



Modeling of Masonry Arch Bridges- Method of Determination of Load Capacity of Masonry Arch Bridges

M. Posch*, P. Řeřicha*, Michal. Drahorád*

Summary: In our country and in the other parts of the world exists number of masonry bridges. Their limit loading capacity is not known today. It is very important to make simulations of these, verifying model of mortar bridges is necessary before. The article deals with nonlinear material model mortar which is used in software package ADINA and compares its solutions against results of examinations that has done in Czech Technical University of Civil Engineering. The article also deals with modeling of masonry arch bridges. Describes determination of load capacity of masonry bridges. Describes new method based on nonlinear computations models and compares results against actual methods used in practice. The article deals with load capacity of masonry bridges. It describes new method based on nonlinear computation of models and compares results against actual methods used in practice.

1. Úvod

V naší zemi i jinde ve světě se nachází značné množství zděných klenbových mostů různého rozměru, stáří, využití i stavu. Velice důležitou a neoddelitelnou složkou pro určení nadálého způsobu využití mostů, popřípadě určení rozsahu rekonstrukce a údržby a označení mostů, je zjištění jejich maximálního zatížení. Z toho plyne, že určení maximálního zatížení a tedy i způsob určení maximálního zatížení, má velký ekonomický význam. V dnešní době je celá řada způsobů odhadující zatížitelnost mostů. Z domácích zdrojů jsou to především ČSN 731101, ČSN 736213, Kukaň (2001a) a Eurokod 6 a ze zahraničních zdrojů, hlavně z rozvinutých zemí, Sinopoli 1998, CTAP 1990, Fanning et al (2000), MEXE(2001).

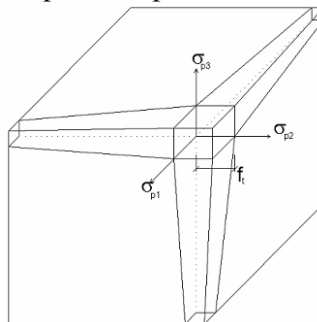
Z pokusů na skutečných mostech i ze softwarové simulace se zjistilo, že odhady zatížitelnosti určených výše zmiňovanými způsoby jsou velmi konzervativní. Nejméně konzervativní je britská směrnice MEXE(2001), kterou ovšem nelze převzít bez úprav díky historickým a geologickým rozdílům a krom toho se v praxi vyskytuje mnoho mostů, jde především o důležité mosty u kterých se vyplatí přesnější určení únosnosti, a pro které konzervativní odhad nepostačuje. Důležitým kritériem kvality metody zjišťování únosnosti mostů je spolupůsobení násypu s klenbou. Většina výše uvedených metod postihuje toto spolupůsobení jen přibližně, nosným prvkem je pouze klenba, zásyp se považuje za pasivní. Výstižnější jsou řešení MKP, která spolupůsobení i roznášení zatížení postihují inherentně. Článek se zabývá popisem jednotlivých materiálů, které byly v modelu mostu použity a jejich aplikací v modelu. Dále obsahuje výsledky z nelineárního řešení a dává je v souvislost k nové řešící metodě zatížitelnosti mostů. Článek se dále zabývá popisem modelu malty v softwarovém balíku ADINA. Uvádí porovnání řešení ze simulací mostu z programu ADINA s dosaženými výsledky jež byly získány ze vzorků odzkoušených na ČVUT fakultě stavební a dává je v souvislost k nové řešící metodě zatížitelnosti mostů.

* Prof. Ing. Petr Řeřicha, DrSc, Ing. Marek Posch, Ing. Michal Drahorád: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební; Thákurova 7; 166 29 Praha 6; tel.: +420.224 354 472, e-mail: Posch.marek@fsv.cvut.cz

2. Materiálový model malty programu ADINA

V zásadě jde o pružnoplastický materiál se změkčením. Po porušení v tahu je materiál uvažován jako ortotropní se směrem ortotropie i určeným směrem hlavního napětí ${}^t\sigma_{pi}$ v okamžiku porušení. Tento směr ortotropie si ponechává stále stejnou orientaci po celý další výpočet.

Ke zjištění, zda je materiál porušen, jsou užitá hlavní napětí, tj. modifikovaná Rankinova podmínka. Tahová pevnost materiálu v jednom hlavním směru není závislá na tahových napětích v jiných hlavních směrech, ale je závislá na tlakových napětích v jiných směrech, viz obr. 1, který znázorňuje obálku tahové pevnosti pro tříosou napjatost.



Obr. 1: Rankinova podmínka porušení s klesající pevností v tahu

Předpokládáme-li, že první hlavní napětí ${}^t\sigma_{p1}$ dosáhne hodnoty mezního tahového napětí, nová tečná materiálová matice tuhosti má tvar

$$C = \begin{bmatrix} E_0\eta_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{1-\nu^2}E_0 & \frac{\nu}{1-\nu^2}E_0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{1-\nu^2}E_0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{E_0\eta_s}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ SYM & & & & \frac{E_0\eta_s}{2(1+\nu)} & 0 \\ & & & & & \frac{E_0}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

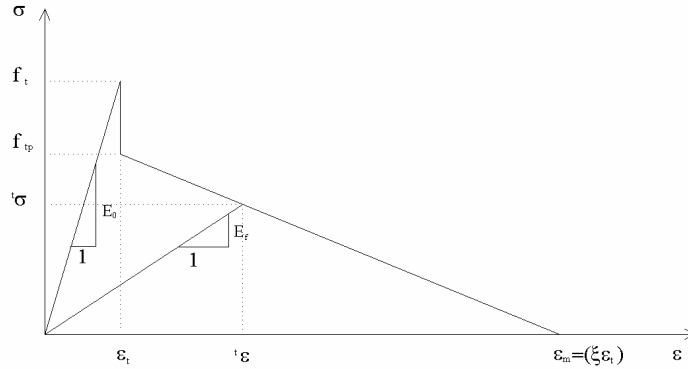
kde ν je Poissonova konstanta, E_0 je modul pružnosti materiálu.

Konstanty η_n a η_s jsou redukční faktory matice tuhosti. Ideálně je $\eta_n = 0$, tj. tuhost ve směru kolmém k rovině trhliny vymizí. Obvykle $\eta_n = 0,0001$ a $\eta_s = 0,5$. Faktor η_n není přesně roven nule, aby se vyloučila singularita matice tuhosti. Faktor smyku η_s závisí na mnoha fyzikálních faktorech. V ADINA je zabudována zjednodušená závislost na normálové poměrné deformaci ϵ k rovině porušení podle obr. 3.

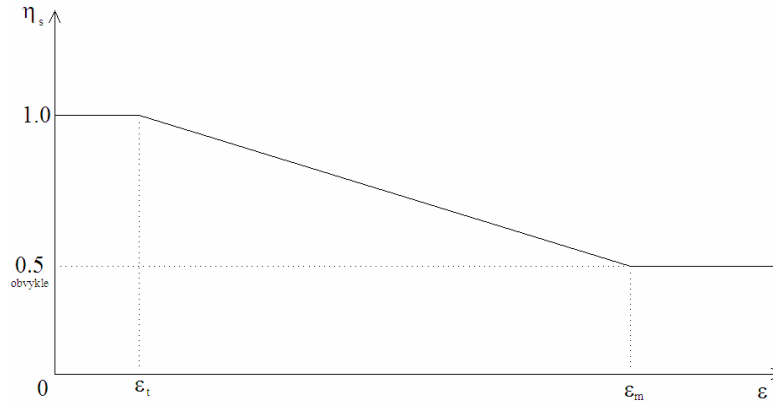
Ve standardních algoritmech nelineárních řešení je třeba kromě matice tuhosti materiálu také výpočet přírůstku napětí pro známý přírůstek poměrné deformace. Pro výpočet tahového normálového napětí k rovině porušení ${}^t\sigma_I$ a pro výpočet smykových napětí ${}^t\sigma_{I2}$, ${}^t\sigma_{I3}$ v této rovině se použije totálních deformací ${}^t\epsilon_{ij}$ podle rov. (2) a obr. 2 a 3.

$$\{ {}^t \sigma \} = \begin{bmatrix} E_f & 0 & 0 \\ \eta_s \frac{E_0}{2(1+\nu)} & & 0 \\ \text{sym} & & \eta_s \frac{E_0}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \cdot \{ {}^t \varepsilon \} \quad \{ {}^t \varepsilon \} = \begin{Bmatrix} {}^t \varepsilon_1 \\ {}^t \varepsilon_{12} \\ {}^t \varepsilon_{13} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Parametr E_f je okamžitá sečnová tuhost porušeného materiálu, naznačená v obr. 2. Na obrázku 2 na ose relativního protažení vystupuje parametr ξ , nutná vstupní hodnota programu, která definuje změkčení v oblasti tahového porušení.



Obr. 2. Pracovní diagram kvazi-křehkého materiálu v jednoosém tahu, kde na ose x je normálová proměnná deformace k rovině porušení

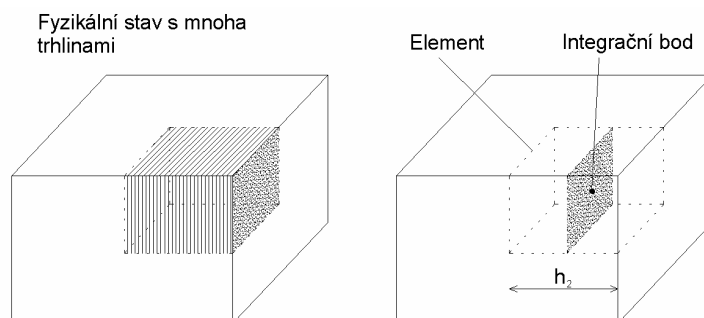


Obr. 3. Závislost faktoru smyku η_s na normálové proměnné deformaci k rovině porušení

Lomová energie G_f je číselně rovna ploše pod křivkou v tahové oblasti v obr. 2, násobené vzdáleností trhlin. V konečném prvku je minimální vzdálenost trhlin rovna vzdálenosti integračních bodů h_2 (obr. 4). Pro maltu předpokládáme $f_{tp} = f_t$, pracovním diagramem bude tedy trojúhelník. Protože parametr změkčení ξ znamená, kolikrát je celková deformace v tahovém porušení ε_m větší než tahová deformace ε_t odpovídající tahové pevnosti f_t , snadno získáme vztah mezi lomovou energií a parametrem změkčení:

$$\xi = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_t} = \frac{\varepsilon_m E_0}{f_t} = \frac{2E_0 G_f}{f_t^2 h_2} \quad (3)$$

ADINA poskytuje možnost volby buď parametru ξ nebo lomové energie G_f . V případě volby ξ závisí lomová energie na hustotě sítě. Při volbě G_f je pracovní diagram v tahu podle obr. 2 obecně jiný pro každý prvek v závislosti na h_2 .



Obr. 4. Souvislost skutečného porušení trhlinami a vzdálenosti integračních bodů h_2 (v tomto případě zastupuje h_2 charakteristickou délku materiálu)

3. Ověření materiálu malty programu ADINA

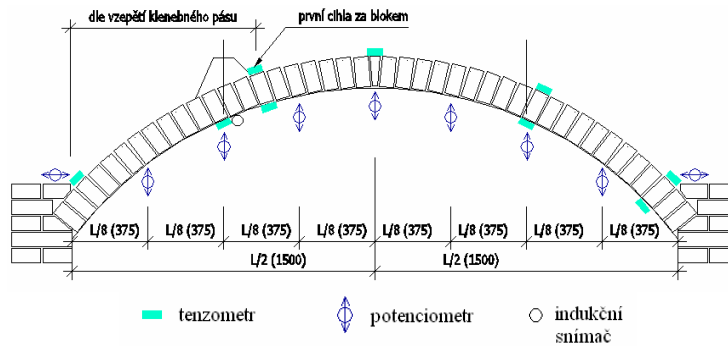
Výjimečnou příležitostí k částečnému ověření malty byly s pokusy klenbovými pasy rozpětí 3 m a vzepětí 0,75 m, 1 m a 1,2 m, provedené na Stavební fakultě v letech 2004/2005 v rámci doktorandského grantu [5].

3.1 Popis experimentu

Výjimečnou příležitostí k částečnému ověření malty byly s pokusy klenbovými pasy rozpětí 3 m a vzepětí 0,75 m, 1 m a 1,2 m, provedené na Stavební fakultě v letech 2004/2005 v rámci doktorandského grantu [5].

Klenbové pasy byly postaveny z cihel formátu M15 290 x 140 x 65. Jako plnivo mezi cihlami byla použita malta o jmenovité pevnosti 2,5 MPa v tlaku. Modul pružnosti materiálu oblouku byl odhadnut na 3 000 MPa a pevnost malty v tahu 80 kPa. Tloušťka spáry mezi jednotlivými cihlami je 15 mm na vnitřní straně líce a 20 mm na vnější straně líce. Oblouky byly postaveny pomocí bednění. Způsob stavění oblouků u každého vzepětí je znázorněn na obr. 5. Veškeré zkoušky na obloucích byly provedeny minimálně 28 dnů po zhotovení oblouků, aby malta měla patřičnou pevnost podle normy. Odbednění oblouků proběhlo druhý den po postavení oblouku.

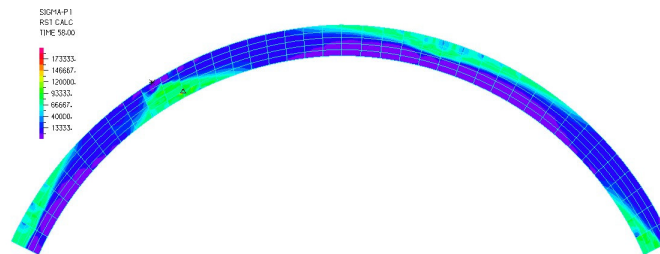
Oblouky byly zatěžovány v jedné čtvrtině rozpětí, jak je znázorněno na obr.5 pomocí lisu a betonového zatěžovacího bloku. Zatěžování oblouku silou lisu bylo postupné, ručně řízené s přírůstkem 0,1 kN. Při silou řízeném zatěžování nelze postihnout přechodné poklesy síly při praskání malty v tahu. Na každý oblouk bylo připojeno 9 tenzometrů a 16 potenciometrů. Z důvodů nedostatečné citlivosti potenciometrů se v místě působení síly pro přesnější měření umístily 2 indukční snímače průhybu, jejichž výsledek je použit ve všech následujících srovnáních.



Obr. 5 Umístění snímačů na obloucích

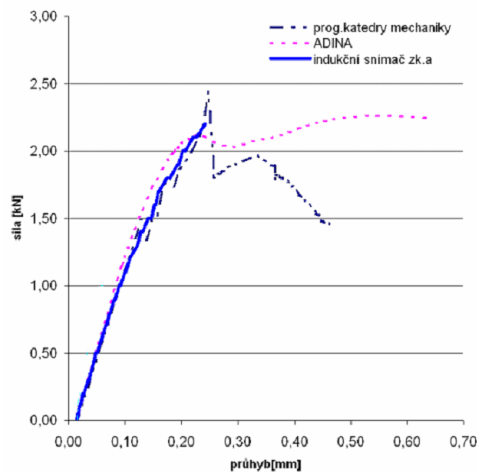
3.2 Srovnání výpočtů a měření

Pro stručnost zde uvádíme srovnání výsledků jen pro oblouk o vzepětí 1 m. Pro ostatní vzepětí jsou výsledky podobné.



Obr. 6. První hlavní napětí při dosažení mezního zatížení

Zatěžování oblouku v programu ADINA probíhalo po krocích metodou LDC - zatěžování kontrolovaným posunem s použitou iterační metodou BFGS. Materiálové konstanty výpočtového modelu v programu ADINA i program katedry mechaniky byly fitovány podle výsledků pokusu. Oba dva programy shodně nafitovaly $E = 5\text{GPa}$, $f_t = 140\text{kN}$. V programu KM bylo zadáno $\varepsilon_m = 0,001$, $\Rightarrow G_f = 0,010\text{ kN/m}$. V programu ADINA bylo zadáno $G_f = 0,015\text{kN/m}$. Výpočty obou programů zahrnují počáteční průhyb (obr. 7) a napětí od vlastní tíhy, které dává oblouku tlakové předpětí, bez něhož je únosnost podstatně menší. Výpočet v programu KM vykazuje značný přechodný pokles síly po dosažení pevnosti zdiva v tahu při průhybu cca 0,15 mm. Tento pokles nemůže silou řízený pokus ukázat. Po dosažení mezního zatížení nastává u takového pokusu neřízený pokles síly a další průběh zkoušky nemá význam. Proto jsou v obr. 7 záznamy indukčních snímačů po dosažení maxima ukončeny. Ke sledování skutečné závislosti síly na průhybu je třeba použít deformací řízený stroj (LDC), tak jak je deformací řízen výpočet. Výpočty u obou programů vykazují náhlý pokles pevnosti při průhybu cca 0,22 mm odpovídající přibližně vzniku čtvrtého kloubu.

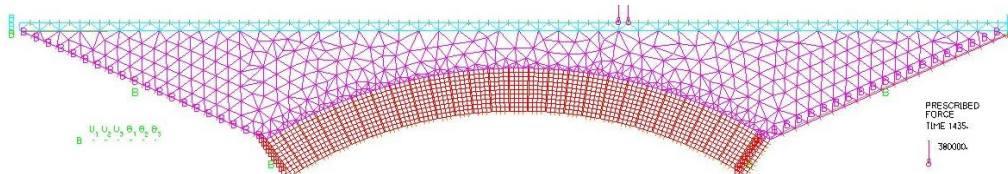


Obr. 7. Graf závislosti zatěžovací síly na deformaci ve svislém směru v místě zatěžování

Ze srovnání výpočtů a měření vyplývá, že výpočtové programy jsou použitelné ke zjišťování materiálových parametrů oblouků a lze jimi případně i určit únosnost neporušených oblouků, pokud budou známy jejich materiálové parametry. Naměřené výsledky experimentálních zkoušek na obloucích prováděných na stavební fakultě nebyly dostatečně přesné a reprodukovatelné. Pro každé ze třech rozpětí oblouků byly provedeny tři zkoušky, avšak výsledky měření měly velký rozptyl. Poměrně nejlepších výsledků bylo dosaženo u oblouku o rozpětí 1 m (obr. 7). Ani pro toto vzeptění nejsou ovšem dostatečným podkladem pro průměrování, či jiné statistické vyhodnocení. Pro určení únosností oblouku by bylo zapotřebí provést více zkoušek a provádět všechny zkoušky za stejných počátečních podmínek.

4. Materiálové modely mostů

Výpočtový model mostu se skládá ze čtyř základních materiálů, charakteristické pro všechny simulované mosty - materiál silnice, náspu (zeminy), cihly (kamene) a malty (viz obr. 8), kde jsou barevně odlišeny použité materiály.



Obr. 8 Znáznornění použitých materiálů v modelu.

- Materiál vozovky: bilineární elasto-ideálně plastický izotropní s modulem pružnosti 5500Mpa, $\nu = 0.2$, s maximální absolutní hodnotou hlavního napětí 6Mpa a $\rho = 2000 \text{ kg/m}^3$.
- Materiál zeminy: Mohr–Coloumb, $E=4\text{Mpa}$, $\nu=0.3$, $\varphi=30^\circ$, $c = 3\text{kPa}$ a $\rho=1700\text{g/m}^3$.
- Materiál kamene(cihly): Isotropní elastický materiál $E=6\text{Gpa}$, $\nu=0.2$, $\rho=2000\text{kg/m}^3$.

- Materiál malty: V zásadě jde o pružnoplastický materiál se změkčením. Po porušení v tahu je materiál uvažován jako ortotropní se směrem ortotropie i určeným směrem hlavního napětí σ_{pi} v okamžiku porušení. Tento směr ortotropie si ponechává stále stejnou orientaci po celý další výpočet. Ke zjištění, zda je materiál porušen, jsou užitá hlavní napětí, tj. modifikovaná Rankinova podmínka. Tahová pevnost materiálu v jednom hlavním směru není závislá na tahových napětích v jiných hlavních směrech, ale je závislá na tlakových napětích v jiných směrech. Materiál je detailně popsána v [1],[2].

5. Metoda zjištění zatížitelnosti mostů

Metoda vychází v podstatě z mezního stavu opakovaného zatížení, kdy porušení konstrukce nastává opakovaným otevíráním a stlačováním trhlin. Předpokládáme, že vhodným kriteriem pro tento mezní stav je relativní hloubka trhlin c_0 vůči tloušťce klenby. Nejprve se vypočte z tabulek a geometrie mostu přípustná relativní excentricita e_{lim} normálové síly ve směru klenby při lineárním výpočtu, kde e_{lim} se vypočte ze vztahu (4.):

$$e_{lim} = (0.331797 l - 2.78314 h + 5.03327 d - 0.365148 s + 1.41245) c_0^2 + (-0.319845 l + 1.95888 h - 1.36672 d + 0.14315 s - 0.71357) c_0 + (0.0377358 l - 0.264179 h + 0.143601 d - 0.105683 s + 0.392736), \quad (4).$$

kde parametry, které jsou zobrazeny na (obr. 9) znamenají

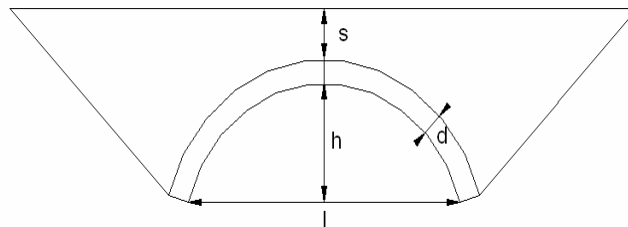
l kolmé rozpětí mostu

hsvětlá výška oblouku klenby

dtloušťka klenby

stloušťka nadnáspu klenby ve vrcholu klenby

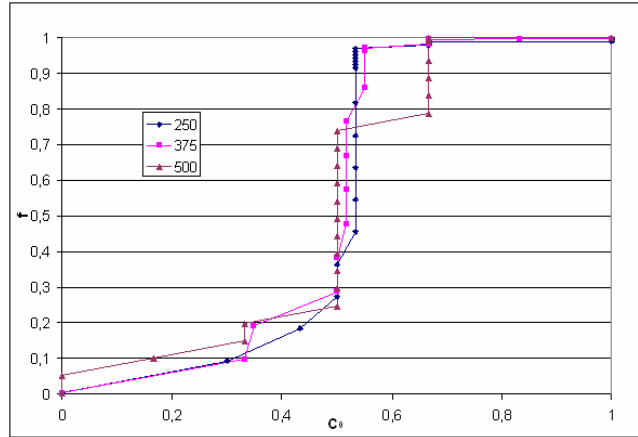
c_0směrná relativní hloubka trhliny, kalibrovaná a dohodnutá hodnota v rozmezí(0-0.5)



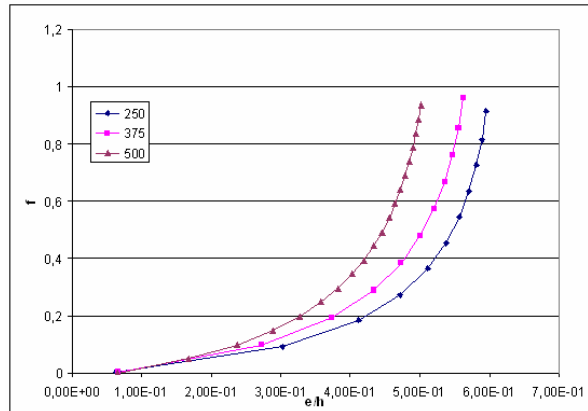
Obr. 9 Zobrazení geometrických parametrů mostu.

Poté se provede vlastní lineární výpočet tak, aby se vnějším zatížením mostu dosáhlo právě zjištěné hodnoty e_{lim} . a toto vnější zatížení působící na most při e_{lim} se stanoví jako mezní zatížitelnost mostu. U metod používaných dnes [8], [9], [10], [11] odpovídá $e_{lim} = 0.25$. Tato hodnota je však velmi konzervativní, což plyne ze závislosti relativní hloubky trhlin c_0 na relativním vnějším zatížení $f = F / F_m$ u nelineárního výpočtu (viz obr.10) a tomu odpovídající závislosti excentricity normálové síly ve směru oblouku e na f u lineárního výpočtu (viz obr.10.) F je síla působící v dané chvíli zatěžování a F_m je únosnost mostu.

Na obrázcích je uveden příklad mostu o rozpětí 4m, světlé výšce oblouku 1m, tloušťce klenby 0.3m, s různými tloušťkami nadnáspu.

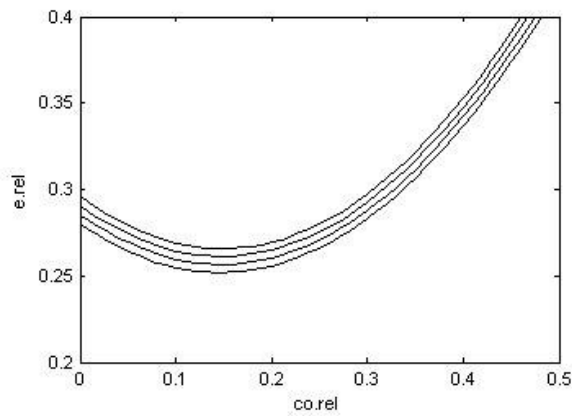


Obr. 10 Vliv c_0 na f pro $l=4m, h=1m, d=0.3m, s=0.250, 0.375, 0.500m$.



Obr. 11 Závislost e na c_0 pro $l=4m, h=1m, d=0.3m, s=0.250, 0.375, 0.500m$.

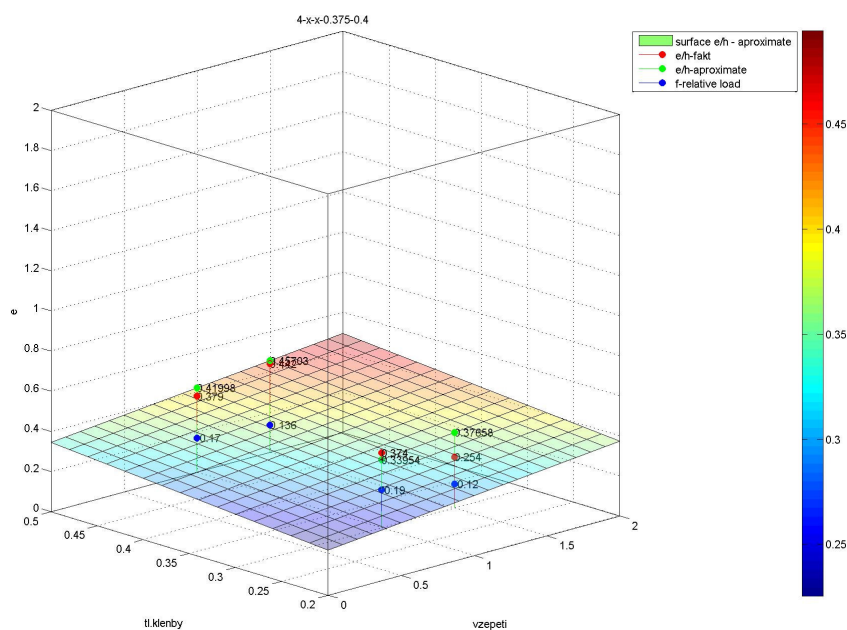
Z grafů na obr.9 a obr.10 lze odvodit vyloučením parametru f závislost c_0 na e . Tím získáme již uvedený vztah (1). Podoba vztahu (1) vyplývá z numerických simulací zatím z 21 konfigurací mostů. S přibývajícimi simulacemi se budou součinitelé ve vzorci postupně upřesňovat. Vztahem(1) si můžeme zobrazit závislost e na velikosti hloubky trhliny c_0 (viz obr.12).



Obr. 12 závislost e na c_0 (0.4,0.5,0.6)pro pro $l=4m, h=1m, d=0.3m, s=0.375m$.

Podle současných metod pro stanovení meze zatížitelnosti mostu se předpokládá, že mezní zatížitelnost mostu nastává při relativní excentricitě $e = 0.25$, tomu odpovídá podle obr. 4, 5. $c_0 = 0.15$. Pro $c_0 = 0.15$ odpovídá dle obr. 3. relativní zatížení $f = 0.1$, což je výsledek velice konzervativní. Pokud bychom pro maximální zatížení brali v úvahu, že trhliny v klenbě mohou proniknout hlouběji než 15%, například $c_0 = 0.4$, znamenalo by to, že bychom připustili $e_{lim} = 0.4$ oproti současnému $e_{lim} = 0.25$. Celkové relativní zatížení f by se změnilo z hodnoty 0.1 na 0.19.

Předpokládejme, že bychom následující postup aplikovali na mosty o rozpětí 4m, světlé výšky oblouku od 0.5 do 2m, tl. klenby od 0.2 m do 0.5 m a tloušťce náspu 0.375 m. V grafu, kde na ose x je světlá výška oblouku, na ose y je tl. klenby a na ose z bychom si vynesli relativní excentricitu pro $c_0 = 0.4$. Dostali bychom rovinu která je znázorněna (viz. obr. 13).



Obr. 13 závislost e pro most s rozpětím 4m s násypem $s = 0.375$ $c_0 = 0.4$ na h a d .

Protože jsem provedli celkem čtyři simulace pro takovéto mosty, známe čtyři hodnoty, které můžeme do grafu zakreslit (čtyři červeně označené body). Abychom mohli hodnoty simulovaných mostů porovnat s plochou, jsou v obrázku vyznačeny body na ploše odpovídající čtyřem simulacím (zeleně označené body). Dále jsou v obrázku vyznačeny modře body zobrazující relativní zatížení mostu. U žádné ze čtyř simulací nepřekročí relativní zatížení hodnotu 0.2. Lze tedy říci, že pokud budeme považovat jako vhodné kritérium pro mezní stav únosnosti relativní hloubku trhlín $c_0 = 0.4$, podstatně se zvýší zatížitelnost mostu aniž by hrozil kolaps mostu.

6. Závěr

Jednotlivé relativní zatížení f příslušné pro $c_0 = 0.4, 0.5, 0.6$ pro mosty o rozpětí 4 m a násypu 0.375 m je v tab.1. V této metodě relativní hloubka trhlín c_0 určuje jakousi míru konzervatismu. Otázkou zůstává, jakou hloubku trhlín brát jako kritérium, aby odhad

zatížitelnosti mostu nebyl konzervativní. Bude také nutno ověřit, zda tato hloubka trhlin bude vyhovovat i pro ostatní mosty s jiným kolmým rozpětím mostu.

c_0	f
0.25	0.1
0.4	0.19
0.5	0.48
0.6	0.57

Tab. 1 závislost c_0 na f.

Poděkování

Projekt byl realizován za finanční podpory ze státních prostředků prostřednictvím Grantové agentury České republiky. Registrační číslo projektu je 1F55A/005/120

Literatura

- [1] Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis verze 8.1.3. [Manuál k programu dostupný na CD], Watertown, Adina R & D 2004.
- [2] Bathe, K. J. - Dvorkin, E. N.: On the Automatic Solution of Nonlinear Finite Element Equations. J. Computers and Structures, 1983, Vol. 17, No. 5-6, pp. 871-879.
- [3] CTAP, Masonry arch Assessment Package. [Manual], University of Wales Cardiff, Mott MacDonald 1990.
- [4] Design Manual for Roads and Bridges, Vol. 3, Section 4, Part 4. The assessment of Highway Bridges and Structures. [Technical Report], London, Department of transport 2001.
- [5] Dvorský, T.: Zděné klenbové přespané mosty. [Disertace], Praha, ČVUT Stavební fakulta 2005.
- [6] Fanning, P. – Boothby, T. – Roberts, B.: Modelling, Assessment, and Load Rating of Masonry Arch Bridges. Us National Research Council, Transportation Report Board 2000.
- [7] Kukaň, V. - Hrdoušek, V. - Podolka, L.: Zpřesnění a úprava metodiky stanovení zatížitelnosti mostů pozemních komunikací, zděné klenbové mosty. [Zpráva], Praha, ČVUT Stavební fakulta, projekt S203/120/705/97 Ministerstvo dopravy, Příloha 4.
- [8] Kukaň, V.: Zpřesnění a úprava metodiky stanovení zatížitelnosti mostů pozemních komunikací, zděné klenbové mosty. [Zpráva], Praha, ČVUT Fakulta stavební, projekt MDS č. 303/120/705/97 Ministerstvo dopravy, Příloha 4.
- [9] Sinopoli, A.: Arch Bridges, History, Analysis, Assessment, Maintenance and Repair. Rotterdam, Balkema 1998.
- [10] Tabulky zatížitelnosti klenbových mostů. Praha, Ministerstvo vnitra a ŽP ČSSR, správa pro dopravu 1989.
- [11] UIC CODE 778-3/R/ Recommendations for the Assessment of the Load Carrying Capacity of Existing Masonry and Mass-Concrete Bridges. Paris, International Union of Railways, 1995.
- [12] Řeřicha, P.: Static and Dynamic Limit Loads of Reinforced Concrete Structures. CTU Reports, Vol 4 , Praha, ČVUT 2000.

Poděkování

Projekt byl realizován za finanční podpory ze státních prostředků prostřednictvím Grantové agentury České republiky. Registrační číslo projektu je 1F55A/005/120