



REFERENCE MODEL FOR VEHICLE DYNAMICS CONTROL

V. Drobný*

Summary: *Reference model means simplified mathematical vehicle model which describes vehicle lateral dynamics. The output of the reference model produces the most optimal trajectory in various driving conditions. The target of the control strategy is to hold the vehicle on this trajectory. This paper describes evaluation of 5 types of reference models and finds the best model for Dynamic Body Control system application. The differences among the reference model types are based on their complexity which starts with the simplest Ackermann model and ends with nonlinear Pacejka model.*

1. Úvod

Rozvoj elektronických řídicích systémů umožňuje stále více posouvat míru bezpečnosti a ovladatelnosti motorových vozidel. Přestože hranice daná maximálním přenosem adhezních sil je nepřekonatelná, je snahou se k této hranici přibližovat a zároveň udržet chování vozidla ve stabilní oblasti spolu se zachováním neutrální odezvy vozidla na vstupním impulzu řidiče – natočení volantu. Další roli zde hraje známá kolize jízdní dynamiky s mírou pohodlí cestujících. Použitím řízených stabilizačních systémů je možné všechny zmíněné požadavky zlepšit při zachování míry pohodlí cestujících. Potenciálem pro dosažení lepší odezvy příčné dynamiky vozidla disponují základní tři systémy aktivní bezpečnosti. Označování systémů vychází z anglických názvů, je nejednotné a v literatuře lze najít četné množství jiných ekvivalentů.

ARS (Active Rear Steering)	přiřizování kol zadní nápravy
VSE (Vehicle Stability Enhancement)	dosažení stáčivého účinku vozidla řízeným brzděním jednotlivých kol, nebo dělením točivého momentu pomocí aktivních diferenciálů
DBC (Dynamic Body Control)	změna rozložení vertikálních sil na jednotlivých kolech pomocí aktivních stabilizátorů, případně pomocí aktivního pérování

Takto zavedené označení používá Hac (2002). Společným předpokladem efektivního fungování všech zmíněných systémů je znalost optimálního dynamického stavu vozidla v každé situaci. Tento stav je generován referenčním modelem, řídicí systém se snaží vhodnými regulačními zásahy udržovat vozidlo v tomto stavu. Základním stavebním prvkem pro řídicí systém je tedy referenční model.

* Ing. Vladislav Drobný: TUV SÜD Auto CZ s.r.o.; Novodvorská 994; 142 21 Praha 4; tel.: +420.239 046 977, fax: +420.239 046 975; e-mail: vladislav.drobny@tuv-sud.cz

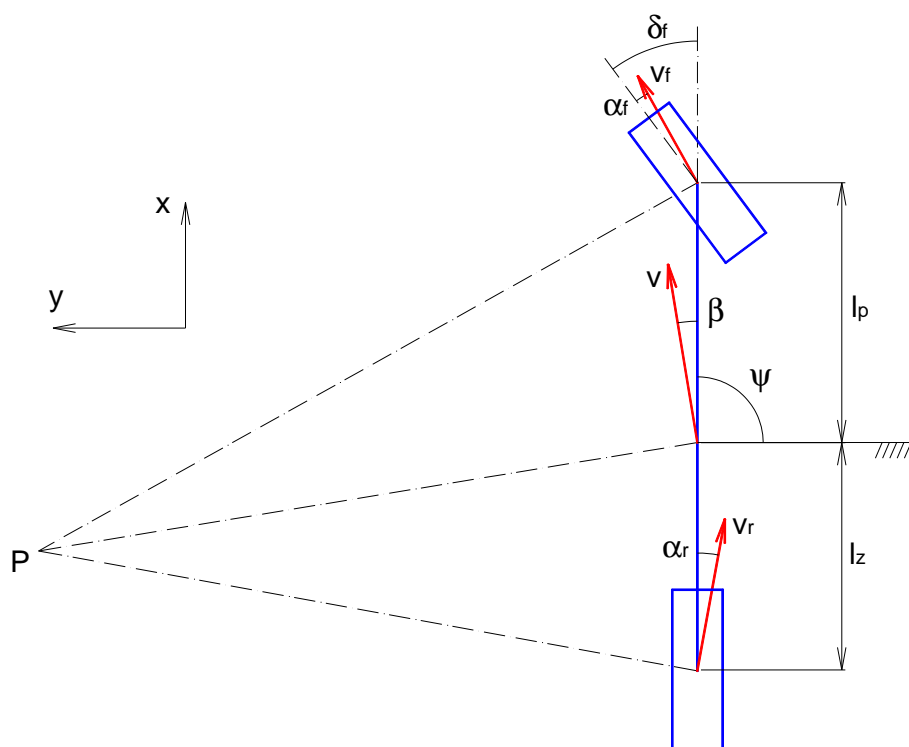
2. Referenční model

Referenčním modelem se rozumí zjednodušený matematický model vozidla (koloběžkový model) pro určení příčného pohybu v rovině xy. Model by měl generovat trajektorii pro příčný pohyb neutrálního vozidla (např. průjezd vozidla zatáčkou, vyhýbací manévr) v závislosti na požadavku řidiče spolu se zohledněním součinitele adheze a rychlosti vozidla.

Bylo sestaveno několik variant referenčních modelů v prostředí softwaru Matlab - Simulink. Modely jsou kvalitativně odstupňovány podle míry zjednodušení od nelineárního modelu využívajícího Pacejkovy formule pro generování skluzových charakteristik až po čistě lineární model.

Dá se předpokládat, že nelineární referenční model s nelineárními skluzovými charakteristikami bude požadovaný jízdní stav vozidla vystihovat nejméně. Smyslem práce je však nalezení nejjednoduššího modelu, který bude věrně sledovat požadavek řidiče bez neočekávaných změn v chování vozidla.

2.1. Matematická formulace



Obrázek1 Matematický model vozidla

Matematický model vozidla vychází z následujících pohybových rovnic:

$$\begin{aligned}
 x: \quad & m\dot{v} \cos \beta - mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \sin \beta - S_f \sin \delta_f = 0 \\
 y: \quad & m\dot{v} \sin \beta + mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cos \beta - S_f \cos \delta_f - S_r = 0 \\
 M: \quad & -J\dot{\psi} + S_f \cdot l_p \cos \delta_f - S_r \cdot l_z = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}\dot{\beta} &= \frac{-m\dot{v} \sin \beta + S_f \cos \delta_f + S_r}{mv \cos \beta} - \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} &= \frac{S_f \cdot l_p \cos \delta_f - S_r \cdot l_z}{J}\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\alpha_f &= \delta_f - \beta - \frac{l_p}{v} \dot{\psi} \\ \alpha_r &= -\beta + \frac{l_z}{v} \dot{\psi}\end{aligned}\quad (3)$$

Legenda:

- β – úhel výchytky vektoru rychlosti od podélné osy vozidla
- ψ – úhel natočení osy vozidla v pevném souř. systému
- δ_f – úhel natočení předních kol
- α_f – úhel směrové úchytky předních kol
- α_r – úhel směrové úchytky zadních kol
- S_f – boční síla přední náprava
- S_r – boční síla zadní náprava
- l_p – vzdálenost PN od těžiště
- l_z – vzdálenost ZN od těžiště
- J – moment setrvačnosti k svislé ose
- v – rychlost vozidla

Podle míry zjednodušení je stanoveno celkem 5 typů referenčních modelů uspořádaných od nejjednoduššího po nekomplexnější.

Ackermann model

Nejjednodušší referenční model neuvažuje skluzu pneumatik, vychází z Ackermannovy teorie stáčení vozidla.

$$\begin{aligned}\beta &= \arctan\left(\frac{l_z}{l} \cdot \operatorname{tg} \delta_f\right) \\ \dot{\psi} &= \frac{v \cdot \sin \beta}{l_z}\end{aligned}\quad (4)$$

Arborio model

Referenční model vychází ze vztahů popsaných v Arborio et. al (2000).

$$\beta = \delta_f \left(\frac{lz}{lp + lz + \frac{v^2(lp + lz)}{v_{ch}^2}} - \frac{v^2}{gC_{S1} \left(lp + lz + \frac{v^2(lp + lz)}{v_{ch}^2} \right)} \right)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\delta_f v}{(lp + lz) \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2} \right)} \quad (5)$$

$$v_{ch} = \sqrt{\frac{C_{S1} C_{S2} (lp + lz)^2}{m(lz C_{S2} - lp C_{S1})}}$$

C_{S1}, C_{S2} linear

Skluzy pneumatik jsou dány bočními tuhostmi C_{S1} a C_{S2}. Boční síly pneumatik jsou dány rovnicemi

$$S_f = C_{S1} \cdot \alpha_f \quad (6)$$

$$S_r = C_{S2} \cdot \alpha_r$$

Po dosazení do vztahu (2) a následnou linearizací dostaneme výsledný vztah

$$\dot{\beta} = \frac{-\beta v (C_{S1} + C_{S2}) + \dot{\psi} (C_{S2} lz - C_{S1} lp - mv^2) + v C_{S1} \delta_f}{mv^2} \quad (7)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{\beta v (-lp C_{S1} + lz C_{S2}) - \dot{\psi} (lp^2 C_{S1} + lz^2 C_{S2}) + \delta_f lp C_{S1} v}{vJ}$$

C_{S1}, C_{S2}

Skluzy pneumatik jsou dány bočními tuhostmi C_{S1} a C_{S2}. Boční síly pneumatik stanovíme rovněž podle rovnice (5). Dosazením do vztahu (2) bez linearizace dostaneme vztah

$$\dot{\beta} = \dot{\psi} \left(\frac{C_{S2} lz - C_{S1} lp \cos \delta_f}{mv^2 \cos \beta} - 1 \right) + \frac{-m\dot{v} \sin \beta + C_{S1} \cos \delta_f (\delta_f - \beta) - C_{S2} \beta}{mv \cos \beta} \quad (8)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J} \left[lp C_{S1} \cos \delta_f \left(-\beta - \frac{lp}{v} \dot{\psi} + \delta_f \right) - lz C_{S2} \left(-\beta + \frac{lz}{v} \dot{\psi} \right) \right]$$

Pacejka

Model zahrnuje nelineární skluzové charakteristiky pneumatik. Boční síly pneumatik S_f a S_r jsou generovány Pacejkovou formulí.

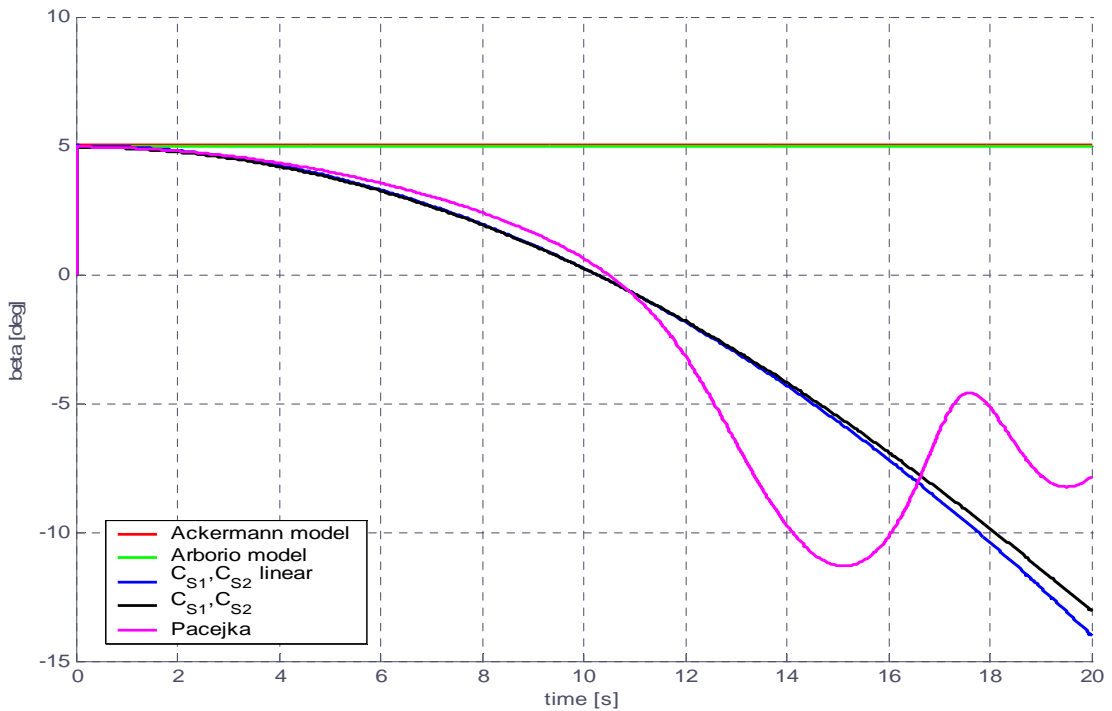
$$\begin{aligned}
C &= a(0) \\
D &= (a(1) \cdot F_z + a(2)) \cdot F_z \\
E &= a(6) \cdot F_z^2 + a(7) \cdot F_z + a(8) \\
B &= (a(3) \cdot \sin(a(4) \cdot \arctan(a(5) \cdot F_z)) / (C \cdot D) \cdot (1 - a(12) \cdot \text{abs}(\gamma))) \\
S_v &= (a(10) \cdot F_z + a(11)) \cdot F_z \cdot \gamma \\
Sh &= a(9) \cdot \gamma
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
S_1 &= (1-E) \cdot (\alpha_f + Sh) + \left(\frac{E}{B}\right) \cdot \arctan(B \cdot (\alpha_f + Sh)) \\
S_2 &= (1-E) \cdot (\alpha_r + Sh) + \left(\frac{E}{B}\right) \cdot \arctan(B \cdot (\alpha_r + Sh)) \\
S_f &= D \cdot \sin(C \cdot \arctan(B \cdot S_1)) + S_v \\
S_r &= D \cdot \sin(C \cdot \arctan(B \cdot S_2)) + S_v
\end{aligned} \tag{10}$$

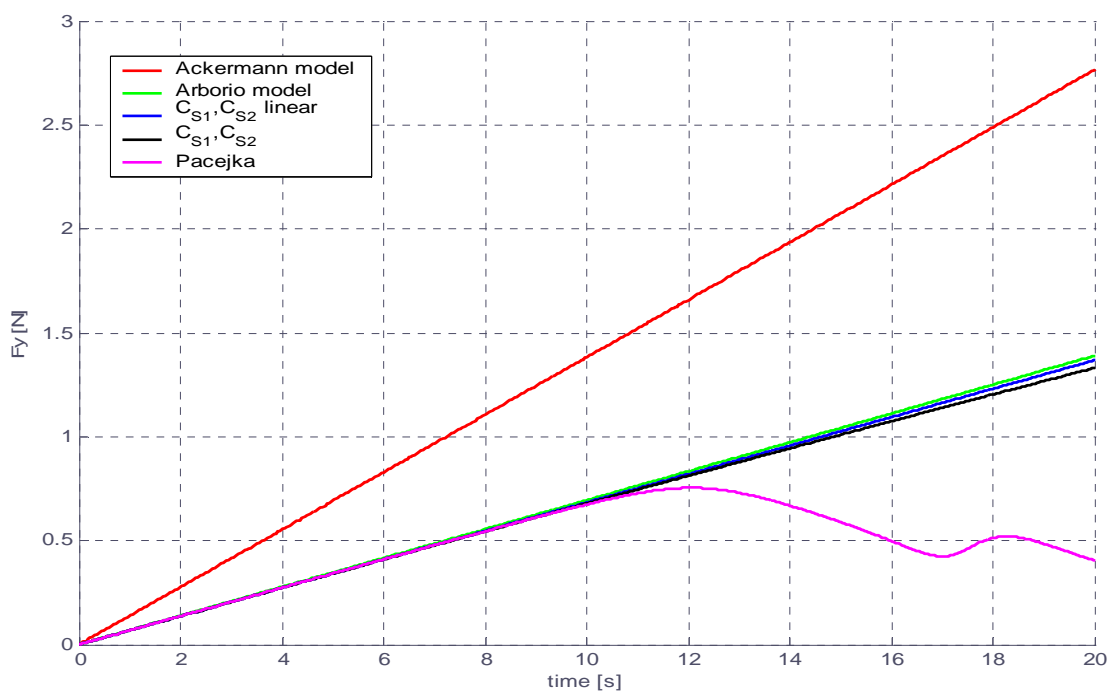
Vstupními proměnnými Pacejkovy formule jsou svislá síla F_z , skluzový úhel α_f a odklon kola γ , který je v tomto případě roven nule.

3. Výstupy simulací

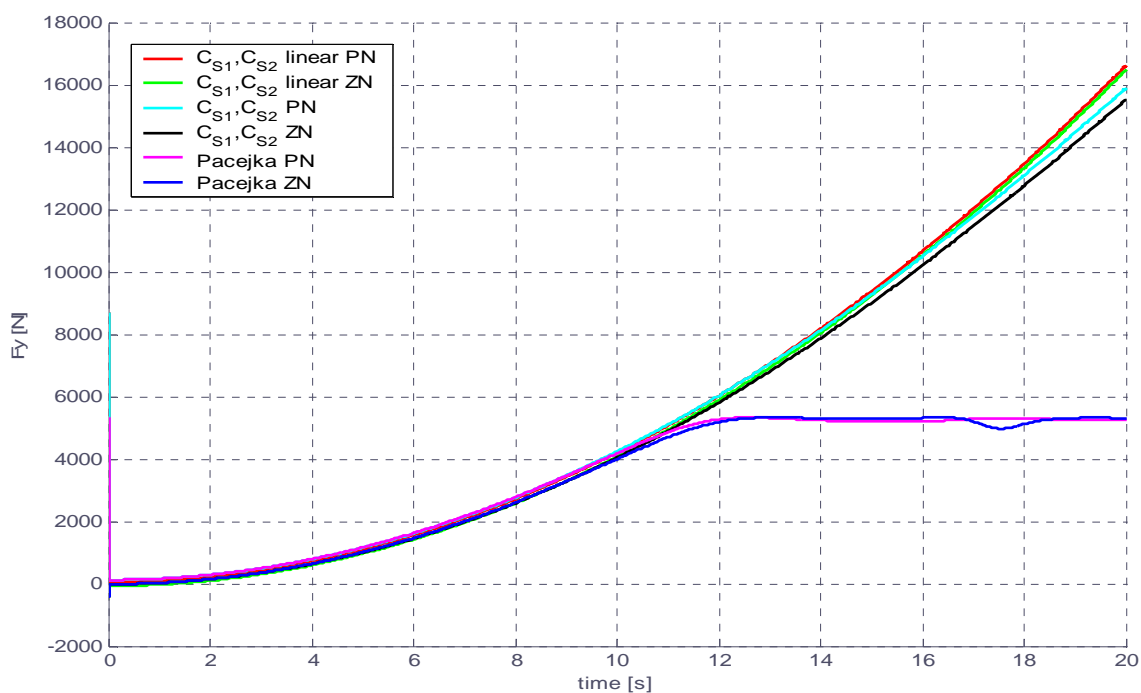
Porovnávanými parametry byly průběhy úhlu směrové úchylny těžiště, rychlosti stáčení a průběhy přenášených bočních sil. Sledován byl rovněž pohyb vozidla v rovině x,y. Následující obrázky zobrazují časové průběhy nejdůležitějších sledovaných parametrů.



Obrázek2 Časový průběh úhlu směrové úchylny těžiště



Obrázek3 Časový průběh rychlosti stáčení



Obrázek4 Časový průběh přenášených bočních sil

Jako nejvýznamnější z numerických simulací jízdních manévrů byla vybrána situace jízdy vozidla s konstantním úhlem natočení volantu a s proměnnou rychlostí vozidla, přičemž

vozidlo opisuje kruhovou dráhu jejíž poloměr se zvětšuje s narůstající rychlostí. Rychlost vozidla narůstá z nulové hodnoty až do maxima rychlosti, kdy dojde k nestabilitě některého z modelů. Referenční model by měl být měřítkem ideálního průjezdu, z tohoto důvodu jsou parametry vozidla idealizované tak, že na přední i na zadní nápravu připadá 50% hmotnosti.

3.1. Vyhodnocení výstupů

Základními parametry pro řídicí strategii stabilizačních systémů jsou úhel směrové úchyly těžiště a rychlost stáčení vozidla. Tyto dva parametry proto hrají stěžejní roli při hodnocení referenčního modelu. Model *Pacejka* vzhledem k nelinearitám skluzových charakteristik vykazuje nestabilní chování při vyšších rychlostech. Je to dáno vyčerpáním adhezních možností při velkých skluzových úhlech. Tento model nejméně popisuje chování skutečného vozidla, proto bude určitým měřítkem pro posouzení kvality zbylých modelů. Zaměříme-li se na úhel směrové úchyly, vycházejí modely *Ackermann* a *Arborio* jako nepoužitelné, neboť jsou jejich průběhy po celou dobu konstantní, a není s nimi možné realizovat regulaci. Zbylé modely C_{S1} , C_{S2} *linear* a C_{S1} , C_{S2} vykazují podobné odezvy, je možné je jako referenční model použít oba. Vzhledem k jednoduššímu vyjádření rovnic modelu C_{S1} , C_{S2} *linear* se tento referenční model jeví jako nejvhodnější.

4. Závěr

Srovnáním výstupů pěti typů referenčních modelů byla posuzována vhodnost použití dané varianty jako referenčního modelu především pro systém DBC. Na základě analýzy se jako nejvhodnější jeví referenční model s označením C_{S1} , C_{S2} *linear*.

5. Poděkování

Tento příspěvek vznikl v rámci řešení projektů Výzkumného centra spalovacích motorů a automobilů Josefa Božka.

6. Literatura

- Arborio, N., Munaretto, P., Velardocchia, M. (2000) Vehicle Dynamics and Stability Analysis with Matlab and Adams Car, European ADAMS Users Conference, Rome.
- Bodie, M. O., Hac, A. (2000) Closed Loop Yaw Control of Vehicles Using Magneto-Rheological Dampers, SAE Paper 2000-01-0107.
- Hac, A. (2002) Influence of Active Chassis Systems on Vehicle Propensity to Maneuver-Induced Rollovers, SAE Paper 2002-01-0967.
- Rill, G. (2006) Vehicle Dynamics, University of Applied Sciences, Regensburg.
- van Zanten, A. T., Erhardt, R., Pfaff, G. (1995) VDC, The Vehicle Dynamics Control System of Bosch, SAE Paper 950759.