



VERTIKÁLNÍ KMITÁNÍ VOZIDLA PŘI PŘEJEZDU SOUSTAVY PŘEKÁŽEK

J. Soukup¹, J. Volek¹

Summary: *An investigation of the vertical vibration of the 3D vehicle model with asymmetry suspension, under damping and mass distribution at vehicle crossing over a system of the road surface bumps was performed. Results of analytic, numerical and experimental method were compared and qualified.*

1. Úvod

Při analýze kmitání vozidel jsou na základě různých předpokladů (volba modelu od čtvrtinového modelu až po 3D model s několika stupni volnosti, s různými pružnými a disipativními vazbami, převážně asymetrickými, se symetrickým rozložením hmotnosti, při symetrickém kinematickém buzení) aplikovány různé postupy (respektive jejich kombinace) – analytické, numerické, simulační a experimentální v různých softwarových prostředích, např. SIMPACK, ADAMS, ALASKA apod.

Pro možnost porovnání a posouzení výsledků jednotlivých řešení bylo třeba definovat především jednoduchý, ale obecný 3D model splňující požadované předpoklady a umožňující vyšetřování uvedenými metodami. Nutnost použití 3D modelu vozidla byla zdůvodněna požadavky uvedenými v dřívějších pracích autorů (Soukup & Volek, 2006), původní výpočtový a simulační model byl doplněn o disipativní prvek, neboť se ukázalo, že pro experimentální vyšetřování nelze vytvořit vhodný model bez disipace energie, významně se uplatňuje např. i vliv útlumu materiálu pružin. Tlumící účinek prvku byl stanoven z logaritmického dekrementu, zjištěného experimentálním vyšetřováním. Model desky byl doplněn dvěma vývažky, každý o hmotnosti rovné polovině hmotnosti desky, což umožňuje modelovat různé případy nesymetrie. Pro porovnání výsledků řešení jednotlivých postupů byl zvolen časový průběh posuvu, rychlosti a zrychlení v libovolném bodě modelu a síly v místě uložení.

2. Řešení

Časový průběh vertikálního posuvu, rychlosti a zrychlení v bodě $A(x_A, y_A)$ modelu

$$w_A(t) = w_T(t) + x_A\varphi_y(t) - y_A\varphi_x(t) \quad (1)$$

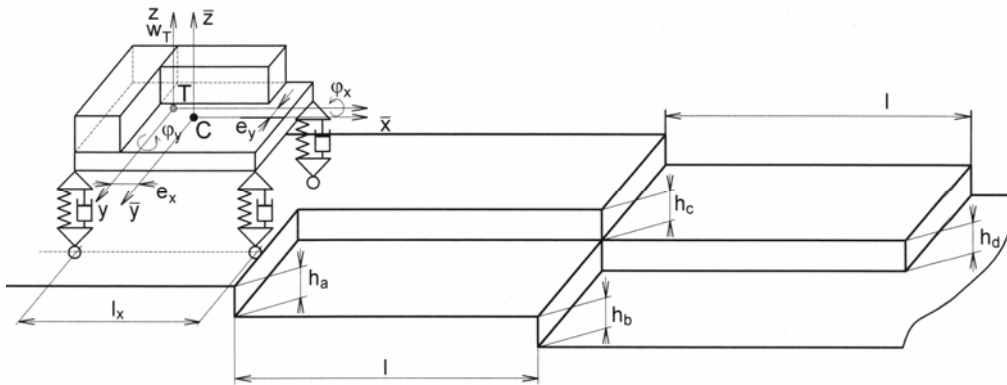
¹ Doc. Ing. Josef Soukup, CSc., PhDr. Ing. Jan Volek: Fakulta výrobních technologií a managementu, Univerzita J. E. Purkyně v Ústí n. L., Na Okraji 1001, 400 96 Ústí n. L., tel.: +420 475 285 525, e-mail: soukupi@fvvm.ujep.cz

Lze zjistit z pohybových rovnic získaných např. z Lagrangeových rovnic II. druhu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (2)$$

kde w – posuv, φ_x, φ_y – úhel natočení k ose x, y , \mathbf{M} – matice tuhosti, \mathbf{B} – matice tlumení, \mathbf{K} – matice tuhosti, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_j^T = (w_T, \varphi_x, \varphi_y)^T$ – vektor zobecněné souřadnice, $\mathbf{F} = (F_1(t), F_2(t), F_3(t))^T$ – vektor kinematického buzení, jehož složky jsou definovány nerovností $h(x)$ vozovky (koleje) a rychlostí přejezdu překážky $v(x, t) \Rightarrow h(t)$. Řešení soustavy diferenciálních rovnic (2) při nulových počátečních podmínkách je dáno součtem konvolutorních integrálů

$$q_j(t) = \sum_{i=1}^3 (-1)^{j+i} \sum_{k=1}^3 \left[K_{ji,k} \int_0^t F_i(\tau) e^{-b_k(t-\tau)} \cdot \cos \Omega_k(t-\tau) d\tau + \frac{L_{ji,k} - b_k K_{ji,k}}{\Omega_k} \int_0^t F_i(\tau) e^{-b_k(t-\tau)} \cdot \sin \Omega_k(t-\tau) d\tau \right] \quad (3)$$



Obr. 1 Schéma 3D modelu nesymetrického vozidla o 3°volnosti.
Přejezd přes soustavu překážek

Složky vektoru funkce kinematického buzení $F_i(t)$ jsou dány funkcemi součinu konstant tuhosti pružin a výšky nerovnosti $h(t)$ a součinem koeficientu tlumení b_i a časové změny výšky k_t v místě dotyku m -tého kola při dané rychlosti přejezdu překážky ve tvaru (2).

Je-li

$$\Phi_m(t) = k_{tm} h_m(t) + b_{tm} \frac{\partial h_m t}{\partial t} \quad (4)$$

$$F_1(t) = \sum_{m=1}^4 \Phi_m(t)$$

Pak pro $F_i(t)$ platí

$$F_2(t) = -\sum_{m=1}^2 \Phi_m(t) l_{ym} + \sum_{m=3}^4 \Phi_m(t) l_{ym} + e_y \sum_{m=1}^4 \Phi_m(t) l_{ym} \quad (5)$$

$$F_3(t) = \sum_{m=1,4} \Phi_m(t) l_{xm} - \sum_{m=2,3} \Phi_m(t) l_{xm} - e_x \sum_{m=1}^4 \Phi_m(t) l_{xm}$$

kde l_{xm} a l_{ym} jsou vzdálenosti pružin od os x a y geometrické symetrie s počátkem v bodě C .

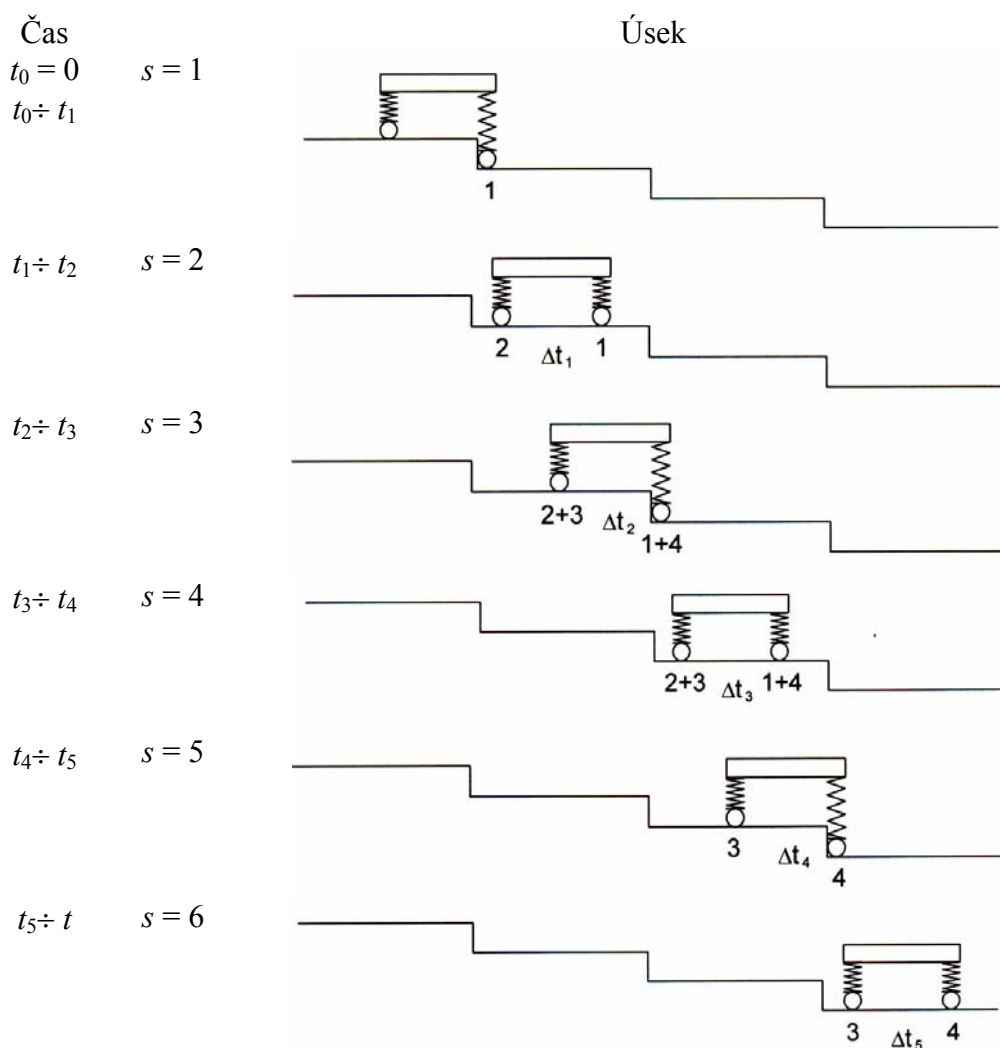
V případě přejezdu soustavy překážek ve tvaru skoku podle obr. 1 lze výšku překážky $h_m(t)$ vyjádřit pomocí Heavisideho funkce $h_m(t) = h_m \cdot H(t)$. V konvolutorních integrálech (3) jsou pak složky vektoru $F_i(t)$ vyjádřeny v závislosti na čase $t_s < t$ postupných seskoků jednotlivých kol výrazem

$$h_m(t) = h_m H(t - t_s) \Rightarrow \Phi_m(t - t_s) = h_m \left[k_{tm} H(t - t_s) + b_{tm} \frac{\partial H(t - t_s)}{\partial t} \right]$$

kde s – číslo projížděného úseku, t_s – čas seskoku kola na počátku úseku s , t – celkový čas od prvního seskoku. Předpokládá se stejná vzdálenost pružin od os geometrické symetrie $l_{xm} = l_x$, $l_{ym} = l_y$, stejná výška všech seskoků $h_m = h$, stejná tuhost všech pružin $k_{tm} = k_t$ a stejný součinitel tlumení $b_{tm} = b_t$. Potom jsou složky vektoru $F_i(t)$ v jednotlivých úsecích s vyjádřeny v závislosti na čase $t_s \leq t$ postupných seskoků jednotlivých kol dle vztahu

$$F_i(t) = h \sum_{s=1}^n F_{i,s}^* \left(k_t H(t - t_{s-1}) + b_t \frac{\partial H(t - t_{s-1})}{\partial t} \right) \quad (6)$$

kde n – celkový počet provedených seskoků v čase t a parametry $F_{i,s}^*$ se určí z rovnice (5) pro jednotlivé úseky při seskoku jednotlivých kol m v s -tém úseku, viz. obr. 2



Obr. 2 Schéma úseků přejezdu modelu přes překážky

1. úsek, $s = 1$ seskok 1. pravého kola z prvního pravého skoku v čase $t_{s-1} = t_0 \leq t \leq t_1$

$$n = 1 \quad F_{1,1}^* = 1; \quad F_{2,1}^* = -(l_y - e_y); \quad F_{3,1}^* = l_x - e_x$$

kola 2., 3. a 4. jedou po rovině $h_2 = h_3 = h_4 = 0$

2. úsek, $s = 2$ seskok 2. pravého kola z prvního pravého skoku v čase $t_1 \leq t \leq t_2$

$$n = 2 \quad F_{1,2}^* = 1; \quad F_{2,2-1}^* = -(l_y - e_y); \quad F_{3,2}^* = -(l_x + e_x)$$

kola 1., 3. a 4. jedou po rovině $h_2 = h_3 = h_4 = 0$

3. úsek, $s = 3$ seskok 1. pravého kola z druhého pravého skoku a 1. levého kola z prvního levého skoku v čase $t_2 \leq t \leq t_3$

$$n = 3 \quad F_{1,3}^* = 2; \quad F_{2,3}^* = 2e_y; \quad F_{3,3}^* = 2(l_x - e_x)$$

kola 2. a 3. jedou po rovině $h_2 = h_3 = 0$

4. úsek, $s = 4$ seskok 2. pravého kola z druhého pravého skoku a 2. levého kola z prvního levého skoku v čase $t_3 \leq t \leq t_4$

$$n = 4 \quad F_{1,4}^* = 2; \quad F_{2,4}^* = 2e_y; \quad F_{3,4}^* = -2(l_x - e_x)$$

kola 1. a 4. jedou po rovině $h_1 = h_4 = 0$

5. úsek, $s = 5$ seskok 1. levého kola z druhého levého skoku v čase $t_4 \leq t \leq t_5$

$$n = 5 \quad F_{1,5}^* = 1; \quad F_{2,5}^* = l_y + e_y; \quad F_{3,5}^* = l_x - e_x$$

kola 1., 2. a 3. jedou po rovině $h_1 = h_2 = h_3 = 0$

6. úsek, $s = 6$ seskok 2. levého kola z druhého levého skoku v čase $t_5 \leq t$

$$n = 6 \quad F_{1,6}^* = 1; \quad F_{2,6}^* = l_y + e_y; \quad F_{3,6}^* = -(l_x + e_x)$$

kola 1., 2. a 4. jedou po rovině $h_1 = h_2 = h_4 = 0$

V čase $t_5 < t$ všechna kola jedou po rovině, volné kmitání modelu vozidla.

Potom konvolutorní integrály v rovnici (3) přejdou do tvaru (po úpravě)

$$q_j(t) = h \sum_{i=1}^3 (-1)^{i+j} \sum_{k=1}^3 \sum_{s=1}^n F_{i,s}^* \int_0^t \left[k_t H(\tau - t_{s-1}) + b_t \frac{\partial H(\tau - t_{s-1})}{\partial \tau} \right] e^{-b_k(t-\tau)} \cdot \left[K_{ji,k} \cos \Omega_k(t-\tau) + \frac{L_{ji,k} - b_k K_{ji,k}}{\Omega_k} \sin \Omega_k(t-\tau) \right] d\tau \quad (6)$$

a po integraci budou mít tvar

$$\begin{aligned}
q_j(t) = & h \sum_{i=1}^3 (-1)^{j+i} \sum_{k=1}^3 \frac{\Omega_k}{\Omega_k^2 + b_k^2} \sum_{s=1}^n F_{i,s}^* \left\{ k_t K_{ji,k} \left[\frac{b_k}{\Omega_k} - e^{-b_k(t-t_{s-1})} \left(\frac{b_k}{\Omega_k} \cos \Omega_k(t-t_{s-1}) \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \Omega_k(t-t_{s-1}) \right] + k_t \frac{L_{ji,k} - b_k K_{ji,k}}{\Omega_k} \left[1 - e^{-b_k(t-t_{s-1})} \left(\frac{b_k}{\Omega_k} \sin \Omega_k(t-t_{s-1}) \right) + \cos \Omega_k(t-t_{s-1}) \right] + \right. \\
& \left. \left. + b_t e^{-b_k(t-t_{s-1})} \left[K_{ji,k} \cos \Omega_k(t-t_{s-1}) + \frac{L_{ji,k} - b_k K_{ji,k}}{\Omega_k} \sin \Omega_k(t-t_{s-1}) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Výpočtem složek vektoru zobecněné souřadnice $q_j(t)$, tj. $q_1(t) = w_T(t)$, $q_2(t) = \varphi_x(t)$, $q_3(t) = \varphi_y(t)$ je možno určit vertikální posuv libovolného bodu $A(x+y)$ vozidla podle rovnice (1) a následně z příslušných derivací $w_A(x,y,t)$ i rychlosti $v_A(x,y,t) = \frac{\partial w_A(x,y,t)}{\partial t}$ a zrychlení

$$a_A(x,y,t) = \frac{\partial^2 w_A(x,y,t)}{\partial t^2}.$$

Poděkování

Tato práce vznikla za podpory grantu GA ČR 101/05/2371.

Literatura

- Soukup, J., Volek, J., (2006): Analytické a numerické vyšetřování vertikálního kmitání nesymetrického modelu vozidla. In.: *Computational Mechanics 2006*, Nečtiny, pp. 579-584.
- Soukup, J., Volek, J. (2006): Vyšetřování vertikálního kmitání modelu nízkopodlažního trolejbusu Škoda 21 Tr – III. In.: *Sb. IV. konference s mezinárodní účastí Dynamika tuhých a deformovatelných těles 2006*, (B. Skočilasová, ed.), FVTM UJEP, Ústí n. L., str. 191 – 212.
- Volek, J., Soukup, J., Polach, P. & Hajžman, M. (2006) Vyšetřování vertikálního kmitání modelu nízkopodlažního trolejbusu ŠKODA 21 Tr II, in: *CD-ROM Proc. of the National Conference with Internatinal Participation Engineering Mechanics 2006*, Svratka, 2006, extended abstracts proc. pp. 430-431.
- Hajžman, M., Polach P. (2005) Optimization Methodology of the Hydraulic Shock Absorbers Parameters in Trolleybus Multibody Models on the Basis of Trolleybus Dynamic Response Experimental Measurement, in: *Proc. Internationa. Scientific Conference held on the occasion 55th anniversary of founding the Faculty of Mech. Eng. of the VSB - Technical University of Ostrava, Applied Mechanics*, Ostrava, 2005, pp. 117-122