

1D MODEL OF THE HUMAN VOCAL AND NASAL TRACT

V. Radolf*, T. Vampola**, J. Horáček*

Summary: The paper deals with use of the transfer matrix method to determine acoustic characteristics of the human vocal tract connected with the nasal tract. The system models the influence of velopharyngeal insufficiency on production of Czech vowel /a/. The advantage of this method is significant shortening of the computing time compared to computations with 3D FE method. The model of the acoustical spaces is created by cylindrical elements. The calculation is carried out for periodic "L-F" signal applied at the position of glottis. Time dependent acoustic pressure and air flow volume velocity at the position of the lips and nose are computed. The resulting frequency response functions of the tract are compared with computations realized by 3D FE model.

1. Úvod

3D MKP modely používané v dnešní době pro výpočty v oblasti akustiky jsou velmi přesné, avšak často stále velice náročné na výpočetní čas. Jednodimensionální analýza dynamických charakteristik vokálního traktu člověka má význam právě pro svou naprostou časovou nenáročnost, i za cenu omezení platnosti modelu.

Cílem výzkumu je poskytnout foniatrické praxi jednoduchý, rychlý a dostatečně spolehlivý nástroj s audio-výstupem, s jehož pomocí by bylo možné předem usuzovat na změnu hlasu člověka při změně geometrie jeho vokálního traktu. Praktickým příkladem může být profesionální zpěvák, který se obává doporučeného lékařského zákroku, např. vyjmutí mandlí. Aplikace vypracované metody směřují v tomto příspěvku do oblasti modelování velofaryngeální nedostatečnosti. Akustická odezva systému je počítána pro buzení modelu v místě hlasivek tzv. L-F pulsy (Fant et al., 1985) odvozenými pro objemovou rychlost vzduchu proudícího mezihlasivkovou štěrbinou.

2. Jednodimensionální model

Pro 1D model byla použita metoda přenosových matic (MPM) ve spojení s cylindrickými elementy. Metoda vychází z vlnové rovnice válcového zvukovodu se třením pro rychlostní potenciál popsaný rovnicí (Merhaut, 1971):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{r_s}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = 0.$$
 (1)

^{*} Ing. Vojtěch Radolf, Ing. Jaromír Horáček, DrSc.: Ústav termomechaniky, Akademie věd ČR; Dolejškova 5; 182 00 Praha 8; tel.: +420.266 053 783, +420.286 890 383; e-mail: <u>radolf@it.cas.cz</u>, jaromirh@it.cas.cz

^{**} Dr.Ing. Tomáš Vampola: Ústav Mechaniky, Fakulta Strojní, ČVUT v Praze; Karlovo náměstí 13; 121 35 Praha 2; tel.: +420.224 357 244; e-mail: tomas.vampola@fs.cvut.cz

Po analytickém vyřešení rovnice (1) za předpokladu harmonického signálu a aplikaci obecných okrajových podmínek dostáváme vztah mezi vstupem "1" a výstupem "2" zvukovodu pro akustický tlak p [Pa] a objemovou rychlost W [m³.s⁻¹].

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ W_2 \end{bmatrix} = \underline{T}_{2,1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix},$$
(2)

kde přenosová matice válcového zvukovodu délky L [m] je dána vztahem (Radolf et al., 2004):

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & -\frac{z_0 \cdot (r_n + j \cdot k)}{\gamma \cdot S} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ -\frac{\gamma \cdot S}{z_0 \cdot (r_n + j \cdot k)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix}.$$
(3)

Význam veličin je následující:

 ϕ [m².s⁻¹] rychlostní potenciál

 ρ [kg.m⁻³] hustota prostředí

x [m] podélná souřadnice zvukovodu

t [s] čas

S [m²] plocha průřezu zvukovodu

 c_0 [m.s⁻¹] rychlost šíření zvuku v prostředí

 r_s [kg.m⁻³.s⁻¹] specifický akustický odpor zvukovodu na jednotku délky

 γ [m⁻¹] komplexní exponent závislý na frekvenci a tlumení

 ω [s⁻¹] úhlová frekvence harmonického signálu.

Vokální trakt lze rozdělit na soustavu $N_{\rm E}$ elementů. Pak lze psát

$$\begin{bmatrix} p_{N_E+1} \\ W_{N_E+1} \end{bmatrix} = \underline{T}_{N_E+1,1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix} = \underline{T}_{N_E+1,N_E} \cdot \underline{T}_{N_E,N_E-1} \cdot \dots \cdot \underline{T}_{i+1,i} \cdot \underline{T}_{i,i-1} \cdot \dots \cdot \underline{T}_{2,1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix}$$
(4)

Přenosovou matici mezi vstupem a výstupem lze obecně zapsat ve tvaru:

$$\underline{T}_{N_E+1,1} = \begin{bmatrix} {}^{11}t_{N_E+1,1} & {}^{12}t_{N_E+1,1} \\ {}^{21}t_{N_E+1,1} & {}^{22}t_{N_E+1,1} \end{bmatrix}.$$
(5)

Pro výpočet časového průběhu na výstupu je třeba znát časový průběh veličin na vstupu. V našem případě předepsaného průběhu objemové rychlosti na vstupu a nulového akustického tlaku na výstupu dopočítáme tlak na vstupu z celkové přenosové matice $T_{N_E+1,1}$ a z podmínky

$$0 = {}^{11}t_{N_E+1,1} \cdot p_1 + {}^{12}t_{N_E+1,1} \cdot W_1$$
(6)

Protože akustický tlak na výstupu ve skutečnosti nulový není, byly do výpočtu zahrnuty ztráty vyzařováním z úst do prostoru. K tomu byl použit vztah pro vyzařovací mechanickou impedanci pístově kmitající kruhové membrány (Škvor, 2001):

$$Z_{mv} = \rho \cdot c_0 \cdot S \cdot \left(1 - \frac{J_1(2kR)}{kR} + j \frac{H_1(2kR)}{kR} \right), \tag{7}$$

kde $k \text{ [m}^{-1}\text{]}$ je vlnové číslo

$$k = \frac{\omega}{c_0},\tag{8}$$

 J_1 je Besselova funkce 1. řádu, H_1 je Struveho funkce 1. řádu.

Pro $(kR) \ll 1$, tedy pro nižší frekvence, lze vztah (7) přibližně přepsat do tvaru:

$$Z_{mv} = \rho \cdot c_0 \cdot S \cdot \frac{(kR)^2}{2} + j \cdot \omega \cdot \rho \cdot \frac{8R}{3\pi} \cdot S.$$
(9)

Toto zjednodušení vede ke zrychlení výpočtu za cenu menší přesnosti, jak je patrné z Obr.1 a 2. Avšak při buzení L-F pulsy mají vyšší harmonické složky jen velmi malé amplitudy (viz. Obr.4) a chyba se tak prakticky neprojeví.



Obr.1 – Reálná část vyzařovací impedance

Obr.2 - Imag. část vyzařovací impedance

Reálnou část impedance (odpor) lze přepočíst na normovaný specifický akustický odpor a ten aplikovat na válcový element nahrazující reakci prostředí. Poloměr tohoto elementu zůstane stejný jako poloměr posledního elementu v původní soustavě. Jeho délku lze vypočíst z imaginární části impedance, která odpovídá spolukmitající hmotnosti podělené úhlovou frekvencí.

Podmínku nulového akustického tlaku je pak možno přesunout za tento element a tlak na vstupu dopočítat z podmínky

$$0 = {}^{11}t_{N_E+2,1} \cdot p_1 + {}^{12}t_{N_E+2,1} \cdot W_1, \qquad (10)$$

přičemž za výstupní považujeme hodnoty před náhradním elementem p_{N_E+1} a W_{N_E+1} .

Na všechny ostatní elementy byl aplikován model frekvenčně závislých viskózních ztrát podle formule (Škvor, 1987):

$$r_{\rm s} = \frac{\sqrt{2 \cdot \omega \cdot \mu \cdot \rho}}{R},\tag{11}$$

kde značí

 μ [N.s.m⁻²] dynamickou viskozitu prostředí *R* [m] poloměr cylindrického elementu.

Při napojení nosního traktu je soustava zvukovodů rozdělena na dvě větve, přičemž v místě rozdělení zůstává akustický tlak ve všech větvích stejný a objemová rychlost (objemový tok) se rozdělí ve stejném poměru jako je poměr plochy průřezů obou větví.

Pro výpočet vstupního tlaku byla, stejně jako v neděleném modelu, použita známá vstupní rychlost a podmínka nulového tlaku za vyzařovacím elementem v rovině úst. Celková přenosová matice mezi rovinou hlasivek a rovinou úst $\underline{T}_{N_E+2,1}$ se ovšem vlivem rozvětvení změní.

3. Vstupní veličiny – náhrada hlasivek

Funkce hlasivek byla nahrazena tím, že na vstupu vokálního traktu byl zadán časový průběh objemové rychlosti W [m³.s⁻¹] vzduchu podle Liljencrants-Fantova modelu. Tento model předpokládá periodický průběh objemového zrychlení a_w [m³.s⁻²], jež popisuje zvlášť ve dvou časových intervalech:

$$a_w(t) = {}^{t}a_w(t) = E_0 \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t) \qquad , 0 \le t < t_e$$
(12)

$$a_W(t) = {}^{II}a_W(t) = -\frac{E_e}{\varepsilon \cdot t_a} \cdot \left(e^{-\varepsilon \cdot (t-t_e)} - e^{-\varepsilon \cdot (t_c - t_e)}\right), t_e \le t < t_c.$$
(13)

Integrací vztahů (12) a (13) byl získán vztah popisující průběh objemové rychlosti a ten byl pomocí Fourierovy řady rozložen na řadu harmonických signálů, které je možno použít při výpočtu metodou přenosových matic. Časový průběh konkrétně uvažované objemové rychlosti je zobrazen na Obr.3, amplitudy jednotlivých harmonických složek pak na Obr.4.



Obr.3 – Vstupní "Liljencrants-Fantův" puls objemové rychlosti, 100 Hz



Konstanty v rovnicích (12) a (13) byly zvoleny následovně: $E_0 = 0,063689 \ m^3 s^{-1}; \ E_e = 0,4 \ m^3 s^{-1}; \ \alpha = 519,346 \ s^{-1}; \ \varepsilon = 1677,662 \ s^{-1}; \ \omega = 2 \cdot \pi \cdot 100 \ s^{-1}; \ t_a = 0,000282 \ s; \ t_e = 0,006 \ s; \ t_c = 0,01 \ s.$

4. Porovnání výsledků s 3D MKP modelem

Výsledky získané pomocí 1D modelu traktu byly porovnány s výpočtem pomocí 3D MKP modelu (Vampola et al., 2005). Tento model byl vytvořen tak, aby co nejvěrněji zachoval skutečnou geometrii traktu získanou metodou magnetické rezonance (Dedouch et al., 2003). Oba modely jsou na Obr.5 a 6. Uvažována byla velikost propojení nasální a ústní dutiny daná plochou $S = 134 \text{ mm}^2$.





Obr.5 - 3D model vokálního a nosního traktu pro výpočet MKP



Ve 3D MKP modelu byla do výpočtu zahrnuta vyzařovací impedance i pohltivost stěn. Geometrie vokálního traktu odpovídá fonaci české samohlásky /a/. 1D model byl složen z válečkových elementů, jejichž plocha průřezu je rovna ploše řezů 3D modelu.

Přenosové funkce mezi vstupními signály v rovině hlasivek a odezvou v rovině úst vypočtené pro buzení širokopásmovým krátkým pulsem jsou na Obr.7 pro 3D model a na Obr.8 pro 1D model, který byl buzen harmonickým signálem ve frekvenčním pásmu od 5 Hz do 5 kHz. Je patrná shoda rezonančních vrcholů při frekvencích zhruba 600 Hz, 1000 Hz, 2800 Hz, 3600 Hz. Dále je zřejmé, že 1D model nepostihl rezonanci zhruba kolem 1400 Hz, která odpovídá kmitání pouze v nosní dutině (viz. Obr.9).



Obr.7 - Spektrální výkonová hustota odezvy traktu na širokopásmové buzení, 3D MKP



Obr.8 - Spektrální výkonová hustota odezvy traktu na širokopásmové buzení, 1D MPM





Obr.10 – Třetí vlastní tvar kmitu, 1D MPM

Výsledky získané oběma metodami se dále shodují do frekvence okolo 3,5 kHz, kdy nastává šíření vln i v příčném směru, které 1D model nemůže postihnout.

Obálky spektrální výkonové hustoty akustického tlaku na výstupu traktu při buzení LFpulsem jsou na Obr.11 a 12. Stejně jako u odezvy na širokopásmový puls je zda patrná shoda vlastních frekvencí až do 3,5 kHz kromě frekvence 1400 Hz.



Obr.11 – Spektrální výkonová hustota akustického tlaku na výstupu, 3D MKP



Obr.12 – Spektrální výkonová hustota akustického tlaku na výstupu, 1D MPM

5. Závěr

Byl proveden výpočet akustických charakteristik mužského vokálního traktu ve spojení s nosním traktem jednodimensionální metodou přenosových matic. Model byl sestaven pro samohlásku /a/ pomocí válečkových elementů. Při výpočtu byly uvažovány frekvenčně závislé viskózní ztráty a vyzařovací impedance pro šíření od úst do okolního prostředí. Vypočtená odezva na širokopásmové buzení a spektrum výstupního signálu bylo porovnáno s výsledky získanými 3D MKP modelem. První, druhý, čtvrtý a pátý rezonanční vrchol vypočtený 3D MKP modelem odpovídají prvním čtyřem rezonančním vrcholům vypočteným 1D modelem. 1D model však nepostihne třetí rezonanční vrchol a všechny nad 3,5 kHz, kdy dochází k příčným tvarům kmitu.

6. Poděkování

Příspěvek byl zpracován díky podpoře grantového projektu GA ČR 106/04/1025 "Modelování vibroakustických systémů se zaměřením na vokální trakt člověka".

7. Literatura

Merhaut, J. (1971) Teoretické základy elektroakustiky, Academia, Praha

- Škvor, Z. (1987) Elektroakustika měření I, Ediční středisko ČVUT, Praha
- Škvor, Z. (2001) Akustika a elektroakustika, Academia, Praha
- Fant, G., Liljencrants, J., Lin, Q. (1985) A four parameter model of glottal flow, in: STL-QPSR 4, Sweden, pp.1-13
- Vampola, T., Horáček, J., Veselý, J., Vokřál, J. (2005) Modelling of influence of velopharyngeal insufficiency on phonation of vowel /A/, in: PROCEEDINGS Models and analysis of vocal emissions for biomedical applications, (C. Mafredi ed.), FIRENZE UNIVERSITY PRESS, pp.43-46
- Dedouch, K., Švec, J.G., Horáček, J., Kršek, P., Halík, P., Vokřál, J. (2003) Akustická analýza mužského vokálního traktu pro české samohlásky, in: SBORNÍK XIV. foniatrické dny Evy Sedláčkové, AUDIO-FON CENTR, s.r.o., Brno, pp.60-63
- Radolf, V., Vampola, T. (2004) Analýza vokálního traktu člověka pomocí metody přenosových matic, in: PROCEEDINGS Interaction and feebacks 2004, Ústav termomechaniky AVČR, Praha, pp.135-142