



## THE POSSIBILITIES OF TUNING AND OPTIMISATION OF ACOUSTIC RESONANCE PROPERTIES OF THE HUMAN VOCAL TRACT

V. Radolf\*, T. Vampola\*\*

**Summary:** *The paper deals with optimization process finding such geometrical form of acoustical cavities of the human supraglottal spaces which leads to excitation of predefined acoustic resonance, especially between a domain of the third and the fifth formant. This frequency domain is important for voice timbre, namely for singing voice ('the singer's formant'). The problem is solved by the transfer matrix method using conic acoustic elements for the vocal tract modelling and numerical method of searching a minimum of a goal function of several variables. The results should help to obtain a physical background for voice rehabilitation, for teaching of opera singers at musical faculties and for better understanding of biomechanics of voice production.*

### 1. Úvod

Práce navazuje svým obsahem na problémy řešené dosud v rámci grantu GAČR 106/04/1025 „Modelování vibroakustických systémů se zaměřením na vokální trakt člověka“. Ve spolupráci s foniatrickými pracovišti v ČR byly v rámci tohoto projektu vytvořeny prostorové a následně zjednodušené jednodimenzionální geometrické modely akustických vokálních dutin člověka při fonaci samohlásek. Zjišťovány byly dynamické charakteristiky vokálního a nosního traktu člověka pomocí matematických 3D konečněprvkových modelů a 1D modelů, u kterých byly tyto charakteristiky počítány metodou přenosových matic.

Tento příspěvek je zaměřen na možnosti optimalizace geometrického tvaru vokálního traktu člověka s cílem nalézt takovou konfiguraci akustických dutin (v jistých reálných mezích daných fyziologií člověka), při které dojde k vybuzení předem definované akustické rezonance. Jedná se o tzv. ladění formantů. Zvláště zajímavá je frekvenční oblast mezi třetím až pátým formantem, která je důležitá pro barvu hlasu a zejména pak pro zpěvný hlas (tzv. pěvecký formant) (Titze, 2000). Profesionální zpěváci jsou schopni zmiňovaných rezonancí dosáhnout, ale nedokáží přesně (fyzikálně) popsat, jakým způsobem.

---

\* Ing. Vojtěch Radolf, : Ústav termomechaniky, Akademie věd ČR; Dolejškova 5; 182 00 Praha 8; tel.: +420.266 053 783; e-mail: [radolf@it.cas.cz](mailto:radolf@it.cas.cz)

\*\* Doc.Dr.Ing. Tomáš Vampola: Ústav Mechaniky, Fakulta Strojní, ČVUT v Praze; Karlovo náměstí 13; 121 35 Praha 2; tel.: +420.224 357 244; e-mail: [tomas.vampola@fs.cvut.cz](mailto:tomas.vampola@fs.cvut.cz)

## 2. Matematický model

Pro 1D model byla použita metoda přenosových matic (dále jen MPM) ve spojení s kuželovými elementy. Metoda vychází z vlnové rovnice zvukovodu proměnného průřezu se třením pro rychlostní potenciál popsany rovnicí (Merhaut, 1971):

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{c_0^2} \cdot \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{r_s}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = 0, \quad (1)$$

kde význam jednotlivých veličin je následující:

|        |  |   |
|--------|--|---|
| $\phi$ | [m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]     | rychlostní potenciál,                                   |
| $\rho$ | [kg.m <sup>-3</sup> ]                  | hustota prostředí,                                      |
| $x$    | [m]                                    | podélná souřadnice zvukovodu,                           |
| $t$    | [s]                                    | čas,  |
| $S$    | [m <sup>2</sup> ]                      | plocha průřezu zvukovodu,                               |
| $c_0$  | [m.s <sup>-1</sup> ]                   | rychlost šíření zvuku v prostředí,                      |
| $r_s$  | [kg.m <sup>-3</sup> .s <sup>-1</sup> ] | specifický akustický odpor zvukovodu na jednotku délky. |

Po analytickém vyřešení rovnice (1) za předpokladu harmonického signálu a aplikaci obecných okrajových podmínek dostáváme vztah mezi vstupem "1" a výstupem "2" zvukovodu pro akustický tlak  $p$  [Pa] a objemovou rychlost  $W$  [m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>]:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ W_2 \end{bmatrix} = \underline{T}_{2,1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Tento vztah je definován přenosovou maticí kuželového elementu  $\underline{T}_{2,1}$  (Radolf & Vampola, 2005). Vokální trakt je sestavený ze třiatváceti elementů jako model ústních a epilaryngeálních dutin od hlasivek až po ústa člověka při fonaci dané samohlásky.

Optimalizační procedura byla naprogramována v prostředí Matlab na základě polytopové metody hledání minima cílové funkce o více proměnných (Lederer, 1988).

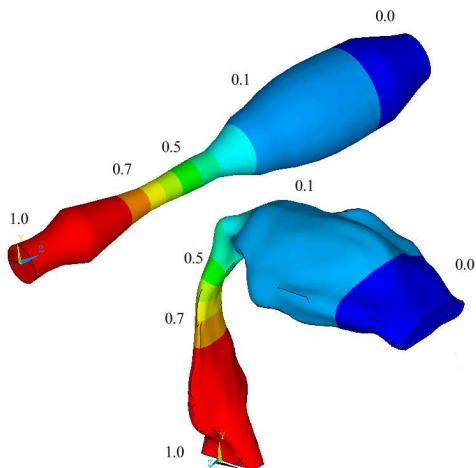
## 3. Frekvenčně – modální analýza

Vlastní frekvence modelu vokálního traktu byly vypočteny pomocí MKP jak v původní 3D konfiguraci tak v pseudo 1D konfiguraci a pomocí MPM v 1D konfiguraci bez tlumení. Výsledky pro samohlásku /a/ jsou uvedeny v Tab.1.

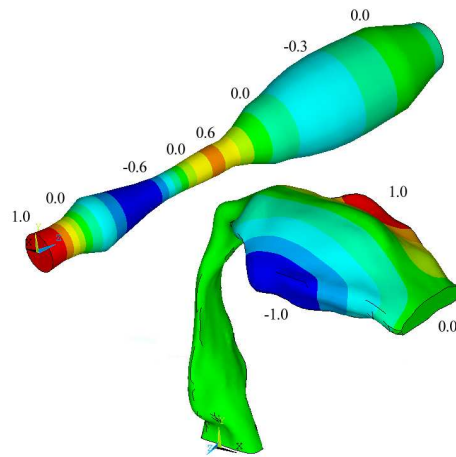
Tab.1 Vlastní frekvence vokálního traktu

| Formant | 3D MKP model<br>frekvence [Hz] | 1D MKP model<br>frekvence [Hz] | 1D MPM model<br>frekvence [Hz] |
|---------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| F1      | -50,8 ± i 644,2                | -42,8 ± i 637,7                | i 644,3                        |
| F2      | -34,0 ± i 1165,3               | -25,0 ± i 1170,4               | i 1186,2                       |
| F3      | -49,2 ± i 3034,6               | -42,2 ± i 3066,0               | i 3101,8                       |
| F4      | -51,3 ± i 3995,5               | -41,3 ± i 3915,3               | i 3944,1                       |
| F5      | -43,3 ± i 4188,6               | -48,9 ± i 4925,5               | i 4967,5                       |

U prvních čtyř vl. frekvencí činí odchylka obou 1D modelů od 3D modelu max. 2,2 %. V oblasti frekvencí nad 4 kHz však dochází k vybuzení příčných kmitů, které 1D modely nepostihnou (Obr.1, Obr.2), proto se hodnota páté vlastní frekvence značně liší.



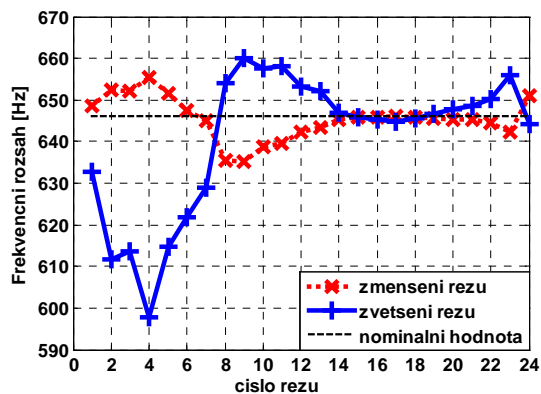
Obr.1 První vlastní tvar kmitu, 1D a 3D MKP



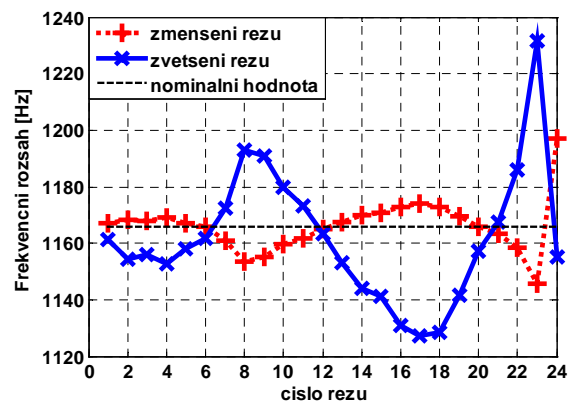
Obr.2 Pátý vlastní tvar kmitu, 1D a 3D MKP

#### 4. Analýza citlivosti vlastních frekvencí

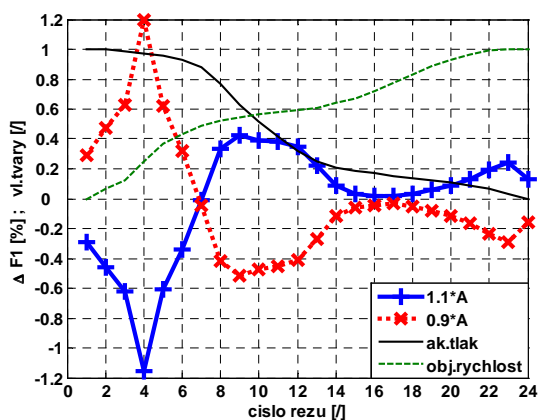
S ohledem na relativně velké množství optimalizačních parametrů byla nejprve vyhodnocena frekvenční citlivost sestaveného modelu na variaci jednotlivých řezů v definovaném rozsahu. Pro posouzení citlivosti modelu, bylo uvažováno postupné variování jednotlivých definičních řezů. Dosažené výsledky pro samohlásku /a/ jsou patrné z Obr.3 až Obr.8. První řez odpovídá vždy rovině hlasivek, poslední řez (číslo 23) rovině úst.



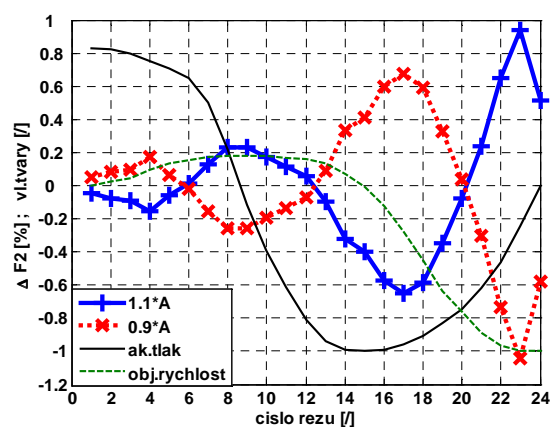
Obr.3 Citlivost 3D modelu, 1. vl. frekvence



Obr.4 Citlivost 3D modelu, 2. vl. frekvence

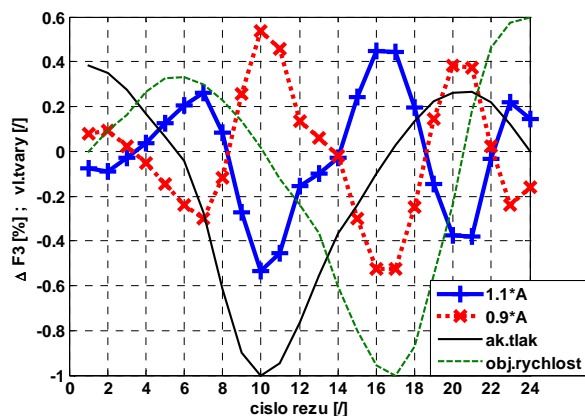


Obr.5 Citlivost 1D modelu, 1. vl. frekvence

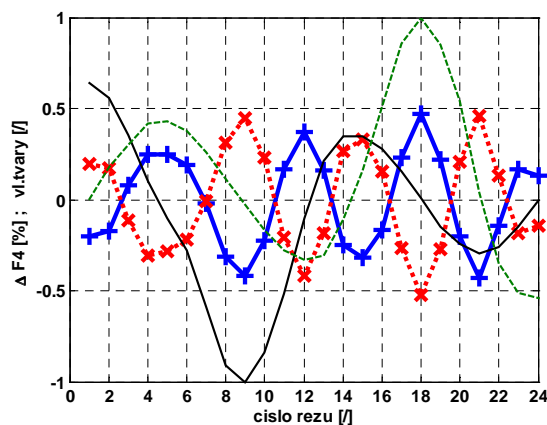


Obr.6 Citlivost 1D modelu, 2. vl. frekvence

Obr.3 a Obr.4 ukazují citlivost 3D MKP modelu při zmenšení řezů o 0,5mm a zvětšení řezů o 1mm. Obr.5 až Obr.8 ukazují citlivost 1D MPM modelu při zvětšení plochy řezu na 1,1násobek resp. zmenšení na 0,9násobek původní hodnoty. V těchto grafech jsou zároveň zakresleny vlastní tvary kmitu – hodnoty amplitud akustického tlaku a objemové rychlosti. Z nich je – zvláště u vyšších tvarů kmitu – zřejmá největší citlivost těch řezů, jejichž poloha odpovídá uzlům a kmitnám. Citlivosti 3D a 1D modelů vykazují u prvních dvou vlastních frekvencí podobný charakter (Obr.3 – Obr.6).



Obr.7 Citlivost 1D modelu, 3. vl. frekvence



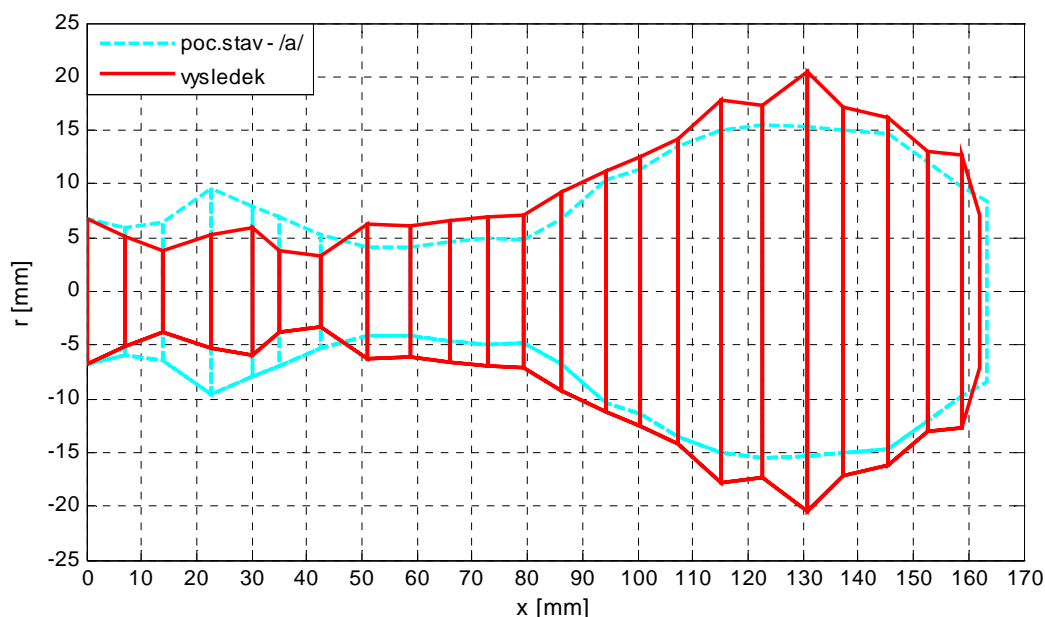
Obr.8 Citlivost 1D modelu, 4. vl. frekvence

## 5. Příklad optimalizace – ladění formantů

Vzhledem k tomu, že optimalizační výpočet 1D modelu neklade vysoké nároky na výpočetní čas, bylo při hledání nových rozměrů variováno všech 24 řezů v rozmezí  $\pm 50$  % původní hodnoty a délka prvního a posledního elementu v mezích  $L_1 \in \langle 2; 17 \rangle$  mm;  $L_{23} \in \langle 2; 14,8 \rangle$  mm. Hodnoty rychlosti šíření zvuku a hustoty vzduchu byly uvažovány  $c_0 = 353 \text{ ms}^{-1}$ ;  $\rho = 1,2 \text{ kgm}^{-3}$ .

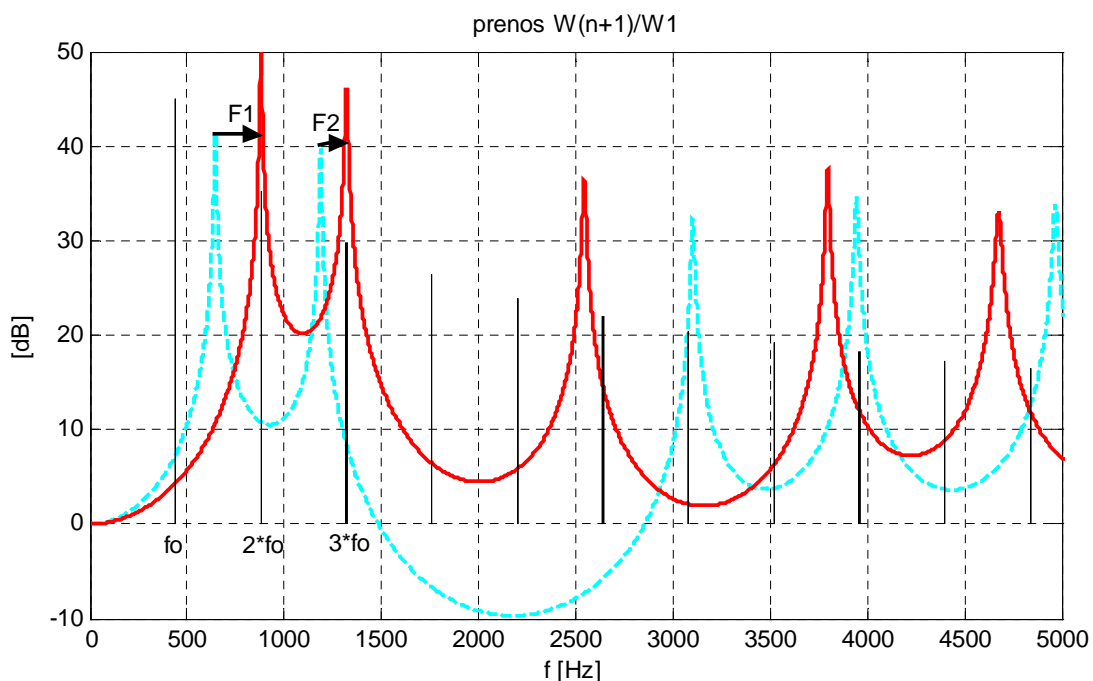
Profesionální (operní) zpěváci dosahují maximálního zesílení tónu naladěním prvního nebo druhého formantu na základní nebo vyšší harmonickou frekvenci vydávaného tónu. Uvažovaná geometrie odpovídá vokálnímu traktu muže, proto byl pro následující příklad vybrán tón  $a_1$  ("komorní a" 440 Hz), který se přibližuje horní hranici rozsahu tenoristů (Novák, 2000). Pokud bychom se snažili naladit první formant na tuto frekvenci, neodpovídal by již samohlásce /a/ (Dedouch et al., 2003). Této samohlásce ovšem stále odpovídá hodnota prvního formantu 880 Hz a druhého formantu 1320 Hz, tedy druhá a třetí harmonická složka tónu  $a_1$  (tóny  $a_2$  a  $e_3$ ). Optimalizační výpočet byl tedy proveden právě pro toto požadované naladění formantů.

Na Obr.9 je čárkovaně (modře) znázorněna původní geometrie zjednodušeného 1D modelu vokálního traktu při fonaci samohlásky /a/ a plně (červeně) výsledná geometrie po dokončení optimalizačního výpočtu. Je patrné zúžení v první čtvrtině délky traktu a rozšíření v celé jeho další části, nejvíce ve vzdálenosti 30 až 40 mm od roviny úst (od pravého konce).



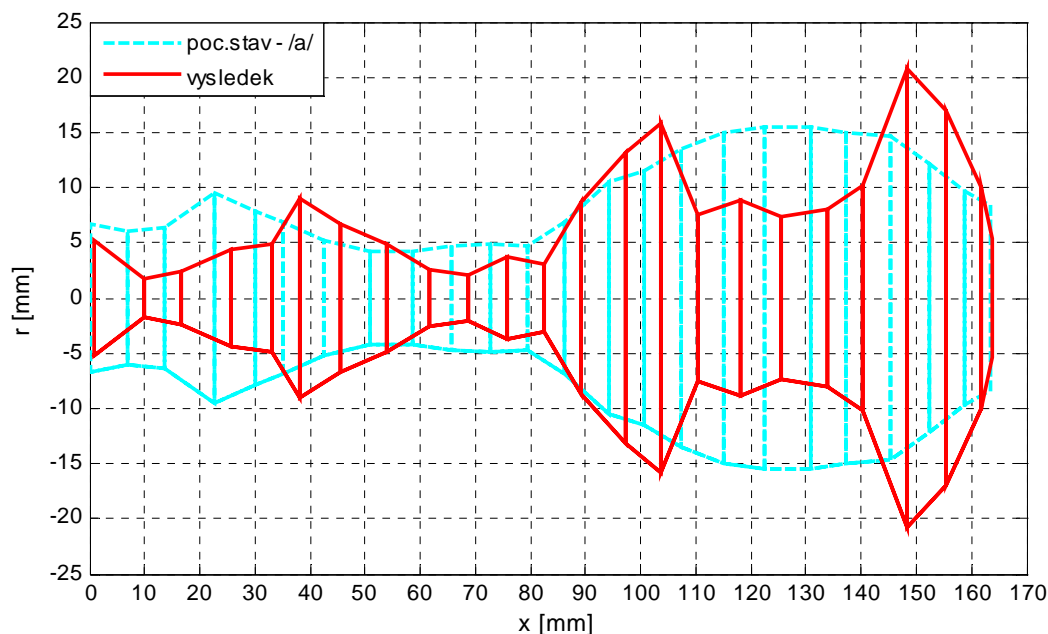
Obr.9 Geometrie vokálního traktu /a/ pro naladění F1 a F2 na vyšší harm. složky tónu  $a_1$

Původní a výsledná přenosová charakteristika vokálního traktu spolu s vyššími harmonickými složkami budící frekvence jsou na Obr.10. Polohy prvních pěti formantů modifikovaného traktu jsou dány rezonančními frekvencemi: 880,0; 1320,0; 2543,0; 3796,1; 4675,7 [Hz]. Z grafu je patrný nejen výrazný nárůst přenosu na požadovaných frekvencích 880 a 1320 Hz (z 10 až na 50 dB), ale zároveň i významné zlepšení přenosu v oblasti do 3 kHz, tedy zlepšení odezvy modelu traktu na buzení čtvrtou až šestou vyšší harmonickou složkou budící frekvence. Malé zhoršení přenosu zaznamenáme přímo u budící frekvence  $f_0 = 440$  Hz.



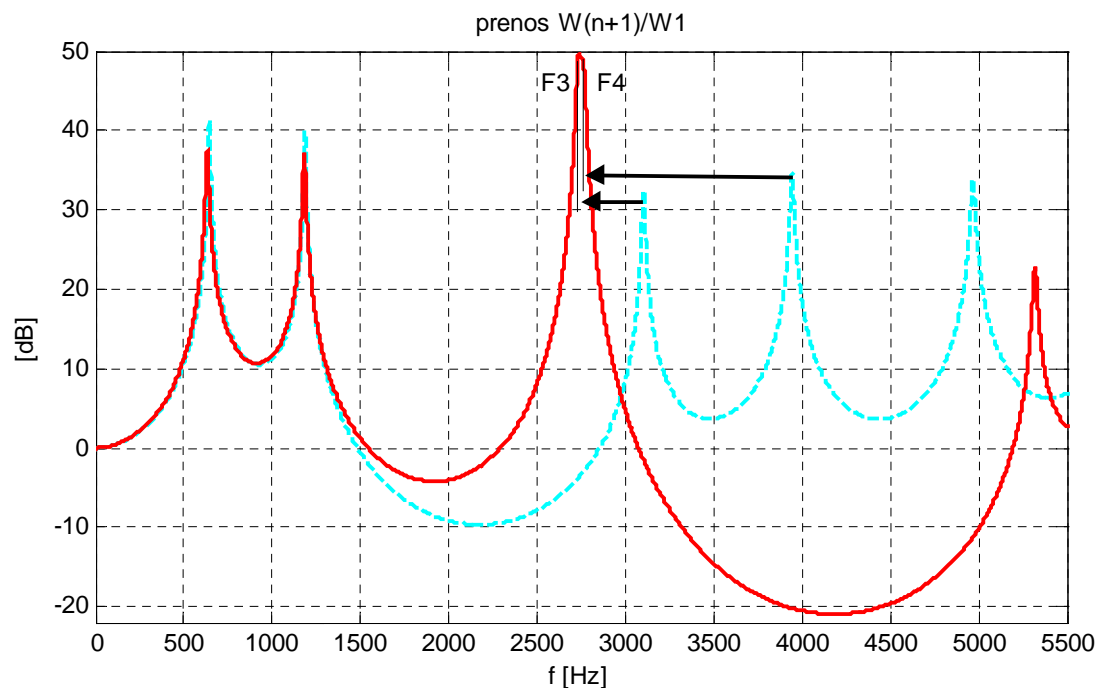
Obr.10 Přenos objemové rychlosti vokálním traktem /a/ před a po optimalizaci, ladění F1 a F2

Další optimalizační výpočet byl proveden za účelem nalezení pěveckého formantu, tedy co nejmenšího rozdílu mezi třetím a čtvrtým formantem ležícími v oblasti okolo 2,8 kHz. Zároveň byl zadán požadavek minimální změny prvních dvou formantů od původní hodnoty (Tab.1). Cílová funkce, jejíž minimum pomocí optimalizačního postupu hledáme, má potom tvar:  $f_{cil} = (F_1 - 644.3)^2 + (F_2 - 1186.2)^2 + (F_4 - F_3)^2$ . Optimalizační parametry zůstaly stejné jako v předchozím případě.



Obr.11 Geometrie vokálního traktu /a/ při naladění na pěvecký formant

Původní a výsledná geometrie je na Obr.11. Původní a výsledná přenosová charakteristika vokálního traktu je na Obr.12. Polohy prvních pěti formantů modifikovaného traktu jsou 636,7; 1185,5; 2729,8; 2765,9; 5320,1 [Hz]. K výraznému zesílení přenosu dochází mezi 2,7-2,8 kHz, oproti tomu v oblasti nad 3 kHz je přenos citelně zeslaben.



Obr.12 Přenos objemové rychlosti vokálním traktem /a/ před a po optimalizaci, pěvecký formant

#### 4. Závěr

Bylo provedeno porovnání výsledků frekvenčně - modální analýzy na 3D modelu vokálního traktu pro fonaci samohlásky /a/ pomocí MKP a na 1D modelu metodou přenosových matic. Tyto výsledky jsou ve velmi dobré shodě v oblasti do 4 kHz (Tab.1). U obou modelů byla vyhodnocena frekvenční citlivost na změnu velikosti plochy jednotlivých řezů. Citlivosti 3D a 1D modelů vykazují u prvních dvou vlastních frekvencí podobný charakter (Obr.3 – Obr.6).

Dále byly předvedeny dva příklady 1D optimalizačního výpočtu s cílem naladění formantů na požadované frekvence. V prvním případě se jednalo o naladění prvního a druhého formantu na vyšší harmonické složky tónu  $a_1$ . Ve druhém případě šlo o nalezení tzv. pěveckého formantu. Dosažitelnost výsledného tvaru vokálního traktu je potřeba konzultovat s odborníky v oboru foniatrie.

#### 5. Poděkování

Příspěvek vznikl v rámci výzkumného záměru AV0Z20760514, projektu ÚT AVČR PP07-03065 "Akustické vlastnosti dutin a jejich optimalizace s ohledem na aplikace v biomechanice hlasu člověka" a díky podpoře grantového projektu GAČR 106/04/1025 „Modelování vibroakustických systémů se zaměřením na vokální trakt člověka“.

#### 6. Literatura

Dedouch, K., Švec, J.G., Horáček, J., Kršek, P., Havlík, R., Vokřál, J. (2003) Akustická analýza mužského vokálního traktu pro české samohlásky, in: SBORNÍK XIV. foniatické dny Evy Sedláčkové, AUDIO-FON CENTR, s.r.o., Brno, pp.60-63

Lederer, P. (1988) Teorie a optimalizace mechanických systémů I, ediční středisko ČVUT, Praha

Merhaut, J. (1971) Teoretické základy elektroakustiky, Academia, Praha

Novák, A. (2000) Foniatrie a pedaudiologie, vlastní vydání autora, Praha

Radolf, V. & Vampola, T. (2005) Transfer Matrix Method for the Human Vocal Fold Modelling, in: BOOK OF EXTENDED ABSTRACTS, Engineering Mechanics 2005, IT CAS, Prague, pp.267-268

Titze, I. (2000) Principles of Voice Production, National Center for Voice and Speech, Iowa City IA 52242, USA