakt a nedochází k prokluzu, odvaluje se. Když tečná síla v kontaktu překoná adhezi, dojde k prokluzu a kolo se pohybuje smýkáním. Třetí způsob, jak se kolo může pohybovat, je, když ztratí kontakt s kolejnicí. Tehdy je nulové působení sil mezi kolem a kolejnicí. Jednotlivé způsoby pohybu jsou popsány vlastní soustavou diferenciálních rovnic a pohyb soustavy je řešen jako střídání módů při splnění podmínek pro změnu.

2.3.1. Vertikální pohyb vozidla

Vertikální pohyb vozidla (y_v) nezávisí na tom, jakým způsobem probíhá pohyb kola. Řídí se diferenciální rovnicí

$$m_v \cdot \ddot{y}_v = F_k + F_b - m_v \cdot g \quad (11)$$

kde m_v je hmotnost vozidla na kolo, F_k je síla, kterou působí pružina na vozidlo, F_b je síla tlumení a g je tíhové zrychlení.

2.3.2. Valení

Při valení je kolo v kontaktu s kolejnicí a nedochází k prokluzu, pro x a y_k tedy platí rovnice (4) - (10). Z diferenciální rovnice vertikálního pohybu kola se určí normálová síla v kontaktu N

$$N = m_k \cdot \ddot{y}_k + F_k + F_b + m_k \cdot g \quad (12)$$

kde m_k je hmotnost kola a jeho uchycení, které se pohybuje s ním. Tečná síla v kontaktu T se určí z diferenciální rovnice horizontálního pohybu

$$T = (m_v + m_k) \cdot \ddot{x} + F_z \quad (13)$$

kde F_z je síla, do které je zahrnutý odpor proti pohybu, např. odpor vzduchu. Síly N a T jsou dosazeny do diferenciální rovnice otáčení kola

$$I \cdot \ddot{\varphi}_k = M_M - e \cdot N - T \cdot R \quad (14)$$

kde I je moment setrvačnosti kola a pohonu, M_M je hnací moment a e je rameno valivého odporu. Z rovnic (4) - (10), (12) - (14) se vyjádří φ_k a integruje se soustava dvou nelineárních diferenciálních rovnic druhého řádu s neznámými y_v a φ_k .

Podmínky, které musí být splněny pro valení, jsou:

$$T \leq f_s \cdot N \quad (15)$$

$$N \geq 0 \quad (16)$$

kde f_s je součinitel adheze v kontaktu kola s kolejnicí. Při nesplnění podmínky (15) dojde k prokluzu, při nesplnění podmínky (16) dojde ke ztrátě kontaktu kola s kolejnicí.

2.3.3. Smýkání

Při smýkání je stále kolo v kontaktu s kolejnicí a dochází k prokluzu, pro y_k tedy stále platí rovnice (4) - (6). Normálová síla v kontaktu N se opět určuje z diferenciální rovnice vertikálního pohybu kola (12). Poloha x se ovšem tentokrát stanoví podle diferenciální rovnice horizontálního pohybu

$$(m_v + m_k) \cdot \ddot{x} = -f \cdot N - F_z \quad (17)$$

kde f je součinitel smykového tření, který je funkcí rychlosti prokluzu v kontaktu $v_r = \dot{x} - R \cdot \dot{\varphi}_k$. Vliv tření se projeví i do diferenciální rovnice otáčení kola

$$I \cdot \ddot{\varphi}_k = M_M + f \cdot N \cdot R \quad (18)$$

Z rovnic (4) - (6), (12), (17) a (18) se vyjádří φ_k a x a integruje se soustava tří nelineárních diferenciálních rovnic druhého řádu s neznámými y_v , φ_k a x .

Podmínky, které musí být splněny pro smýkání, jsou:

$$\dot{x} - R \cdot \dot{\varphi}_k \neq 0 \quad (19)$$

$$N \geq 0 \quad (20)$$

Při nesplnění podmínky (19) kolo přestane prokluzovat a začne se opět valit, při nesplnění podmínky (16) dojde ke ztrátě kontaktu kola s kolejnicí.

2.3.4. Pohyb při ztrátě kontaktu kola s kolejnicí

Když kolo ztratí kontakt s kolejnicí, nepůsobí mezi kolem a kolejnicí síly. Tentokrát se musí i vertikální poloha středu kola y_k určit integrací diferenciální rovnice, a to

$$m_k \cdot \ddot{y}_k = -F_k - F_b - m_k \cdot g \quad (21)$$

Rovnice pro φ_k a x jsou

$$(m_v + m_k) \cdot \ddot{x} = -Fz \quad (22)$$

$$I \cdot \ddot{\varphi}_k = M_M \quad (23)$$

Integruje se soustava čtyř diferenciálních rovnic druhého řádu s neznámými y_v , φ_k , x a y_k .

Podmínka pohybu při ztrátě kontaktu je:

$$y_k > w(x) + R(\varphi_k) - R_0 \quad (24)$$

Při nesplnění podmínky (24) kolo dosedne na kolejnici a pohyb přejde ve valení nebo smýkání.

3. Výsledky

Soustavy diferenciálních rovnic pro pohyb při valení, smýkání a ztrátě kontaktu byly převedeny na stavové funkce a numericky integrovány v časové oblasti pro rozjezd z klidu do ustáleného stavu. Pro výpočet byl použit program MATLAB, konkrétně řešič ode45 [Mathworks] s drobnými úpravami pro lepší detekci přechodů mezi jednotlivými způsoby pohybu. Parametry soustavy pro výpočet nebyly stanoveny podle reálných náprav kolejových vozidel, ale zvoleny. Jejich hodnoty jsou vypsány v tabulce 1.

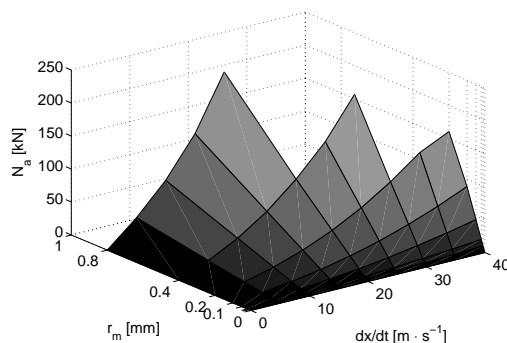
Tabulka 1. Parametry soustavy

$m_k = 250 \text{ kg}$	$m_v = 10\,000 \text{ kg}$	$I = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$M_M = 3200 - 10 \dot{\varphi}_k \text{ [Nm]}$
$f_s = 0.1$	$R_0 = 0.6 \text{ m}$	$g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$	$F_k = m_v g - 10^6 (y_v - y_k) \text{ [N]}$
$f_d = 0.07$	$e = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	$F_z = 2.5 \dot{x} \text{ [N]}$	$F_b = -2 \cdot 10^5 (\dot{y}_v - \dot{y}_k) \text{ [N]}$

3.1. Pohyb kola s nerovnostmi po rovné koleji

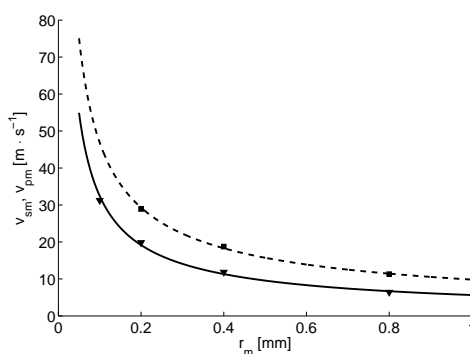
Jako nejvýznamnější původce nežádoucího chování soustavy kolo-kolejnice sejevily nerovnosti kola. Při výpočtech byly použity amplitudy nerovností r_m o velikostech 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4 a 0.8 mm. Tyto nerovnosti se zásadně projevují na normálové síle N . V klidu má velikost pro danou soustavu 100kN, v důsledku pohybu vozidla a přítomnosti nerovností na kole dochází k jejímu rozkmitání, při němž může být i několikanásobně zvětšena. Závislost amplitudy normálové síly N_a na amplitudě nerovností r_m a rychlosti vozidla \dot{x} je na obrázku 2. Při aproximaci této funkce byla zjištěna závislost

$$N_a = C_{ap} \cdot r_m \cdot \dot{x}^2 \quad (25)$$



Obrázek 2. Graf závislosti amplitudy normálové síly N_a na amplitudě nerovností kola r_m a rychlosti \dot{x} .

Amplituda normálové síly narůstá lineárně s amplitudou nerovností a s druhou mocninou rychlosti vozidla. Pro nerovnosti větší než 0.1 mm při rychlostech nad $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ až nad 200 kN. Nerovnosti tedy vedou jednak k až trojnásobnému zvýšení síly mezi kolem a kolejnicí, přičemž frekvence cyklování při rychlostech nad $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ je vyšší než 200 Hz, jednak k odlehčení, které vede k tomu, že kolo začne prokluzovat, nebo k tomu, že dojde ke ztrátě kontaktu. Na obrázku 3 jsou zobrazeny grafy mezních rychlostí, jejichž překročením při dané velikosti nerovností kola začne docházet k prokluzu, respektive ke ztrátě kontaktu kola s kolejnicí.

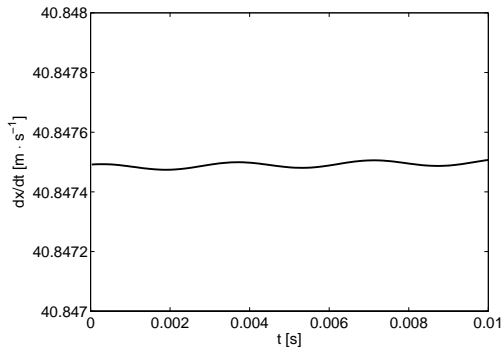
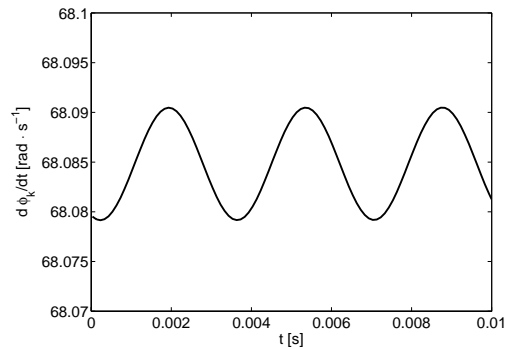
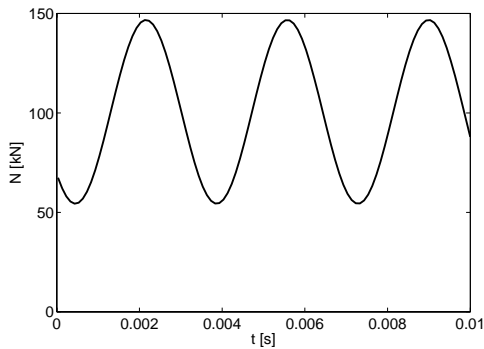
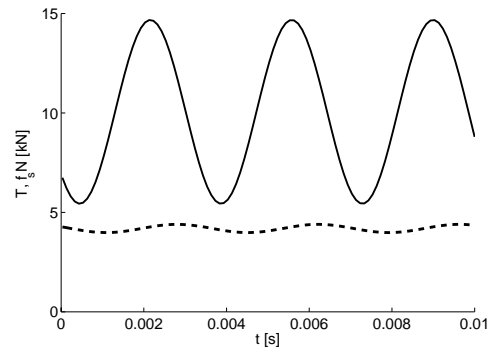
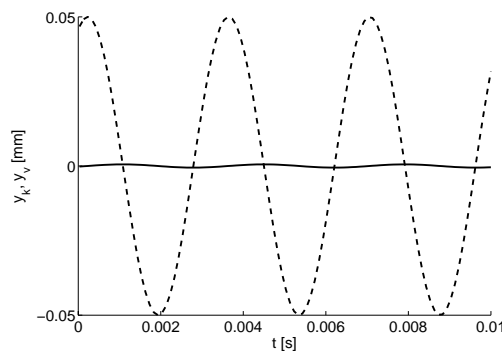


Obrázek 3. Graf závislosti rychlosti v_{sm} (minimální rychlost, při níž dojde k prokluzu kola - plná čára) a rychlosti v_{pm} (minimální rychlost, při níž dojde ke ztrátě kontaktu kola s kolejnicí - přerušovaná čára) na amplitudě nerovností kola r_m

3.1.1. Chování kola s nerovnostmi při valení

Jak již bylo řečeno, při pohybu kola s malými nerovnostmi nedochází ani k prosmyku ani ke ztrátě kontaktu. Kolo se stále valí a nerovnosti se projevují pouze tak, že zanášejí pulzování do chování soustavy. Na obrázcích níže jsou výsledky výpočtu při amplitudě nerovností $r_m = 0.05 \text{ mm}$ při rychlosti vozidla přibližně $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak je vidět na obrázcích 4 a 5, rychlost vozidla \dot{x} i úhlová rychlost kola φ_k nejsou konstantní, ale malinko pulzují. Tyto projevy však nejsou nijak významné. Podstatněji se nerovnosti projeví na silovém působení mezi kolem a kolejnicí. Amplituda normálové síly je poloviční vůči střední hodnotě (viz obrázek 6) a tečná síla už se blíží adhezi kontaktu a hrozí proklouznutí (viz obrázek 7). Na obrázku 8 jsou zobrazeny výchylky středu kola a vozidla. Kmitání vozidla má řádově menší amplitudu než kmitání středu

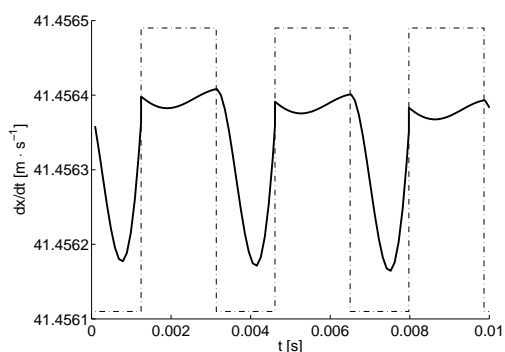
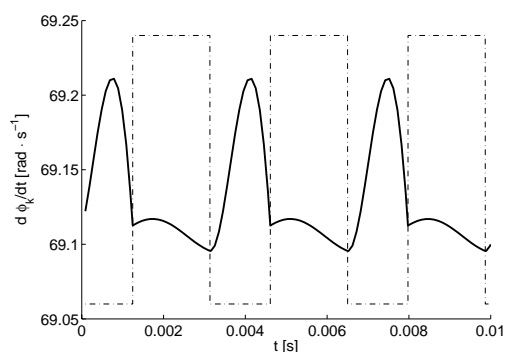
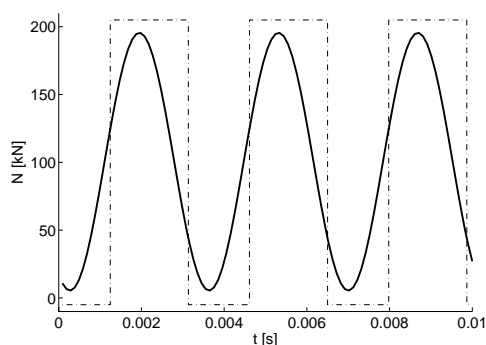
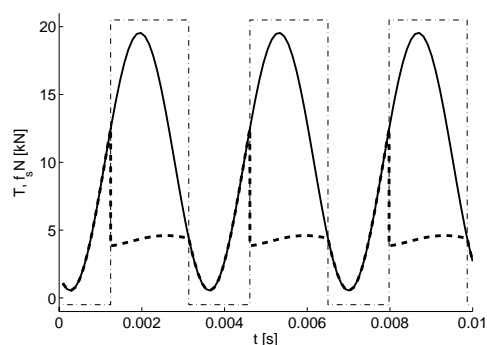
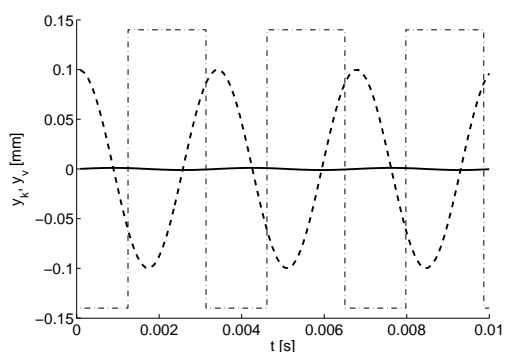
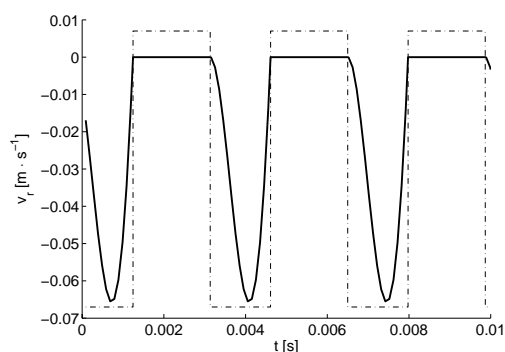
kola, což značí, že nerovnosti na vozidlo působí jen mírnými vibracemi, které se projeví pouze hlukem.

Obrázek 4. Rychlost vozidla \dot{x} Obrázek 5. Úhlová rychlost kola $\dot{\varphi}_k$ Obrázek 6. Normálová síla N Obrázek 7. Tečná síla T (čárkovaná), adheze kontaktu $f_s N$ (plná)Obrázek 8. Výchylka středu kola y_k (čárkovaná), výchylka vozidla y_v (plná)

3.1.2. Chování kola s nerovnostmi když dochází k prokluzu

Při amplitudě nerovností 0.1 mm už při rychlosti kolem $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dochází po odlehčení k prokluzu. Aby bylo možné rozlišit chování soustavy při valení a při smýkání, jsou tyto děje rozlišeny tenkou čerchovanou čarou. Valení je označenou čarou v horní části grafu, smýkání ve spodní.

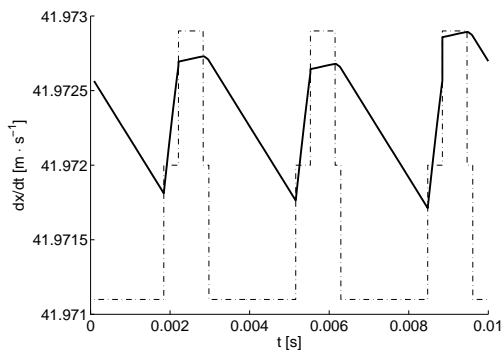
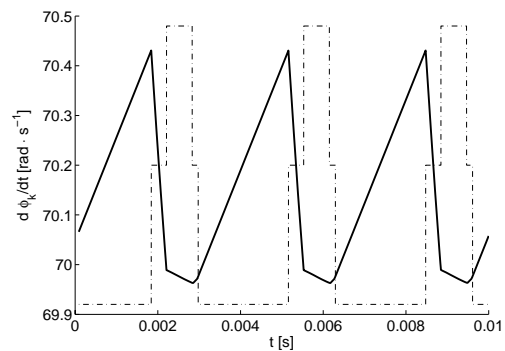
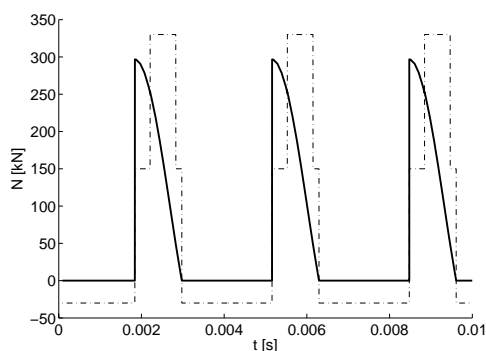
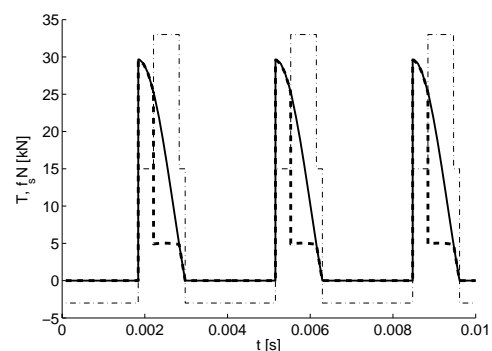
Prokluz se projeví tak, že se v důsledku ztráty valivé vazby dočasně zvýší úhlová rychlost kola (viz obrázek 11) a naopak sníží rychlost vozidla (viz obrázek 10), protože smýkání provází tření, při kterém se maří část energie. Pulzace normálové síly se dále zvýrazňují, amplituda se blíží střední hodnotě a hrozí ztráta kontaktu (viz obrázek 11). Při odlehčení se normálová síla sníží natolik, že tečná síla dosáhne velikosti adheze a kolo proklouzne (viz obrázek 12). Kolo začne prokluzovat, dokud se jeho úhlová rychlost nesníží natolik, že se srovnají rychlost kola a kolejnice a kolo se začne opět valit (viz obrázek 14).

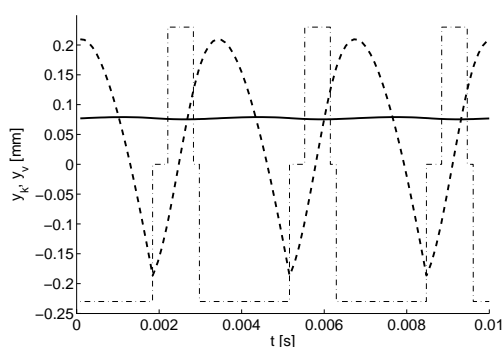
Obrázek 9. Rychlost vozidla \dot{x} Obrázek 10. Úhlová rychlost kola $\dot{\varphi}_k$ Obrázek 11. Normálová síla N Obrázek 12. Tečná síla T (čárkovaná), adheze kontaktu $f_s N$ (plná)Obrázek 13. Výchylka středu kola y_k (čárkovaná), výchylka vozidla y_v (plná)Obrázek 14. Relativní rychlost kola a kolejnice $v_r = \dot{x} - R\dot{\varphi}_k$

3.1.3. Chování kola s nerovnostmi když kolo ztrácí kontakt s kolejnicí

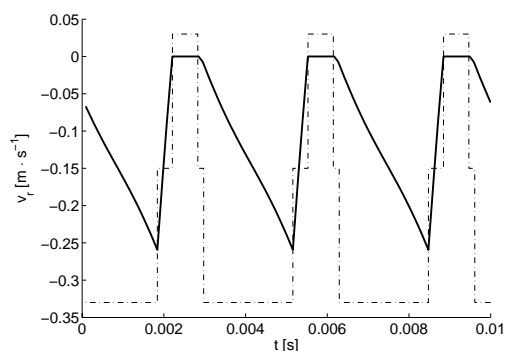
Další zvětšování nerovností ($r_m = 0.2$ mm) vede k tomu, že normálová síla pulzuje natolik, že dosáhne nulové hodnoty. V tento okamžik kolo ztratí kontakt s kolejnicí. V grafech je opět naznačeno čerchovanou čarou, který model pohybu je právě použit. Čára v horní části grafu značí valení, uprostřed smýkání a v dolní části grafu pohyb bez kontaktu kola s kolejnicí.

Při ztrátě kontaktu na kolo přestanou působit všechny síly mezi kolem a kolejnicí. Na kolo tak kromě hnacího momentu a odporů v uložení nepůsobí žádný další brzdící moment, což způsobí prudký nárůst úhlové rychlosti (viz obrázek 16). Ve směru jízdy však vozidlo ztratilo působení pohonu a jeho pohyb ovlivňuje pouze odpor prostředí, takže začne zpomalovat (viz obrázek 15). To se projeví prudkým nárůstem relativní rychlosti kola a kolejnice, a zvýší se tím podíl smýkání po opětovném dosednutí kola (viz obrázek 20). Normálová síla při ztrátě kontaktu je nulová, při dosednutí však dojde k nárazu, který se projeví takřka skokovou změnou normálové síly (viz obrázek 17). Na obrázku 22 je srovnána výchylka středu kola, kdyby kolo udrželo kontakt, a výchylka, jakou se pohybuje. Z grafu lze vyčíst, že setrvačnost kola je příliš velká na to, aby začalo klesat podle nerovnosti.

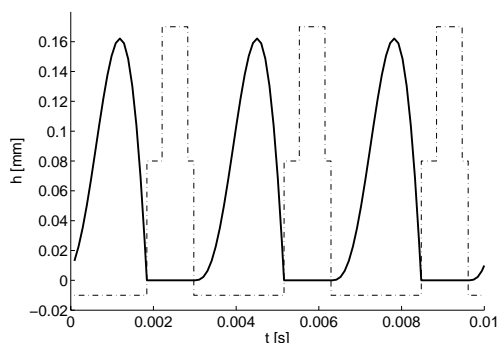
Obrázek 15. Rychlost vozidla \dot{x} Obrázek 16. Úhlová rychlost kola $\dot{\varphi}_k$ Obrázek 17. Normálová síla N Obrázek 18. Tečná síla T (čárkovaná), adheze kontaktu $f_s N$ (plná)



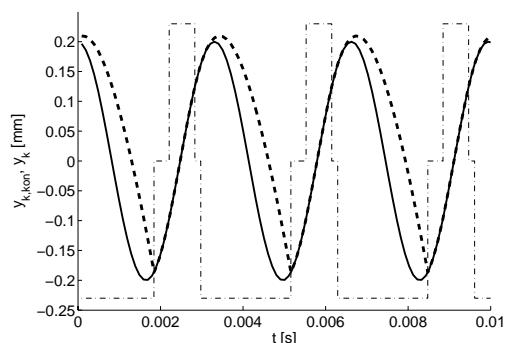
Obrázek 19. Výchylka středu kola y_k (čárkovaná), výchylka vozidla y_v (plná)



Obrázek 20. Relativní rychlost kola a kolejnice $v_r = \dot{x} - R\dot{\varphi}_k$



Obrázek 21. Mezera mezi kolem a kolejnicí h



Obrázek 22. Výchylka středu kola při udržení kontaktu $y_{k,kon}$ (plná), reálná výchylka středu kola y_k (čárkovaná)

3.2. Pohyb kola po koleji s nerovnostmi

Nerovnosti na kolejnici, pokud mají srovnatelné rozměry jako zmíněné nerovnosti kola (řádově v desetinách milimetru), mají na chování soustavy kolo-kolejnice mnohem menší vliv než nerovnosti kola. Nerovnosti kolejnice vyvolávají kmity s řádově menší frekvencí. Amplituda pulzování normálové síly je funkcí frekvence kmitů, proto je i ona řádově nižší. Když se uvažuje pohyb kruhového kola po nerovné kolejnici, tyto nerovnosti se projeví podobným způsobem jako v části 3.1.1.

Při pohybu kola s nerovnostmi po nerovné kolejnici mají nerovnosti kolejnice vzhledem k nerovnostem kola mnohem méně podstatný vliv. Chování soustavy je podobné jako při pohybu kola s nerovnostmi po rovné kolejnici, pouze minimální rychlosti vozidla, když nastane prokluz a ztráta kontaktu (viz obrázek 3) jsou nižší.

4. Závěr

Výsledky zveřejněné v tomto článku je třeba brát jako orientační, protože při tvorbě modelu byla použita zjednodušení, která zvláště při velkých nerovnostech vedou k nepřesnému vystižení reálného chování soustavy. Zejména když uvažujeme nerovnosti, kontakt obecně není pod středem kola. Také je nutno zdůraznit, že vstupní hodnoty modelu nejsou získány z reálných

vozidel, ale pouze zvoleny pro jeho testování. Přesto tyto výsledky přispívají k náhledu do problematiky a uvědomění si rizik, která představují nerovnosti pro životnost kol a kolejnic. Nerovnosti kola a kolejnice vyvolávají v chování soustavy kolo-kolejnice nežádoucí vibrace. Ty se projevují zvláště tím, že rozkmitávají normálovou sílu mezi kolem a kolejnicí. Ta tak může nabývat až několikanásobně vyšší hodnoty oproti kolu bez nerovností. Na druhou stranu dochází k odlehčování, které vede k prokluzům nebo až ke ztrátě kontaktu kola s kolejnicí. Tyto jevy jsou nežádoucí. Při prokluzování kola dochází ke tření, které vytváří teplo, které může nežádoucím způsobem ovlivnit materiál kola a kolejnice. Toto teplo se také vytváří na povrchu kola a kolejnice a dovnitř tak vznikají teplotní gradienty, které způsobují zvýšení namáhání. Při ztrátě kontaktu se navíc připojují nárazy, které provázejí dosednutí kola na kolejnici. Nerovnosti kol a kolejnic, ať už výrobní, nebo způsobené opotřebením, podstatně snižují životnost a vedou k urychlování opotřebení.

5. Literatura

[Ekberk and Kabo 2003] Ekberk, A.; Kabo, E.: Fatigue of Railway Wheel and Rails under Rolling Contact and Thermal Loading, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2003

[Mathworks] The Mathworks, Inc.: MATLAB Documentation, www.mathworks.com

[Pejchal 2005] Pejchal, P.; Janíček, P.; Petruška, J.; Procházka, F.: The Analysis of Dynamical Systems for Simulation of Relaxation Oscillation, Sborník konference IM2005, Svratka 2005