



## STIFFNESS DETERMINATION OF SANDWICH CONSTRUCTIONS

C. Novotný, M. Španiel\*

**Summary:** *Sandwich construction elements, i.e. elements formed by two skins and core, excel in high ratio of bending stiffness to weight of construction. This complex is designed in order to transmit transverse forces by core and bending load by skins. It is possible to model these constructions by finite elements method (FEM) with use of layered shell elements, by combination of shell and solid elements or by only solid elements. As a test body was chosen sandwich beam composed by combination skin – core – skin for comparative analysis. Comparison of particular model method was carried out for case of three-point bending. Model stiffness was confronted by beam deflection. Further there were confronted variation of strain and stress along thickness. Beam deflections were compared with experimental available data. As optimal model is appeared modelling of skins by shells and core by solid elements.*

### 1. Úvod

Sendvičové konstrukce jsou druhem kompozitových konstrukcí vynikajících vysokým poměrem ohybové tuhosti ku hmotnosti konstrukce. Sendviče se obvykle skládají ze třech hlavních částí: dvou vnějších relativně tenkých a tuhých potahů a vnitřního silnějšího měkčího jádra. Potahy jsou spojeny s jádrem tak, aby byl umožněn přenos zatížení mezi jednotlivými prvky konstrukce. Celek je navržen tak, aby jádro přenášelo především smykové síly a potahy ohybové zatížení. Vysoká ohybová tuhost je důsledkem vzdáleností tuhých potahů a nízká hmotnost konstrukce je docílena použitím lehkého jádra mezi potahy. Jako materiál potahů je možné použít uhlíkové nebo skleněné ortotropní, popř. kvazi-ortotropní lamináty, pro masivní konstrukce jsou užívány ocelové potahy. Pro jádro se volí lehké materiály, jako jsou polyuretanové nebo hliníkové pěny. V případě, že je potřeba zvýšit odolnost sendviče v namáhání tlakem, jsou používána voštinová jádra.

Tento příspěvek se zabývá možnostmi stanovení tuhosti sendvičových konstrukcí pomocí metody konečných prvků (MKP). Pro případ jednoduché konstrukce – sendvičového nosníku – je provedeno srovnání s experimentálně získanými daty. Nejvhodnější způsob modelování MKP je potom použit při určování tuhosti a namáhání složitější konstrukce – skříňě článkové tramvaje.

---

\* Ing. Ctirad Novotný, PhD., Ing. Miroslav Španiel, CSc.: ČVUT v Praze, Fakulta strojní; Technická 4; 166 07 Praha 6; tel.: +420 224 352 525, fax: +420 233 322 482; e-mail: Ctirad.Novotny@fs.cvut.cz

## 2. Analýza MKP

Analýza napjatosti klasických (homogenních a izotropních) strojních součástí MKP je bezpečně zvládnuta a zejména v lineární oblasti je široce používána. Při aplikaci na kompozitové součásti se objevuje řada nových problémů, které většinou vyplývají ze snahy modelovat nehomogenní konstrukce v pojmovém rámci mechaniky kontinua. Na teoretické úrovni se řešením tohoto problému zabývá mechanika vícesložkových kontinuí, mikromechanika. Ta využívá přístupu založeného na technice scalingu, spočívající v řešení odezvy nehomogenního tělesa na několika úrovních podrobnosti a rozsahu pohledu. Při aplikaci MKP lze tyto problémy nahlížet jednak z hlediska samotné struktury MKP modelů, jednak z hlediska vyhodnocování a interpretace výsledků. V prvním případě je to zejména nehomogenita kompozitů. MKP je založena na diskretizaci kontinua a nehomogenitu může modelovat

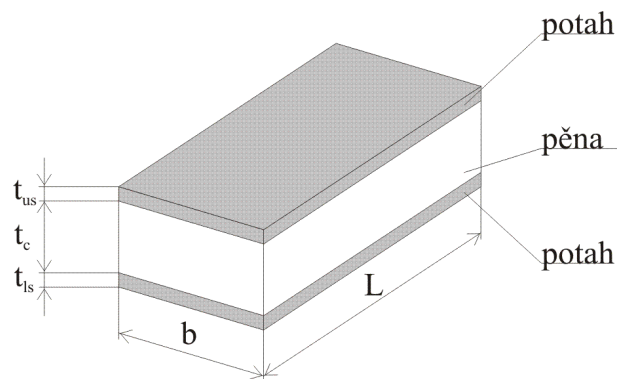
- důsledným popisem geometrie a vlastností složek a jejich rozhraní
- homogenizací kompozitu na (případně anizotropní) kontinuum
- kombinací obou přístupů (scaling)

První způsob je možno použít pouze ve speciálních případech materiálového výzkumu, u praktických výpočtů konstrukcí je z důvodů mohutnosti (ve smyslu velkého počtu parametrů) modelů nepoužitelný. Druhý způsob je vhodný pro řešení úloh technické mechaniky kompozitových struktur. Třetí přístup se uplatní např. při posuzování některých mezních stavů kompozitových konstrukcí.

S ohledem na geometrii konstrukce, relativní velikosti jednotlivých komponentů, požadavky na přesnost výpočtu napětí a deformací a v neposlední řadě na možnosti dostupné výpočetní kapacity lze přistoupit k modelování sendvičů různými způsoby. Tenkostěnné konstrukce lze modelovat s využitím skořepinových prvků či kombinací skořepinových prvků s prostorovými. U tlustostěnných konstrukcí je často třeba použít jen prostorové prvky. V případě použití skořepinových prvků se modeluje pouze definiční plocha, tj. plocha, na níž leží uzly prvků. Za definiční plochu se obvykle volí střednicová plocha skořepiny, v některých případech je však vhodnější modelovat definiční plochu posunutou vůči střednicové. Tloušťka vrstvy či konstrukce je zadávána jen jako parametr prvků. Při použití prostorových prvků se modeluje celá geometrie sendvičových vrstev či celé konstrukce. Pokud nevyhovují z hlediska vlastností modely vytvořené čistě ze skořepinových či prostorových prvků, lze tlustostěnné jádro modelovat prostorovými prvky a potahy skořepinovými prvky. Mezi jednotlivými stykovými povrchy sendvičové konstrukce se modelují tuhé vazby. Nejběžnější je vazba typu „tie“. Uzly prvků ležících na vázaném povrchu (tzv. slave povrch - např. definovaný uzly skořepinových prvků potahu) mají svoje stupně volnosti vázány pevně s řídicím povrchem (tzv. master povrch – např. povrch prostorových prvků modelujících jádro).

### 2.1. Zkušební tělesa

Jako zkušební tělesa pro srovnávací analýzu byl zvolen sendvičový nosník složený kombinací potah – jádro – potah (obr. 1). Rozměry modelových těles se shodují s rozměry skutečných vzorků podrobených experimentální analýze (Španiel et al., 2006) a jsou uvedeny v tabulce 1. Potahy jsou tvořeny ze sklolaminátu, jádro z tvrdé PVC pěny.



Obrázek 1 Geometrie modelovaného vzorku.

Tabulka 1 Rozměry vzorků.

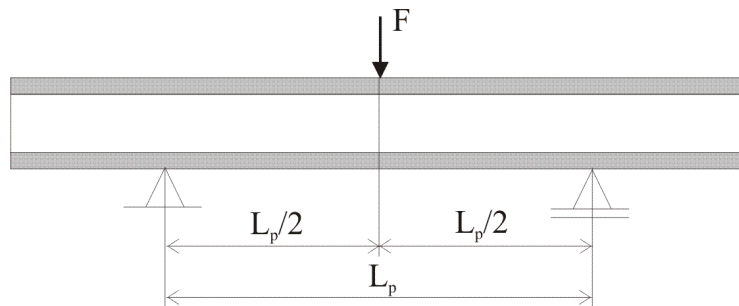
označení	rozměr [mm]
délka (L)	795,0
šířka (b)	90,0
výška horního potahu ( $t_{us}$ )	3,4
výška jádra ( $t_c$ )	42,3
výška dolního potahu ( $t_{is}$ )	4,2

Materiálové vlastnosti potahů byly převzaty ze zprávy (Černý, 2005), vlastnosti pěny z experimentů (Španiel et al., 2006). Použitá data jsou uvedena v tabulce 2. Pro potřeby analýzy MKP byl předpokládán pro každou vrstvu homogenní izotropní materiál s elastickými vlastnostmi.

Tabulka 2 Použité materiálové parametry

část	modul pružnosti [MPa]	Poissonovo číslo [1]
horní potah	22139	0,2
jádro	32,5	0,2
dolní potah	19097	0,2

Srovnávání bylo provedeno pro případ třibodového ohybu. Sendvičový nosník byl uložen na dvou podporách (obr. 2). Levá podpora zabraňuje posuvu ve všech směrech, pravá podpora umožňuje posuv ve směru podélné osy nosníku. Z hlediska rozteče podpor byl řešen případ  $L_p=300$  mm. Zatěžující síla  $F$  byla aplikována na horní potah v polovině délky nosníku a byla rozložena rovnoměrně po celé šíři nosníku. Její velikost se měnila od 0 do 1 kN. Tento rozsah byl zvolen s ohledem na podmínku, aby chování materiálů bylo elastické. Při analýze však byly uvažovány velké deformace, rotace i posuvy.



Obrázek 2 Uložení a zatížení sendvičového nosníku.

## 2.2 MKP modely

Pro MKP analýzu byl využit komerční systém ABAQUS Standart. Při modelování byly použity tyto prvky z knihovny zmíněného systému:

- skořepinové prvky:
  - S4R – Čtyřuzlový lineární víceúčelový prvek s křivostí ve dvou směrech, využívá redukovanou integraci. Má v každém uzlu šest stupňů volnosti.
  - S8R – Osmiuzlový kvadratický tlustostěnný prvek s křivostí ve dvou směrech, využívá redukovanou integraci. Má v každém uzlu šest stupňů volnosti.
- prostorové prvky:
  - C3D8R – Osmiuzlový lineární prvek, využívá redukovanou integraci.
  - C3D20R – Dvacetiuzlový kvadratický prvek, využívá redukovanou integraci.

Byly navrženy tyto modely:

- model A – Sendvičová konstrukce je po tloušťce modelována jedním skořepinovým kompozitovým prvkem S4R. Uzly prvků leží na střednicové ploše sendvičové konstrukce. Tloušťky jednotlivých vrstev jsou zavedeny prostřednictvím parametrů prvků.
- model B – Sendvičová konstrukce je po tloušťce modelována jedním skořepinovým kompozitovým prvkem S8R. Uzly prvků leží na střednicové ploše sendvičové konstrukce. Tloušťky jednotlivých vrstev jsou zavedeny prostřednictvím parametrů prvků.
- model C – Potahy jsou modelovány skořepinovými prvky S4R, jádro modelováno prostorovými prvky C3D8R. Mezi potahy a jádrem je zavedena pevná vazba. Definiční rovina skořepinových prvků se shoduje se střednicovou rovinou.
- model D – Potahy jsou modelovány skořepinovými prvky S8R, jádro modelováno prostorovými prvky C3D20R. Mezi potahy a jádrem je zavedena pevná vazba. Definiční rovina skořepinových prvků se shoduje se střednicovou rovinou.
- model E – Potahy i jádro jsou modelovány prostorovými prvky C3D8R.
- model F – Potahy i jádro jsou modelovány prostorovými prvky C3D20R.

V případě modelování prostorovými prvky bylo voleno po tloušťce jádra šest prvků, po tloušťce potahu čtyři prvky.

### 2.3. Srovnání jednotlivých variant

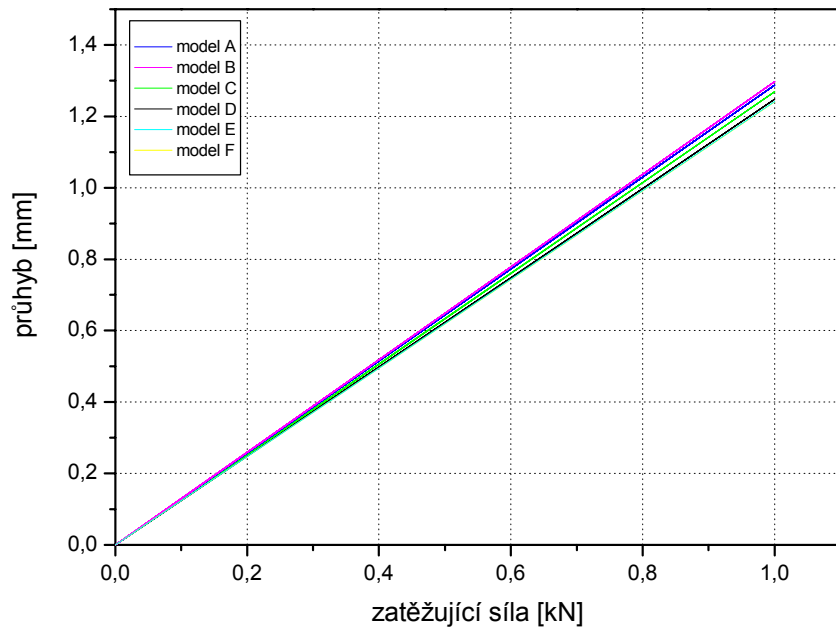
Jednotlivé způsoby modelování MKP byly posuzovány z hlediska shody s experimenty na sendvičových nosnících se stejnou geometrií i materiálem (Španiel et al., 2006). Srovnávány byly průhyby v místě působení zatěžující síly (obr. 3). Hodnoty průhybu při zatížení 1 kN jsou uvedeny v tabulce 3. Všechny modely mají v průhybu dobrou shodu a vykazují tedy srovnatelnou ohybovou tuhost.

Dále bylo již pouze mezi MKP modely provedeno srovnání ohybových deformací  $\varepsilon_{ZZ}$  po tloušťce nosníku v polovině vzdálenosti mezi levou podporou a působícím síly F (obr. 4) při zatížení 1 kN. Modely využívající vrstvené skořepiny (model A, B) mají v souladu s předpoklady po tloušťce lineární průběh deformace (smyková deformace je konstantní). Modely s jádrem tvořeným prostorovými prvky (model C, D, E, F) vykazují nelineární průběh osových deformací. Skoky v deformacích na rozhraní potah – jádro lze vysvětlit nedokonalou vazbou.

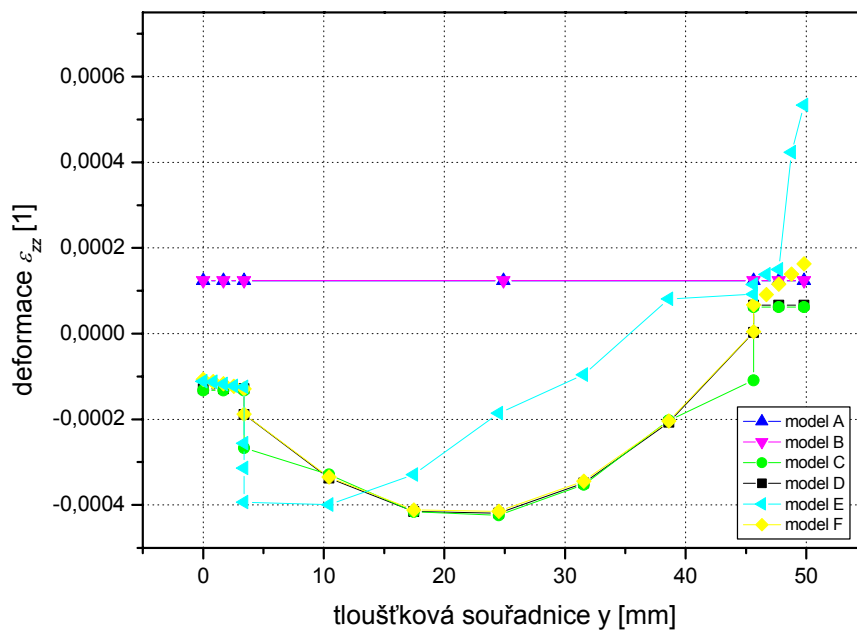
Také srovnání v napětích bylo provedeno pouze mezi MKP modely, protože při experimentálních zkouškách nebylo napětí měřeno. Průběhy napětí byly vyhodnocovány ve stejném místě jako deformace. Jedná se o ohybové napětí  $\sigma_{ZZ}$  ve směru podélné osy nosníku (obr. 5) a smykové napětí  $\sigma_{XZ}$  ležící v rovinách rovnoběžných s potahem (obr. 6). Z průběhů ohybové deformace vyplývá, že reálnější představu o průbězích napětí poskytují modely, jež nejsou tvořeny po tloušťce jednou vrstvenou skořepinou.

Tabulka 3 Porovnání průhybů – rozteč 300 mm.

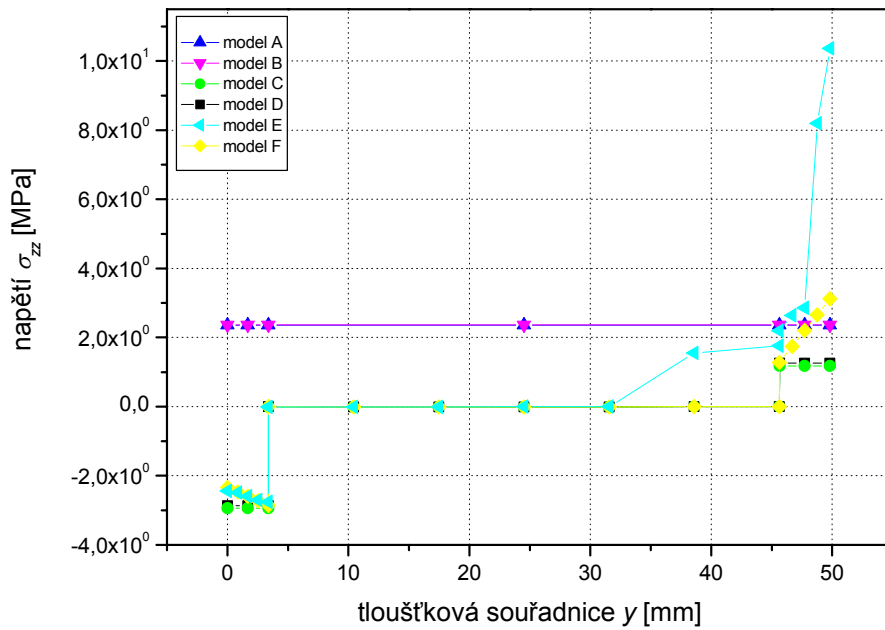
model	průhyb [mm]	rozdíl vůči experimentu [%]
experiment (průměr)	1,18	-
model A	1,29	9,3
model B	1,30	10,1
model C	1,27	7,6
model D	1,25	5,9
model E	1,24	5,1
model F	1,24	5,1



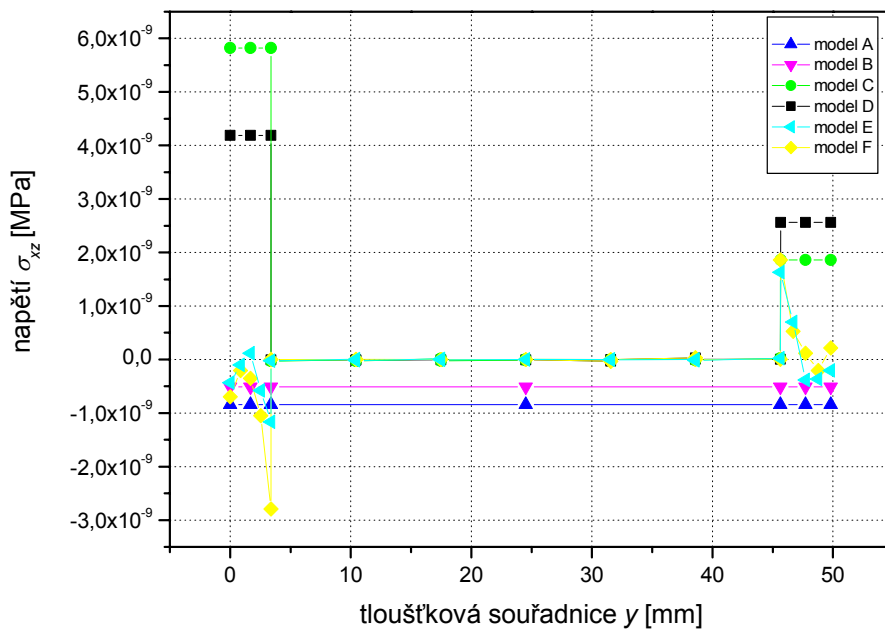
Obrázek 3 Průhyb nosníku v závislosti na zatěžující síle.



Obrázek 4 Průběh ohybové deformace po tloušťce sendviče. Nulová souřadnice odpovídá vnějšímu povrchu horního potahu.



Obrázek 5 Průběh ohybového napětí po tloušťce sendviče. Nulová souřadnice odpovídá vnějšímu povrchu horního potahu.



Obrázek 6 Průběh smykového napětí po tloušťce sendviče. Nulová souřadnice odpovídá vnějšímu povrchu horního potahu.

### 3. Příklad globálního modelu sendvičové konstrukce

Získané zkušenosti s modelováním ohybové zkoušky jednoduché sendvičové konstrukce byly využity při určování tuhosti rozsáhlejšího modelu. Jedná se o model středního článku tramvaje. Ten byl navržen zejména s ohledem

- na požadované výstupy
  - Průhyb podlahy ve středu článku je hlavním požadovaným výstupem.
  - orientační namáhání nosných dílů
  - orientační silové účinky mezi jednotlivými díly
- na reálné časové nároky při tvorbě modelu i na výpočtový čas (únosný rozsah modelu)
- na co nejširší možnost implementovat do modelu změny a testovat jejich dopad na sledované mechanické vlastnosti konstrukce
- na možnosti použitého programového vybavení

V současné etapě je dokončen zjednodušený model využívající dvojnásobnou symetrii středního článku tramvaje (obr. 7), což omezuje jeho použitelnost pouze na ohybové zatěžovací stavy. Tento model je připraven na implementaci různých anizotropních materiálů, s různou orientací vrstev laminátů a po vygenerování symetrických částí na aplikaci obecných zatížení (např. torzních).

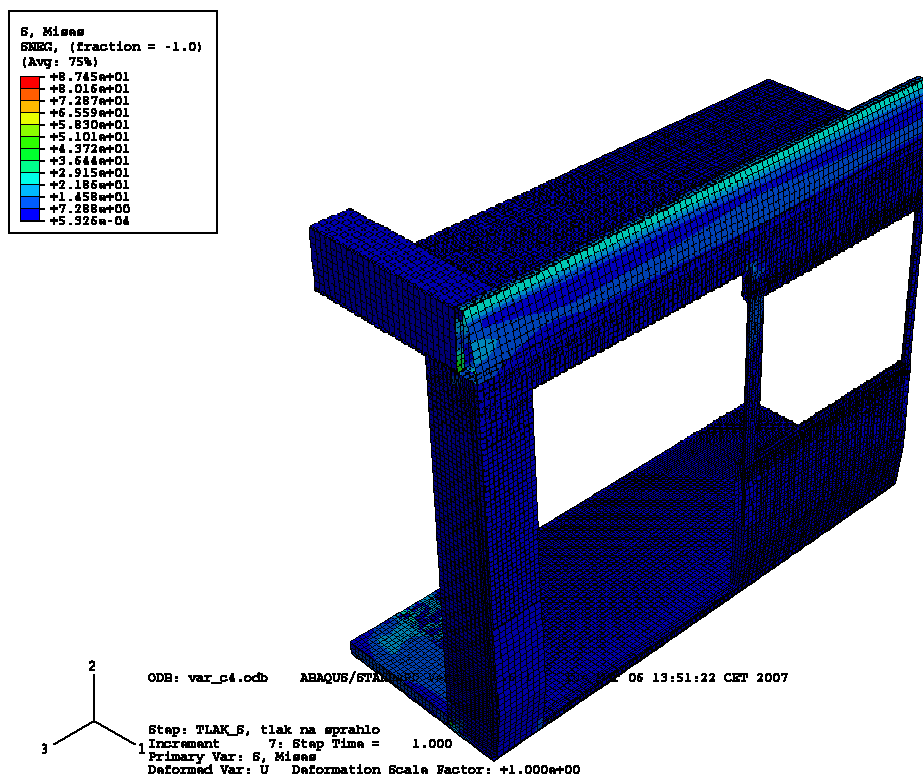
MKP model je koncipován jako soustava samostatných dílů propojených vazbami, které v zásadě respektují předpokládanou technologii výroby. Rozhraní jsou modelována mezi lepenými (či šroubovými) spoji a mezi jádry a potahy sendvičů. Tento přístup umožňuje i orientační výpočtové zhodnocení namáhání uvedených spojů.

S ohledem na plošný charakter většiny dílů je převážná část modelu idealizována skořepinami. Výjimkou jsou jádra sendvičových dílů podlahy, střechy a sloupků čela a pultruzní které jsou modelovány jako objemové kontinuum. Užití skořepin je vhodné zejména proto, že

- u těles výrazně plošného charakteru je v MKP vzhledem k aproximativnímu charakteru metody implementace skořepinových teorií obvykle vhodnější než užití klasických 3D prvků reprezentujících Cauchyho kontinuum.
- značně se zjednoduší geometrický popis konstrukce, zejména s ohledem na vysokou flexibilitu při změnách tloušťek a skladby plošných laminátových komponent.

Ve stávajícím MKP modelu není zohledněna anizotropie ani skladba laminátů a materiálové vlastnosti jsou pouze dvoje homogenizované vlastnosti laminátu a vlastnosti pěny jádra sendvičů. Na rozlehlých částech, jako jsou potahové lamináty sendvičů, lze vzhledem ke složení vrstev očekávat chování blízké izotropnímu. Významnější rozdíly budou na dílech nosníkového charakteru. V dalším vývoji modelu budou postupně upřesňovány všechny materiálové vlastnosti a tloušťky a složení laminátů v pořadí významu jednotlivých dílů z hlediska tuhosti a namáhání.





Obrázek 7 Příklad rozsáhlejšího modelu sendvičové konstrukce.

#### 4. Závěr

V rámci příspěvku byly prezentovány různé možnosti, jak přistoupit k modelování sendvičové konstrukce pro výpočet tuhosti MKP. Jako nejvhodnější se jeví co do přesnosti výpočtu tuhosti sendvičové konstrukce a výpočetních nároků modelovat jádro sendviče prostorovými prvky a potahy skořepinovými prvky. Pro získání přesnějších hodnot namáhání sendvičové konstrukce je třeba dále podrobit zkoumání vypočtená napětí a srovnat je s experimenty.

#### 5. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory projektu Ministerstva průmyslu a obchodu ČR FI-IM2/113.

#### 6. Literatura

Abaqus, Inc. (2000) *ABAQUS/Standard, version 6.6, Users Manual*

Černý, M. (2005) *Mechanické zkoušky sendvičů pro skelety dopravních prostředků*. Technical Report, ČVUT v Praze, Kloknerův ústav, Praha.

Španiel, M. et al. (2006) *Výpočty a experimentální verifikace sklolaminátových sendvičových struktur a analýza skeletu středního článku tramvaje MKP*. Technical Report 2051/06/07, ČVUT v Praze, Praha.