

INFLUENCE OF LINEAR AND NONLINEAR DAMPING ON THE STABILITY OF MOTION OF KINEMATIC PAIRS OF GEARS

M. Hortel, A. Škuderová *

Summary: *The damping of dynamic phenomena in the structural complicated mechanical systems with different i.e. rigid or liquid substances of elements is the matter till this time generally recondit. The contribution deals therefore both qualitative and quantitative with the model of different combinations of linear and nonlinear - quadratic and cubic - damping both in the phase of normal gear mesh and in the phase of dynamic tuning when happens to contact bounces of tooth faces in gear mesh and to following contacts with impacts.*

1. Úvod

Současný světový, a o to více perspektivní, vývoj moderních strojů směřuje svými požadavky k symbióze parametrů dvou extrémních oblastí. Jsou to na jedné straně požadavky na maximální výkony strojů při vysokých otáčkách, na straně druhé pak požadavky na jejich minimální dimenze a hmotnosti při zachování provozní spolehlivosti, bezpečnosti a životnosti.

Výše uvedeným zdánlivě protichůdným extrémním požadavkům vyhovují v současné době nejvíce, z převodových mechanických systémů s kinematickými vazbami – ozubenými koly, systémy s děleným či větveným tokem výkonu. Jejich projektování musí být proto založeno na dokonalé znalosti dynamických jevů, které se mohou v těchto lehkých slabě a silně nelineárních parametrických soustavách vyskytovat.

Nelineární dynamika parametrických, tj. heteronomních systémů tvoří v posledních několika desetiletích zvláštní, vysoce aktuální obor, který je dominující zejména u planetových převodových mechanismů s kinematickými vazbami v leteckých vysokootáčkových turbovrtulových pohonných konstrukcích.

Předmětem příspěvku, který tematicky navazuje na referát, přednesený na konferenci „Inženýrská mechanika 2005“, je analýza vlivu tlumících vlastností jak materiálu v záběru ozubení, tak i mazacího olejového prostředí v zubové mezeře při odskoku v záběru se nacházejících zubových profilů.

* Ing. Milan Hortel, DrSc., Ing. Alena Škuderová, Ph.D., Ústav termomechaniky AV ČR, Dolejškova 5, 18200 Praha 8; tel.: +420.266 053 803, fax: +420.286 584 695; email: hortel@it.cas.cz; skuder@it.cas.cz

Problematika tlumení dynamických jevů obecně v materiálových strukturách tuhé či tekuté fáze není dosud obecně známá. O to složitější se pak jeví úlohy, které řeší tyto záležitosti v soustavách s časově proměnlivými tuhostmi s tvarovou složitostí prvků dané soustavy, jak je tomu například u kinematických vazeb s ozubenými koly, tj. ozubení, věnce a disky s vylehčujícími otvory. To se týká i tlumících vlastností teplotně závislých mazacích tekutin – olejů, včetně složitých tribologických poměrů v záběru ozubení.

Tlumení at' materiálové v záběru ozubení, tak i viskózní vlivem mazacího olejového prostředí v zubové mezeře při odskoku zabírajících zubových profilů bude v dalším uvažováno jednak lineární, jednak nelineární kvadratické, kubické, případně jejich kombinace. Dynamika pohybu v záběru bude sledována na zvláštním případě jedné větve simulačního modelu soustavy s děleným tokem výkonu pro vybranou frekvenční oblast rezonanční charakteristiky.

Planetové převodové systémy tvoří vysoce zajímavou oblast zejména pro všechny vysokootáčkové mobilní aplikace vzhledem k jejich malým dimenzím, hmotnostem a možnostem přenosu velkých výkonů. Uplatňují se především v leteckém a automobilovém průmyslu, jakož i v průmyslu obranném u těžkých pásových vozidel s omezeným konstrukčním prostorem pro motorové a převodové systémy.

Problematika konstrukce planetových převodových systémů spočívá, podobně jako u jiných převodových systémů, zejména na

- a) vyšetření – analýze dynamických silových poměrů,
- b) pevnostním dimenzováním prvků planetových systémů včetně ozubených kol,
- c) na tribologické analýze složitých záběrových a mazacích podmínek při pohybu valení – smyk,
- d) analýze tlumících vlastností použitých materiálů u prvků soustav jakož i u mazacích médií, atd.

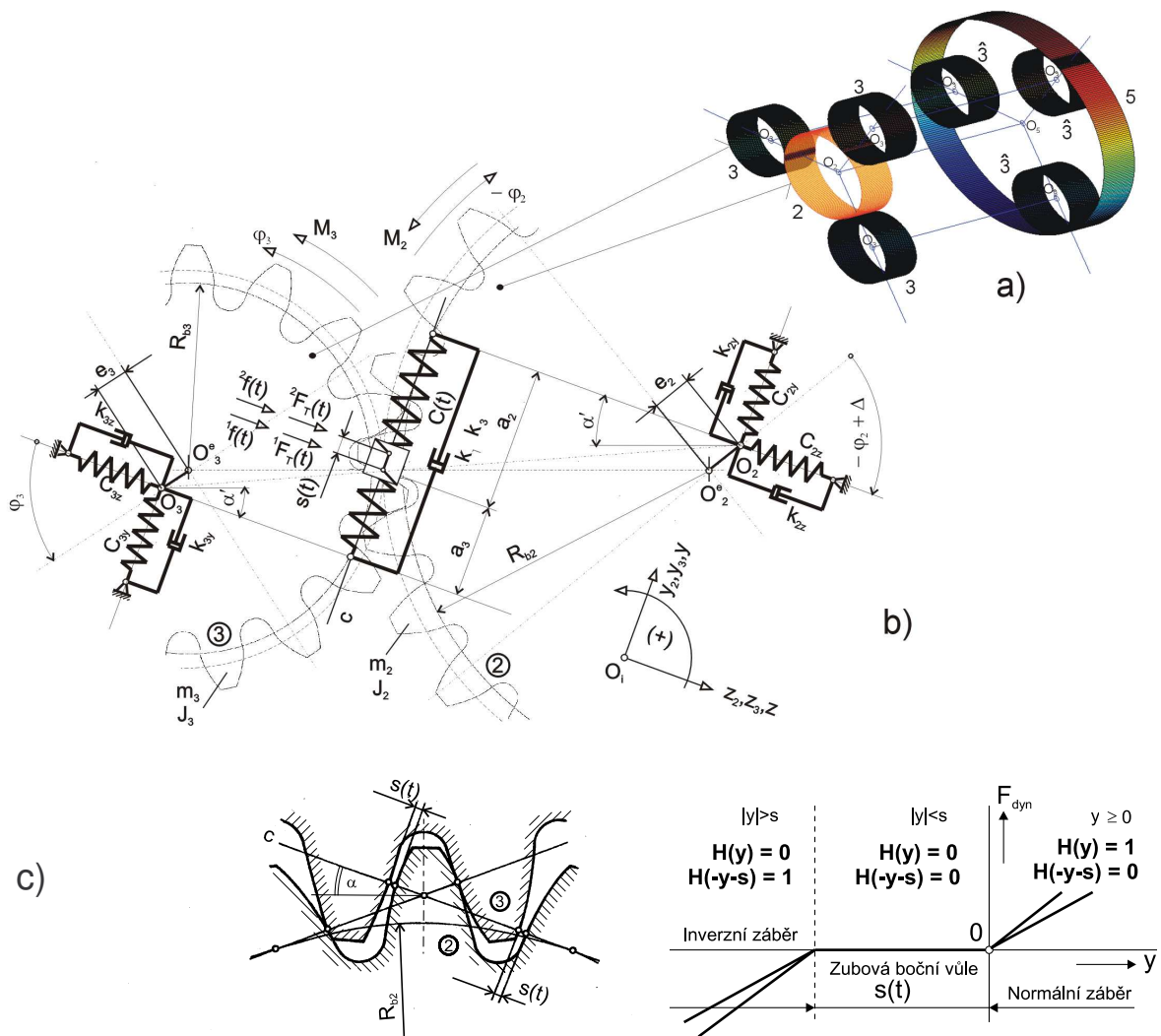
2. K matematicko-fyzikálnímu modelu kinematické dvojice ozubených kol jedné větve pseudoplanetové soustavy

Přesnější modelování takových soustav vede při hmotnostní diskretizaci jakož i vlivem existence různých slabých – analytických a silných – neanalytických nelinearit, jako je např. vliv technologických bočních zubových vůlí, a dále při parametrických budících zdrojích na matematicko-fyzikální modely, jejichž pohyby lze popsat obyčejnými deterministickými nelineárními diferenciálními rovnicemi s časově proměnlivými koeficienty tvaru [1],[4]

$$M\ddot{\mathbf{v}} + {}_1K(\beta, \delta_i, H)\dot{\mathbf{v}}' + \sum_{K_1 > 1} {}_{K_1}K(D, D_i, H) |\mathbf{w}'(\mathbf{v}')|^{K_1} \text{sgn}(\mathbf{w}'(\mathbf{v}')) + {}_1C(\varepsilon, \kappa, Y_n, U_n, V_n, H, \tau)\mathbf{v} + \sum_{K > 1} {}_KC(\varepsilon, \kappa, I_n, H, \tau)\mathbf{w}^K(\mathbf{v}) = \mathbf{F}(a_n, b_n, \bar{\varphi}, H, \tau). \quad (1)$$

Zde představuje $\mathbf{v}$ obecně m-dimenzionální vektor pohybu soustavy, $\mathbf{w}^K(\mathbf{v})$ je K-tá mocnina vektoru $\mathbf{v}$, která je definovaná vztahem $\mathbf{w}^K(\mathbf{v}) = \mathbf{D}(\mathbf{w}(\mathbf{v})\mathbf{w}^{K-1}(\mathbf{v}))$, přičemž $\mathbf{D}(\mathbf{w}(\mathbf{v}))$ je diagonální matice, ve které jsou prvky na hlavní diagonále tvořeny prvky vektoru $\mathbf{w}(\mathbf{v}) \equiv \mathbf{v}$.

Dále je $\mathbf{M}$ matice hmotnostních a setrvačných sil, ${}_1\mathbf{K}$ a ${}_K\mathbf{K}$ jsou maticemi lineárních, příp. nelineárních tlumících sil, ${}_1\mathbf{C}$ a ${}_K\mathbf{C}$ pak maticemi kvazilineárních resp. nelineárních vratných sil a $\mathbf{F}(\tau)$ je vektorem nepotenciálního vnějšího buzení s budícími koeficienty a_n, b_n a $\bar{\varphi}$ fázový úhel. H je Heavisideova funkce, která umožňuje v kompaktním tvaru řešit pohyby – rázy jako důsledek silných neanalytických nelinearit vlivem existence technologických bočních vůlí $s(\tau)$ ozubení. Příslušné lineární resp. nelineární tlumící součinitele jsou označeny β, δ_i resp. D, D_i , lineární parametrické funkce symboly Y_n, U_n, V_n a nelineární parametrické funkce tzv. parametrické nelinearity symboly I_n . ε a κ představují součinitele trvání záběru a amplitudovou modulaci výsledné tuhostní funkce v ozubení ${}_1\mathbf{C}(\tau)$. Derivace podle bezdimenzionálního času τ jsou značeny čárkami, $\tau = \omega_c t$, přičemž $\omega_c \dots$ záběrová frekvence, $t \dots$ čas.



Obr.1 - Náhradní matematicko-fyzikální model kinematické dvojice ozubených kol – (b) pseudoplanetové soustavy s dvojnásobnými satelity - (a), technologická boční zubová vůle a hodnoty Heavisideových funkcí H v oblastech zubového záběru s vůlemi (c).

Relativní pohyb v záběru se nacházejícího ozubení, tj. ve směru záběrové přímky, lze pro obecnou elasticky uloženou soustavu s pohyby podpor $\{y_{3,2}; z_{3,2}\}$ páru ozubených kol 3,2 při respektování tzv. házivosti roztečných kružnic, které jsou modelovány výstřednostmi $e_{3,2}$, napsat ve tvaru [1]

$$y(\tau) = R_{b3}\varphi_3 + R_{b2}\varphi_2 + y_3 - y_2 + e_3 \sin \varphi_3 - e_2 \sin(\Delta - \varphi_2) + {}^{1,2}f(\tau), \quad (2)$$

kde ${}^{1,2}f(\tau)$ je chybová funkce, čili odchylka tvaru ozubení od ideální evolventy, Δ je fázový úhel natočení mezi výstřednostmi $e_{3,2}$ a $R_{b3,2}$ jsou poloměry základních kružnic. Tento relativní pohyb tvoří míru dynamického zatížení v záběru se nacházejícího ozubení, neboť dynamická síla $F_{dyn} = {}_1C(\tau)y(\tau)$.

V průběhu střídání obecně k a $k+1$ párů zubů v záběru dochází na záběrové dráze k periodickým změnám v průběhu výsledné funkce tuhosti $C(t)$.

Analytický tvar výsledné parametrické funkce čelního přímého ozubení v záběru můžeme např. pro $\varepsilon \in \langle 1; 2 \rangle$ vyjádřit Fourierovou řadou ve tvaru [6]

$$C(t) = C_s + \frac{C_{max}(1-\kappa)}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi n} (-1)^n \sin n[(\varepsilon - 2)\pi] \cos n\omega_c t, \quad (3)$$

kde střední tuhost je definována

$$C_s = \kappa C_{max} + \frac{C_{max}(1-\kappa)}{2} [1 + (2\varepsilon - 3)]. \quad (4)$$

Symbol $\kappa = C_{min} C_{max}^{-1}$ představuje amplitudovou modulaci výsledné tuhostní funkce zubů v záběru, přičemž C_{min}, C_{max} představují minimální resp. maximální hodnotu tuhosti v záběru ozubení a ε je součinitel trvání záběru, udávající kolik párů zubů je na záběrové úsečce současně v záběru. V extrémních případech např. $\varepsilon = 1$ je po dobu trvání celého záběru na záběrové dráze pouze 1 pár zubů, v případě $\varepsilon = 2$ jsou po celou dobu v záběru dva páry zubů. Mezi hodnoty ε udávají poměr střídání počtu párů zubů v záběru na záběrové dráze. Ve Fourierově řadě (3) ε udává časový poměr střídání minimální a maximální výsledné tuhosti C_{min}, C_{max} během záběru. Tato skutečnost se v dynamice soustavy výrazně projevuje velikostí amplitudy relativního pohybu v záběru. Ta je ovlivněna časovou délkou působení záběru na té které potenciální tuhostní hladině příslušné vratné síly. V tuhosti zubů bude v další aplikaci respektována pouze tuhost vlastních zubů a vetknutí do tuhého poloprostoru, vřence a kotouče (disky) jsou uvažovány absolutně tuhé.

Řešení pohybových rovnic (1) uvažovaného modelu a analýza jeho dynamického chování byly provedeny v tomto pojednání numericky na simulačním modelu soustavy v prostředí MATLAB/Simulink [5].

3. Ukázky analýzy zvláštních případů tlumení

Tlumení či tlumící síly v dynamice mechanických systémů tvoří významnou složku, která kvalitativně a kvantitativně ovlivňuje dynamické chování reálných soustav. Je to souhrn nevratných procesů, při kterých se část mechanické energie ztrácí – rozptyluje.

Analýza dynamických podmínek v daných soustavách je ztížena tím, že nejsou dosud ani teoreticky ani experimentálně dostatečně známé tlumící zákonitosti a jejich vlastnosti jak ve vlastní mazací vrstvě mezi boky v záběru se nacházejících zubů, tak i v části materiálového tlumení tvarově složitých věnců a disků ozubených kol. Problematika je u soustav s kinematickými vazbami – ozubenými koly ztížena ještě přítomností časově variabilních – parametrických výsledných tuhostí ozubení v záběru. Zde pak hrají důležitou úlohu i časy, po který se záběr nachází na té či oné potenciální hladině funkce $C(\tau)$, jakož i na příslušném frekvenčním naladění soustavy vůči maximální či minimální tuhostní hladině C_{min}, C_{max} .

Analyzovaná soustava je zde buzena pouze ryze potenciální parametrickou funkcí $C(\tau)$ v záběru se nacházejícího čelního ozubení s přímými zuby. Vnější *nepotenciální* budící funkce $F(a_n, b_n, \bar{\varphi}_n, H, \tau)$, viz rovnice (1), která obsahuje i účinek odchylky tvaru boků od ideální evolventy v záběru se nacházejícího ozubení a je v rámci vyšetřování tzv. vnitřní

dynamiky soustav s ozubenými koly dalším uvažovaným budícím zdrojem kmitů, je v tomto pojednání pokládána za nulovou. Bude sledován pouze vliv časového kolísání – změny kvazilineární tuhosti ${}_1C(\varepsilon, \kappa, Y_n, U_n, V_n, H, \tau)$ a nelineární kvadratické ${}_2C(\varepsilon, \kappa, I_n, H, \tau)$ na tlumící síly tvaru

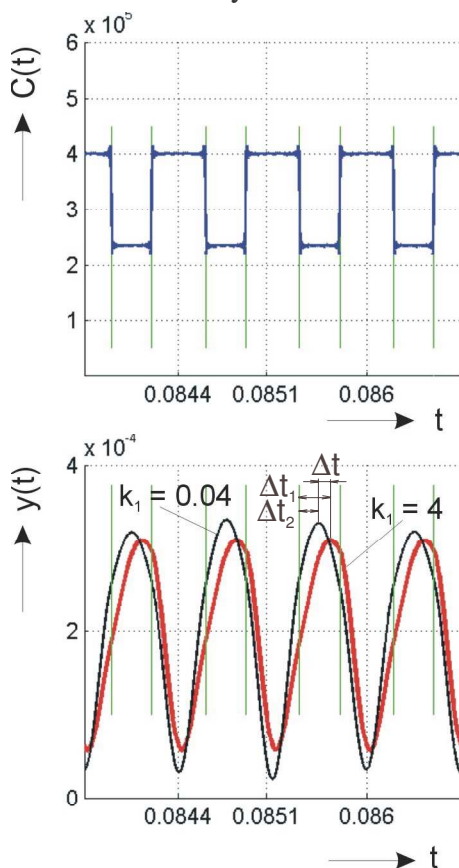
$${}_1K(\beta, \delta_i, H)y' + \sum_{K_1 \geq 1} {}_1K(D, D_i, H)|y'|^{K_1} \operatorname{sgn}(y')$$

pro $K_1 = 2, 3$, tj. kvadratické a kubické tlumení, viz rovnice (1).

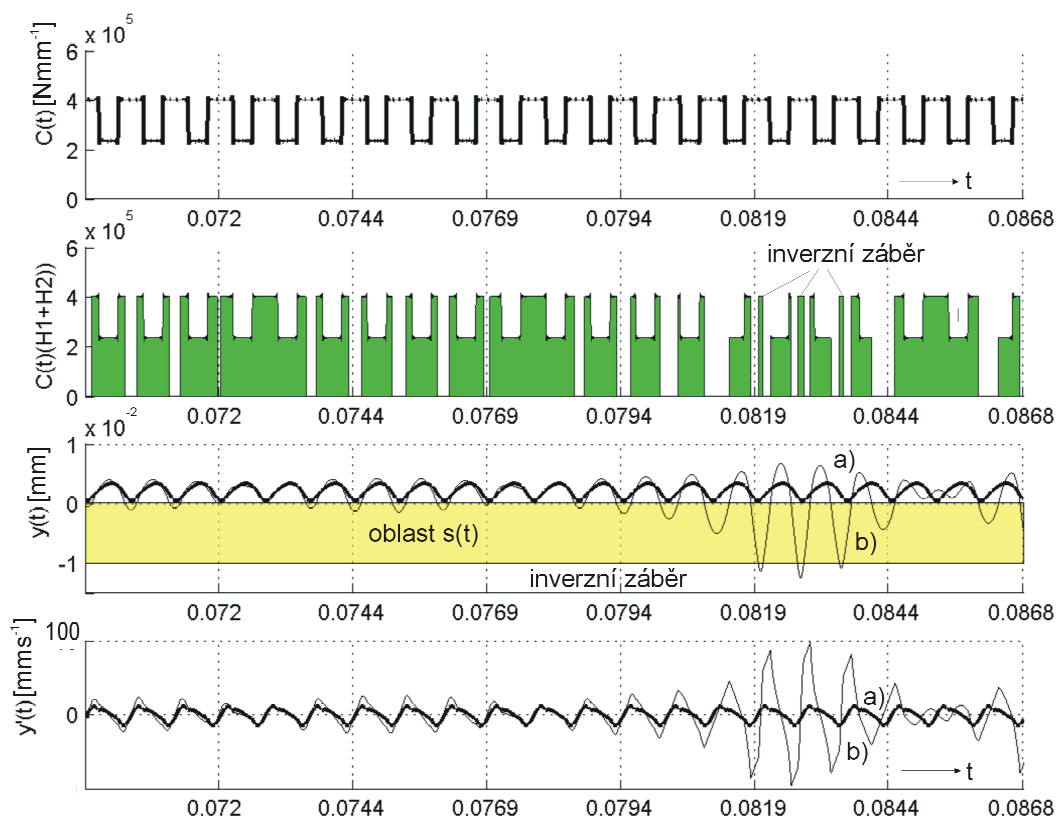
Protože problematika tlumení v tak tvarově složitých částech převodových systémů není dosud jak teoreticky, tak experimentálně dostatečně známa, budou následující ukázky řešení pro kvalitativní posouzení uvedeny jak pro hodnoty β, δ_i, D, D_i poměrného tlumení z širší oblasti jeho možného spektra výskytu $\langle 0; 0.6176 \rangle$ [7], tak i pro různou kvalitu tlumení, která je představována lineárními, kvadratickými, kubickými funkcemi a jejich kombinacemi.

Toto pojednání vychází ze studií [8], [7], [9]. Jsou tam řešeny otázky vlivů jednak časových fázových posuvů mezi amplitudou relativního pohybu $y(\tau)$ v důsledku tlumení (tlumících sil) během dynamického pochodu normálního nebo inverzního záběru ozubení dané soustavy, viz obr. 2, jednak vliv odskoků boků zubů nacházejících se v záběru během rázových jevů, viz obr. 3. Časový posuv a fyzikální vlastnosti výsledné tuhostní funkce je závislý pouze

na technických parametrech dané soustavy. Fázový posuv styku amplitudy relativního pohybu $y(\tau)$ vůči tuhostní funkci $C(\tau)$ je však závislý též od doby, kdy boky zabírajících zubů

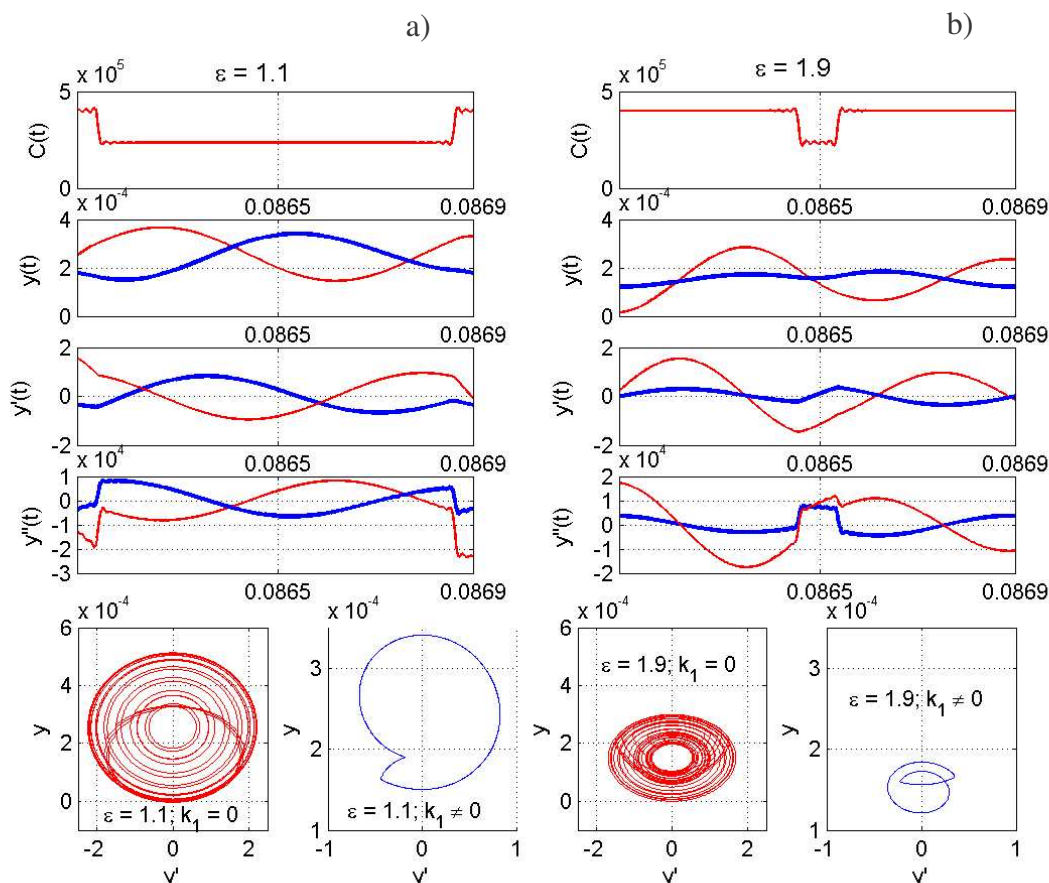


Obr.2 – Ukázka fázového posuvu průběhů relativních pohybů $y(t)$ vůči parametrické budící funkci $C(t)$ v důsledku velikosti součinitelů lineárního materiálového tlumení k_1 .



Obr.3 – Ukázka časového průběhu výsledné tuhosti $C(t)$ v záběru se nacházejících párů zubů a modifikovaná funkce tuhosti $C(t)(H1+H2)$, relativního pohybu $y(t)$ zubů v záběru, jeho rychlosti $y'(t)$ pro dvě varianty funkce tlumení a) $(3/2)^2 D |y'(t)|^2 \text{sgn}[y'(t)](H1+H2)$; b) $(3/2)^2 D y'(t)^2 (H1+H2)$.

vlivem dynamického děje pohybu soustavy od sebe odlehnou a po průběhu děje v zubové mezeře $s(\tau)$ se opět s rázem spojí. Děj pak pokračuje s příslušným dynamickým naladěním na té či oné tuhostní hladině parametrické funkce $C(\tau)$. Intenzita možnosti rozvinutí tvaru relativního pohybu $y(\tau)$ pak závisí nejen na okamžitém frekvenčním naladěním soustavy, na té či oné tuhostní hladině C_{min}, C_{max} , ale též od místa opětovného styku profilů boků zubů na průběhu $C(\tau)$, tj. na délce pohybu na příslušné tuhostní hladině, viz obr.4. Tento průběh popsané činnosti je řízen tzv. modifikovanou funkcí tuhosti $C(\tau)(H1+H2)$, kde $H1, H2$ jsou Heavisideovy funkce, viz obr.3. Tato představuje ve fázi normálního a rázového jakož i ve fázi rázového jevu a záběru inverzního vlastní potenciální budící zdroj. Ve fázi ryze normálního, případně inverzního záběru přejde budící modifikovaná funkce $C(\tau)(H1+H2)$ ve funkci výsledné tuhostní funkce $C(\tau)$, tj. $C(\tau)(H1+H2) \equiv C(\tau)$, kde $H1+H2=1$, jako výhradní budící parametrický potenciální zdroj ve vyšetřované soustavě.



Obr.4 - Ukázka časových průběhů tuhostních funkcí $C(t)$, relativních pohybů $y(t)$, jejich rychlostí $y'(t)$, zrychlení $y''(t)$ a fázových rovin $\{y'; y\}$ pro a) $\varepsilon = 1,1$ a $k_1 = 0; k_1 > 0$; b) $\varepsilon = 1,9$ a $k_1 = 0; k_1 > 0$.

Podívejme se nyní dále podrobněji na účinek jednotlivých variant funkcí tlumení na dynamické vlastnosti vyšetřované nelineární časově heterogenní – parametrické soustavy s kinematickými vazbami, tj. s čelními ozubenými koly s přímými zuby. V tab. 1 jsou naznačeny jednotlivé kombinace lineárního a nelineárního tlumení v záběru ozubení, pro které byly řešeny jednotlivé rezonanční charakteristiky dané mechanické soustavy.

Všechny rezonanční charakteristiky $\{\nu; y\}$ jsou dále řešeny pro parametrickou soustavu jednoho páru ozubených kol v záběru dle obr.1 pro $\varepsilon = 1.569; \kappa = 0.5879; C_{max} = 4 \cdot 10^5 [Nmm^{-1}]; m_{red} = 0.003123 [kg]$. Rovněž všechny hodnoty materiálového tlumení k a hodnoty viskózního tlumení v prostředí zubové mezery k_m jsou uvažovány stejné, tj. $k = k_m = 3.95 [Nmm^{-1}s]$, což odpovídá poměrnému tlumení $\beta, \beta_m, D, D_m = 0.062$, viz rovnice (1).

V obr.5 jsou dle tabulky Tab.1 porovnány rezonanční charakteristiky pro pátou otáčku soukolí a různé kombinace lineárního a), kvadratického b) a kubického c) tlumení, a to jak materiálového k , tak i viskózního k_m v prostředí zubové vůle v závislosti na frekvenčním naladění ν . Všechny tři varianty tlumení v záběru jsou pak vždy porovnány s rezonančním průběhem netlumené – konzervativní soustavy, který je označen zelenými kroužky.

Tab.1. – Kombinace tlumení v záběru ozubení

	konzerv. systém v záběru	lineární tlumení v záběru - L			kvadratické tlumení v záběru - Kv			kubické tlumení v záběru - Ku			kombinace tlumení v záběru								
											L + Kv			L + Ku			L + Kv + Ku		
k_1	0	×		×							×		×	×		×	×		×
k_2	0				×		×				×		×				×		×
k_3	0							×		×				×		×	×		×
k_{1m}	0		×	×								×	×		×	×		×	×
k_{2m}	0					×	×					×	×					×	×
k_{3m}	0								×	×					×	×		×	×
Symbol označení řešení v obrázcích																			
Obr.5											řešení není dosud ukončeno								

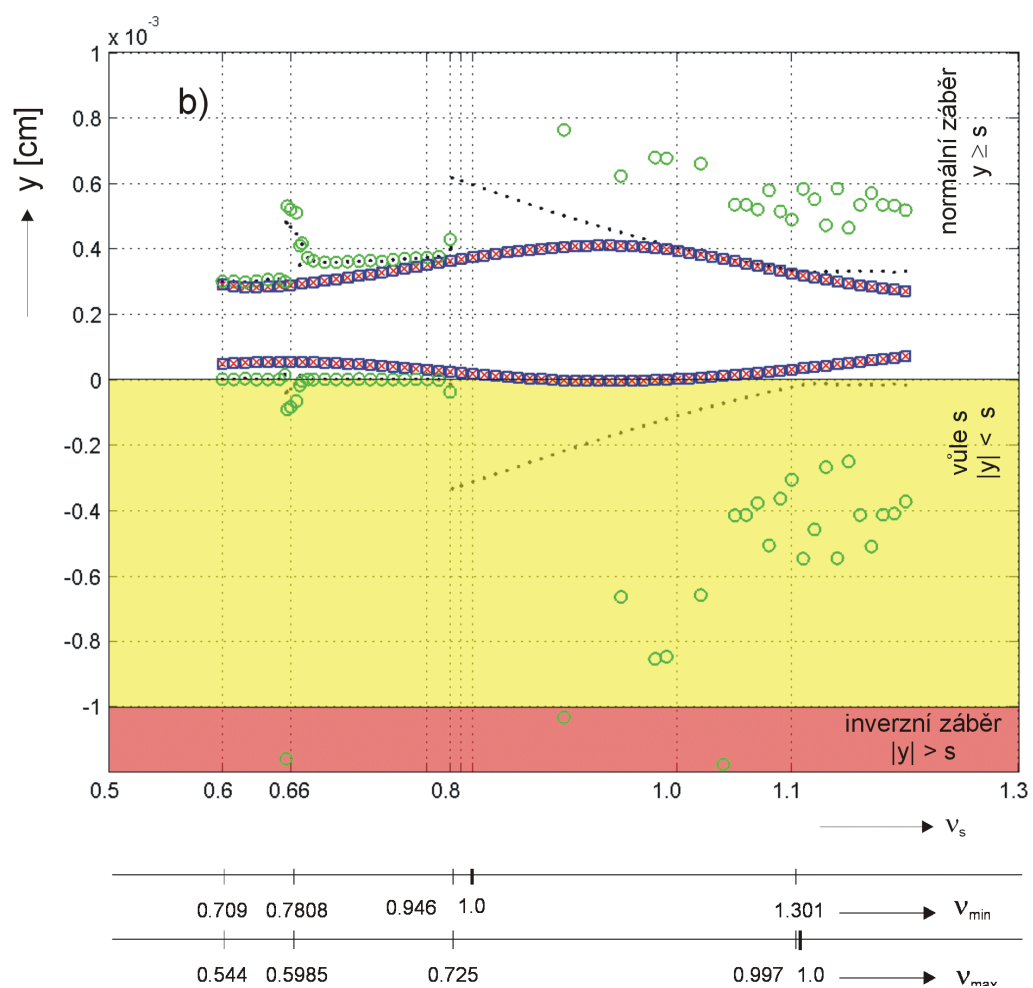
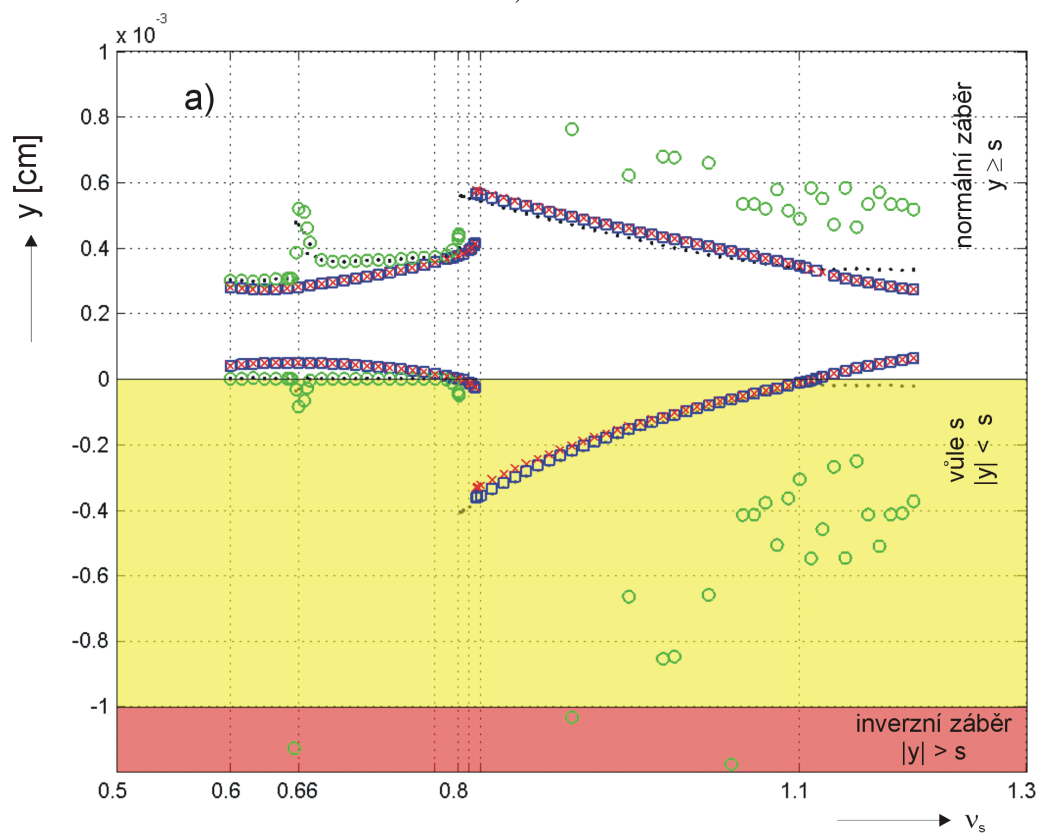
Pozn.:

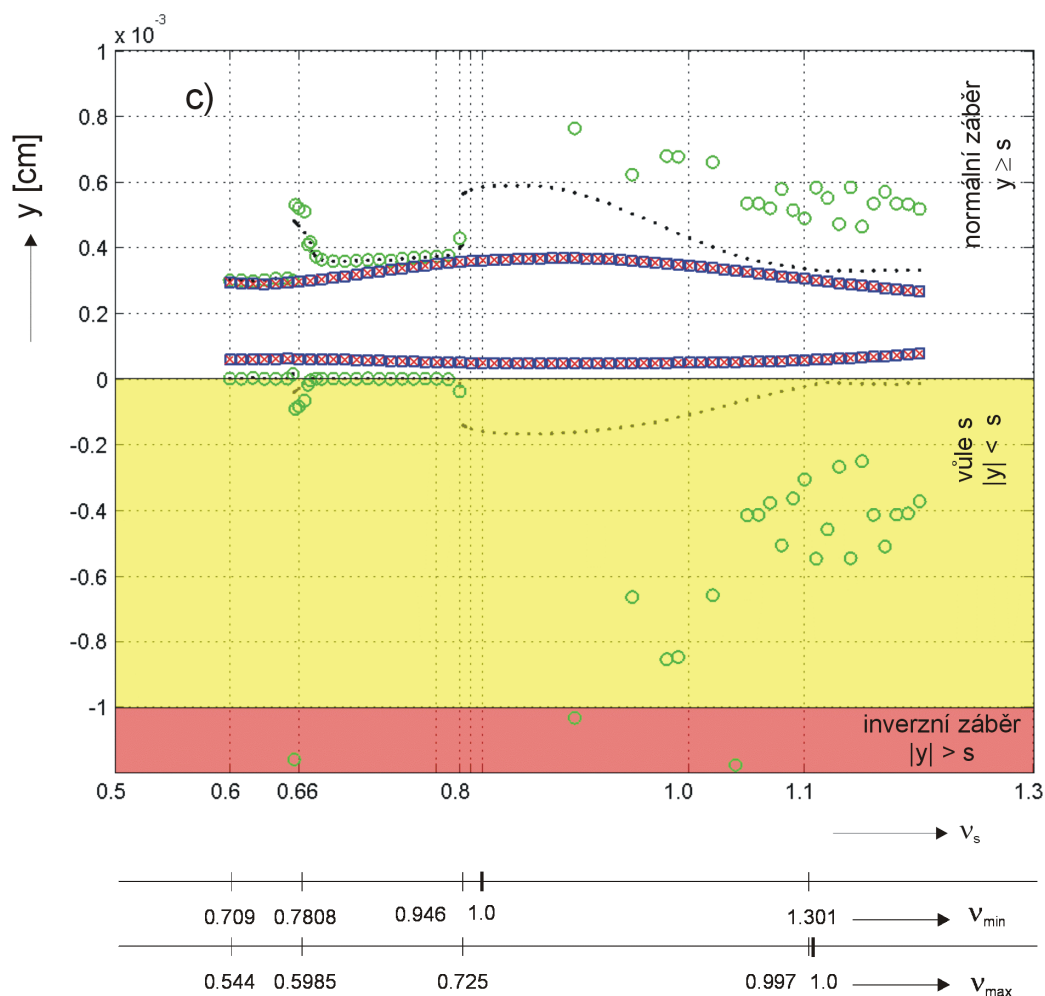
 $k_{1,2,3}$... materiálové tlumení ozubení; 1 – lineární, 2 – kvadratické, 3 – kubické $k_{1m,2m,3m}$... tlumení prostředí v zubové vůli; 1 – lineární, 2 – kvadratické, 3 – kubické

Pro porovnání naladění soustavy jsou v obr.5 uvedeny stupnice ν_s laděné vůči střední hodnotě výsledné tuhosti C_s ozubení v záběru (viz rovnice (4)), jakož i stupnice naladění $\nu_{max} = \omega_c \Omega_{max}^{-1} = \nu_s \Omega_s \Omega_{max}^{-1}$ a $\nu_{min} = \omega_c \Omega_{min}^{-1} = \nu_s \Omega_s \Omega_{min}^{-1}$ vůči maximálním resp. minimálním tuhostem C_{max} resp. C_{min} parametrické funkce $C(t)$ ozubení v záběru, přičemž $\Omega_{max}^2 = C_{max} m_{red}^{-1}$ a $\Omega_{min}^2 = C_{min} m_{red}^{-1}$.

V grafech a),b),c) obr.5 jsou vyznačeny oblasti fází normálních záběrů pro $y \geq 0$ - bílá oblast, fází s odskoky do zubových vůlí s , kde $|y| < s$ - žlutá oblast a fází inverzních záběrů protiboků ozubení, kde $|y| > s$ - červená oblast.

Ve frekvenční oblasti $\nu_s \in \langle 0.6; 0.8 \rangle$ vykazují průběhy pro všechna lineární, kvadratická či kubická tlumení daných hodnot, až na malou oblast v okolí $\nu_s = 0.66$, hladký, tj. spojitý charakter. S výjimkou uvedené singularity vykazuje ozubení kinematické dvojice normální záběr s $y \geq 0$. V okolí $\nu_s = 0.66$ dochází k odlehnutí v záběru se nacházejících boků zubů kol, tj. $y < 0$, u soustavy konzervativní – netlumené jakož i u soustav tlumených, avšak pouze v zubové vůli s , jak s lineárním k_{1m} , tak s kvadratickým k_{2m} či s kubickým k_{3m} tlumením.





Obr.5 – Rezonanční charakteristiky $\{v; y\}$ parametrické – heteronomní soustavy ozubených kol v záběru (viz obr.1) pro kombinaci tlumení ozubení v záběru dle Tab.1 a) konzervativní systém + lineární tlumení, b) konzervativní systém + kvadratické tlumení, c) konzervativní systém + tlumení kubické.

V oblasti $v_s \approx 0.8$ dochází k odlehnutí ($y < 0$), tj. k odskokům boků zubů v záběru u všech druhů kombinací lineárního tlumení, viz obr.5a, v ostatních kombinacích nelineárních tlumení pouze u některých kombinací součinitelů tlumení k , viz obr.5b,c, přičemž pouze u konzervativních systémů dochází k průletu zubovou mezerou s až k záběru protiboků s rázy, tj. k inverzním záběrům ($|y| > s$). Parametrická tuhostní budící funkce $C(t)$ přechází zde v modifikovanou $C(t)(H1+H2)$. Ve všech případech kombinací lineárního tlumení k_1, k_{1m} (obr.5a) dochází pro dané naladění soustavy pouze k odlehnutí boků zubů ($y < 0$) a k opětovnému jejich styku s rázy. V ostatních případech, tj. při kvadratickém k_2, k_{2m} či kubickém k_3, k_{3m} tlumení dochází k odskokům pouze při existenci tlumení k_{2m} a k_{3m} - tečkované průběhy, jak je patrné z obr.5b a 5c. Zbývající rezonanční charakteristiky pro

$\nu_s > 0.8$ a označené modrými čtverečky či červenými křížky vykazují hladké – spojitě průběhy s normálním záběrem divergentního a konvergentního charakteru.

Pro $\nu_s > 0.8$ vykazují průběhy $y(t)$ konzervativního systému chaotický průběh (označený v obr.5a,b,c zelenými kroužky), který vykazuje i inverzní záběr podle daného rezonančního naladění ν .

Tlumení se zde projevuje jak kvantitativně na velikosti amplitud relativního pohybu $y(t)$, tak i kvalitativně na spojitostech a singularitách průběhů v závislosti ještě na mnoha dalších vlivech této složité soustavy, jejichž účinky budou řešeny a analyzovány v dalších studiích.

4. Závěrečné poznámky

Přesto, že ozubené kolo jako technický prvek je znám již více než dva tisíce roků, není problematika dynamiky zejména u vysokootáčkových převodových soustav, ani pro současný stav uspokojivě známá. To se týká nejen vlastního dynamického chování, ale též problematiky pružnosti a pevnosti ozubených kol, tribologických otázek atd. a to jak z pohledu teorie, tak i experimentálního řešení – ověřování.

Ve studii ukázané dílčí výsledky analýzy vlivu tlumení na dynamiku záběru ozubení kinematických dvojic s rázovými jevy tvoří dílčí výsledky analýzy vnitřní dynamiky silně nelineárních parametrických soustav buzených pouze parametricky, tj. zmíněnou časově modifikovanou výslednou tuhostí $C(t)(H1+H2)$ v záběru ozubení.

Bližší analýza vlivu nelineárního parametrického kmitání a vlivu parametrů, tj. tlumení a různých kombinací tlumení na kvalitu a kvantitu amplitudy relativního pohybu $y(t)$ jako míry dynamické síly v ozubení bude předmětem dalšího výzkumu, který dosud není ukončen. Konečné závěry a zákonitosti jevů budou postupně uveřejněny v dalších studiích.

5. Poděkování

Práce vznikla při řešení pilotního projektu Ústavu termomechaniky PP 06 – 361 v rámci výzkumného záměru AVOZ 20760514 za podpory Akademie věd ČR.

6. Literatura

- [1] Hortel, M., Škuderová, A.: K problematice rázových jevů v planetových převodových soustavách s čelním ozubením. In: Dynamika strojů 2005 : Dynamics of machines 2005 : national colloquium with international participation. (Ed.: Pešek, L.), Praha, Ústav termomechaniky AV ČR, 2005, 63-70.
- [2] Hortel, M., Škuderová, A.: K sestavení matematicko-fyzikálního modelu silně nelineární pseudoplanetové soustavy se třemi dvojnásobnými satelity a k řešení jeho dynamických vlastností. I - Analýza pomocí integrodiferenciálních rovnic. In: International Scientific Conference held on the occasion of the 55th anniversary of founding the Faculty of

- Mechanical Engineering of the VSB - Technical University of Ostrava. Session 8 Applied Mechanics. (Ed.: Zapoměl, J. - Sikora, R.), Ostrava, VŠB-TU, 2005, 37-42.
- 3] Hortel, M., Škuderová, A.: K sestavení matematicko-fyzikálního modelu silně nelineární pseudoplanetové soustavy se třemi dvojnásobnými satelity a k řešení jeho dynamických vlastností. II - Numerická analýza v prostředí MATLAB/Simulink. In: International Scientific Conference held on the occasion of the 55th anniversary of founding the Faculty of Mechanical Engineering of the VSB - Technical University of Ostrava. Session 8 Applied Mechanics. (Ed.: Zapoměl, J. - Sikora, R.), Ostrava, VŠB-TU, 2005, 43-48.
- 4] Hortel, M.: Integrodifferentialgleichung in der Analyse von Phänomenen in nichtlinearer parametererregten Systemen. In: Recent Advances in Mechanics of Solids and Fluids, Bd 1-3, Technische Universität Wien, 28. November 1997.
- 5] Škuderová A.: K analýze vnitřní dynamiky silně nelineární parametrické soustavy s kinematickými vazbami. Doktorská dizertační práce, ÚMT FSI VUT Brno, 2003.
- 6] Hortel, M.: Dynamika nelineární soustavy s kinematickými vazbami. N AV ČR, Praha, (v tisku).
- 7] Hortel, M., Škuderová, A.: Lineární a nelineární tlumení v dynamice záběru ozuben kinematických dvojic s rázy. In Sborník konference Opotřebení, spolehlivost, diagnostika 2005, Univerzita obrany Brno, ISBN 80-7231-026-7, str. 61-68.
- 8] Hortel, M., Škuderová, A.: To the analysis of linear and nonlinear damping in gearing systems with impacts. In: Engineering mechanics 2005. (Ed.: Fuis, V. - Krejčí, P. - Návrat, T.), Praha, Ústav termomechaniky AV ČR, 2005, 125-126 [Engineering mechanics 2005 - Svratka 05.05.09-05.05.12]
- 9] Hortel, M., Škuderová, A.: Vliv tlumících vlastností v záběru ozubení na dynamiku nelineárních parametrických soustav s rázy. In: Dynamika strojů 2006 : Dynamics of machines 2006 : National colloquium with international participation. (Ed.: Pešek, L.) Praha, Ústav termomechaniky AV ČR, 2006, 31-40 [Dynamics of Machines 2006 - Praha 06.02.07-06.02.08]