



## EXPERIMENTAL AND NUMERICAL IDENTIFICATION OF MATERIAL PARAMETERS OF MASONRY

Jan Sýkora<sup>1</sup>, Jan Vorel<sup>2</sup>, Jan Novák<sup>3</sup>

**Summary:** *The masonry constructions are widely used for a long time. Nowadays, new masonry structures are on demand owing to its variety and appealing mechanical properties. Both basic components, i.e. the stone blocks and mortar joints, are viewed as quasi-brittle materials with inherent strain softening response, which (in dependence on fracture toughness of both components) manifests itself by the localization of inelastic strains mainly into the mortar beds between stones. With reference to their topology it appears useful, at least for computational purposes, to treat these material systems in the framework of multi-scale modeling based on homogenization techniques for the determination of material parameters on the mesoscopic level. The PUC serves as a suitable tool to determine the effective thermo-mechanical properties of the masonry and macroscopic loading paths that become the input data for the modeling on macroscopic level. The first part of this contribution is focused on determination of the fracture energy and the second part deals with evaluation of the effective heat conductivity with consideration of jumps between stone blocks and mortar.*

### 1. Úvod

V první části příspěvku jsou prezentovány výsledky z fyzikálních a numerických experimentů prováděných na katedře mechaniky Fakulty stavební v Praze a v Kloknerově ústavu v Praze. Testy byly provedeny nejen na vzorcích malt a cihel, ale také na makroskopických tělesech testovaných v tlaku, orientovaném v různých úhlech vzhledem k rovině ložných spár. Statistickým zpracováním dat byla získána náhodná rozdělení jednotlivých mechanických vlastností použitých složek zdiva (MVC, CP), včetně rozdělení smykových parametrů ( $c$  - soudržnost a  $\varphi$  - úhel vnitřního tření) kontaktní zóny mezi cihlou a maltou (ITZ). Ostatní parametry fázového rozhraní ( $K_{tt}$  - smyková tuhost,  $K_{nn}$  - normálová tuhost) nezbytné pro správný popis chování zdiva jsou získány z numerických simulací založených na metodě "pokus-omyl" s cílem co nejlépe reprodukovat experimentálně zjištěné zatěžovací dráhy. Získaná data jsou používána k výpočtům efektivních parametrů zdiva ( $G_F$ ,  $E$ ,  $f_c$ ,  $f_t$ ) na jednotkové periodické buňce (PUC). Motívem právě prezentované, ale i budoucí

<sup>1</sup> Jan Sýkora, Ing., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra mechaniky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 - Dejvice, e-mail: jan.sykora.1@fsv.cvut.cz

<sup>2</sup> Jan Vorel, Ing., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra mechaniky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6-Dejvice, e-mail: jan.vorel@fsv.cvut.cz

<sup>3</sup> Jan Novák, Ing., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra mechaniky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6-Dejvice, e-mail: novakj@cml.fsv.cvut.cz

práce je vytvoření dostatečně srozumitelného a zároveň výstižného postupu k analýze zděných konstrukcí, široce použitelného nejen v akademické, ale zejména v inženýrské praxi. Efektivita zamýšleného přístupu již byla v nedávné minulosti demonstrována např. při analýze mechanické odezvy Karlova mostu [Šejnoha et al., 2005].

Druhá část příspěvku se zabývá modelováním transportních procesů ve zdivu opět s využitím periodické buňky (PUC). Je uvažován pouze přenos tepla, přičemž speciální důraz je kladen na fázové “skoky” mezi oběma komponentami, tj. kameny a maltou. Tento jev nabývá na důležitosti zvláště v blízkosti povrchu masivních konstrukcí vystavených slunečnímu záření.

## 2 Výpočet efektivní lomové energie zdiva

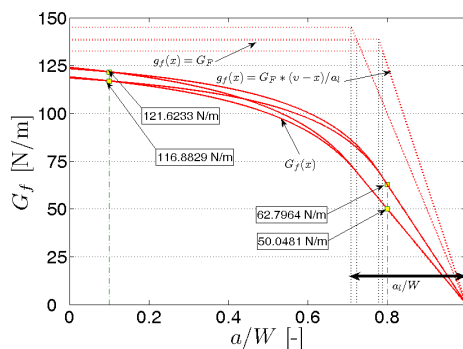
### 2.1 Experimentální analýza zdiva

Na základě snahy o aplikaci sofistikovaných materiálových modelů v nelineární analýze zděných konstrukcí byla v rámci projektu GAČR 103/04/1321 provedena v Kloknerově ústavu v Praze řada experimentů na makroskopických vzorcích zdiva společně s množstvím testů mezoskopických zdících komponent. Experimenty byly provedeny s cílem určit lineární a nelineární parametry jednotlivých fází a makroskopické (průměrné) vlastnosti zdiva z plných cihel. Zkoušky vlastností cihel a malty byly prováděny s využitím standardizovaných procedur navržených v českých normách. Naopak testy na makroskopických tělesech, jejichž výsledky jsou v tomto příspěvku používány jako srovnávací data, byly sestavovány na základě inženýrských odhadů vycházejících z množství předpokladů o chování konkrétních topologií zdiva s využitím znalostí homogenizačních principů.

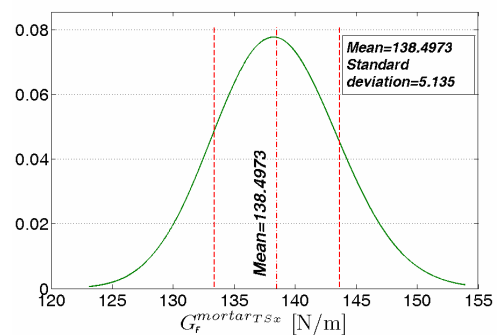
V předkládaném článku jsou tyto výsledky využity jako vstupy pro počítačové simulace, pomocí nichž lze odhadnout i jiné, experimenty obtížně zjistitelné, materiálové parametry zděných konstrukcí (např. lomová energie).

### 2.2 Experimentální ohodnocení standardních parametrů

V následujících odstavcích jsou popsány výsledky statistických rozborů fyzikálních testů. Ze série zkoušených vlastností malt a cihel jsou odvozeny parametry hustoty rozdělení lomové energie -  $G_F$ , modulu pružnosti -  $E$ , pevnosti v tlaku -  $f_c$  a pevnosti v tahu -  $f_t$ , např. obr. 2, který znázorňuje hustotu rozdělení lomové energie malty.



Obr. 1 Rozměrově nezávislá lomová energie malty těles TS<sub>2X</sub>



Obr. 2 Hustota rozdělení lomové energie  $G_F$  malty těles TS<sub>2X</sub>

Hodnoty na velikosti nezávislých lomových energiích (obr. 1) byly odvozeny z hodnot velikostně závislých ze vztahu (1) navrženého např. v [Hu et al., 2003].

$$G_f = G_F \frac{1 - a/W}{2a_l/W} \quad \text{pro } x < W - a - a_l,$$

$$G_f = G_F \left[ 1 - \frac{a_l/W}{2(1 - a/W)} \right] \quad \text{pro } x \geq W - a - a_l, \quad (1)$$

kde  $G_f$  je specifická lomová energie (zprůměrnovaná hodnota lokálních lomových energií),  $G_F$  představuje rozměrově nezávislá lomová energie,  $a$  je výška zářezu,  $a_l$  je přechodová zóna ligamentu a  $W$  je výška vzorku.

Výsledné parametry lognormálního rozdělení (střední hodnota -  $\mu$ , směrodatná odchylka -  $\sigma$ ) nejen lomové energie, ale i ostatních materiálových parametrů jsou uspořádány v tab. 1. Všechny funkce popisující rozdělení pravděpodobnosti mají kladnou šikmost a počáteční hodnota je rovna nule.

Veličina	Cihly		Malta TS <sub>2X</sub>		Malta TS <sub>3X</sub>	
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
$G_F$ [N/m]	200,01	25,70	138,50	5,14	93,62	9,24
$E$ [GPa]	8,26	0,33	4,33	0,72	4,33	0,72
$f_c$ [MPa]	12,74	3,32	1,04	0,14	2,53	0,19
$f_t$ [MPa]	1,83	0,59	0,23	0,10	0,58	0,03

Tab. 1 Parametry hustoty rozdělení materiálových parametrů cihel a malt

### 2.3 Experimentální výzkum ITZ

Na nelineární mechanické chování zdiva má kromě lomové energie rozhodující vliv také soudržnost fázového rozhraní mezi cihlou a maltou (tzv. Interface Transition Zone - ITZ). Ta je v případě námi prováděných simulací popisována Mohr-Coulombovou podmínkou plasticity. Z tohoto důvodu bylo nezbytné určit úhel vnitřního tření  $\varphi$  a soudržnost  $c$  spáry.

Parametry byly odvozeny z experimentální sady šesti vzorků v závislosti na jejich vlhkosti a bočním předpětí, viz [Novák et al., 2006]. Náhodnými permutacemi experimentálních dat bylo získáno až 216 uspořádaných dvojic hodnot  $c$  a  $\varphi$ . Z nich byla následně odvozena hustota lognormálního rozdělení s parametry uvedenými v tab. 2.

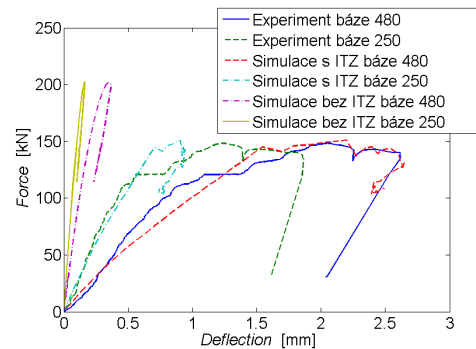
Veličina	$\mu$	$\sigma$
$c$ [MPa]	0,26	0,07
$\varphi$ [-]	0,63	0,17

Tab. 2 Parametry hustoty rozdělení smykových materiálových charakteristik ITZ

Zbývající parametry ITZ nutné pro numerické simulace chování zdiva byly odvozeny na základě zpětné analýzy. Jedná se, jak již bylo řečeno v úvodu, o hodnoty smykové a normálové tuhosti přechodové zóny nutné pro vhodné nastavení numerického modelu v komerčním softwaru ATENA 2D [Červenka et al., 2005]. Počítačovou simulací zjištěné zatěžovací dráhy experimentu jsou ukázány na obr. 4 a porušení vzorku při zkoušce na obr. 3.



Obr. 3 Porušení experimentálního tělesa



Obr. 4 Porovnání zatěžovacích drah z experimentů a numerických simulací

Z obr. 4 je zřejmé (čáry: Experiment báze 480, 250, versus Simulace báze 480, 250), že bez zavedení přechodových prvků není možné se zachováním experimentálně zjištěných materiálových parametrů cihel a malty realisticky simulovat tlakovou zkoušku. Naopak pro zavedení kontaktů zóny lze pozorovat, že experimentálně i numericky zjištěná odezva je ve velmi dobré shodě.

## 2.4 PUC - numerická simulace

Jak je uvedeno v předchozí části této práce, z experimentálních dat byly získány charakteristiky hustot náhodných rozdělů materiálových parametrů cihel, malt i ITZ. Pro všechny mechanické vlastnosti ( $G_f$ ,  $E$ ,  $f_c$ ,  $f_t$ ,  $\varphi$ ,  $c$ ) bylo zvoleno lognormální rozdělení se spodní mezí v nule, realizace náhodné veličiny tak nemůže nabývat záporných hodnot.

Z důvodu získání hustoty lomové energie zdíva bylo vytvořeno deset realizací vektoru náhodných veličin jednou z modifikací metody Monte Carlo, metodou LHS (Latin Hypercube Sampling).

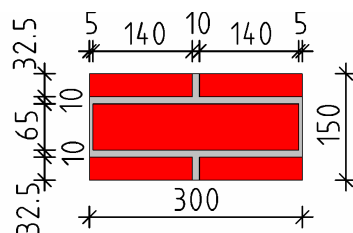
	$G_f$	$E$	$f_c$	$f_t$
$G_f$	1	0,3	0,6	0,8
$E$		1	0,8	0,5
$f_c$			1	0,6
$f_t$				1

Tab. 3 Vstupní korelační matice pro obě receptury malty a cihly

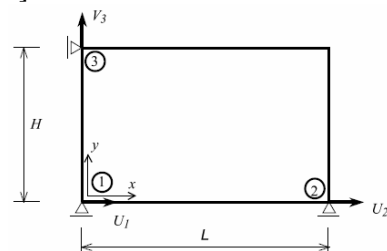
	$c$	$\varphi$
$c$	1	0,3
$\varphi$		1

Tab. 4 Vstupní korelační matice materiálových parametrů ITZ

Takto získané realizace byly použity jako vstupní data do numerických simulací na periodické buňce (obr. 5, 6). Přesnější popis stanovení PUC a definování periodických okrajových podmínek lze nalézt v [Šejnoha et al., 2003].



Obr. 5 Periodická buňka (PUC)



Obr. 6 PUC v soustavě souřadnic

Při zatížení PUC tahem ve směru osy  $x$  (obr. 6) byly získány pracovní diagramy pro jednotlivé realizace náhodných veličin. Z výsledků simulací lze odvodit průměrnou lomovou energii zdiva ze vztahu:

$$G_F^x = L \cdot \int \Sigma_{xx} \, dE_{xx} . \quad (2)$$

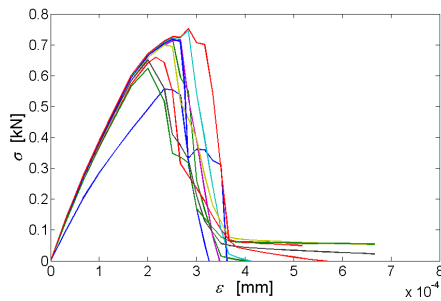
kde  $L$  je rozměr PUC ve směru osy  $x$ ,  $E_{xx}$  je makroskopická deformace a  $\Sigma_{xx}$  představuje makroskopické napětí. Takto získaná data jsou opět statisticky zpracována za účelem stanovení již zmíněné hustoty rozdělení.

## 2.5 Výsledky simulací

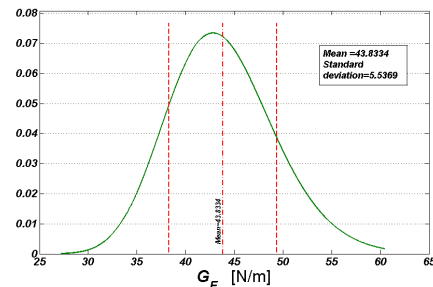
Výsledky získané výpočty provedenými pomocí softwaru ATENA 2D jsou uvedeny v tomto oddílu. Jak je patrné z výsledků (obr. 7, 8), uvažováním vlivu snížených vlastností přechodové zóny cihla-malta má značný vliv na homogenizované materiálové parametry. V tomto příspěvku se dále budeme věnovat určení hustoty pravděpodobnostního rozdělení lomové energie zdiva (obr. 8, tab. 5).

Veličina	$\mu$	$\sigma$
$G_F$ [N/m]	43,83	5,54

Tab. 5 Parametry hustoty rozdělení homogenizované lomové energie zdiva



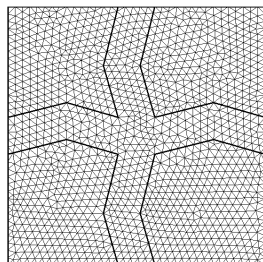
Obr. 7 Pracovní diagramy pro jednotlivé numerické simulace



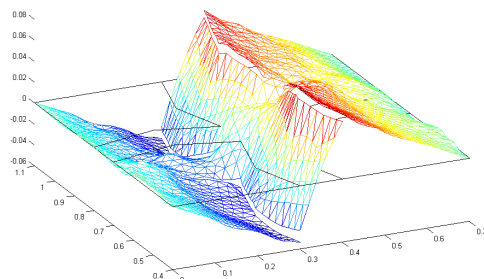
Obr. 8 Hustota pravděpodobnostního rozdělení homogenizované lomové energie  $G_F$

## 3. Homogenizace součinitele tepelné vodivosti

Při výpočtu efektivního součinitele vodivosti se omezíme pouze na přenos tepla. Tento náš krok je dán snahou poskytnout řešení z vlastního programu (obr. 9, 10), který byl pro tento účel vytvořen a jehož výsledky mohou být dále využity pro řešení sruženého problému přenosu tepla a vlhkosti v komerčních programech. Práce je předmětem dalšího zkoumání a



Obr. 9 Periodická mezostruktura



Obr. 10 Flukuační pole teplot pro směr  $x$

proto zde pouze uvedeme předběžné výsledky provedených výpočtů.

Termomechanické charakteristiky kamene a malty měly hodnoty  $\chi_{kamen} = 2,0$  [ $\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$ ] a  $\chi_{malta} = 0,8$  [ $\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]. PUC buňka byla zatížena tepelným tokem ve směru  $x$ , ale následně i ve směru  $y$ . Pro zatížení konstantním tepelným tokem ve směru  $x$  obdržíme výslednou efektivní tepelnou vodivost  $\chi_x = 1,505$  [ $\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$ ], pro směr  $y$  obdržíme výslednou efektivní tepelnou vodivost  $\chi_y = 1,489$  [ $\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]. Teplotní “skoky“ na rozhraní kamene a malty jsou znázorněny na obr. 10.

#### 4. Závěr

Z výše nastíněných výsledků je zřejmé, že lze pomocí dostupných komerčních programů (např. ATENA) a v nich implementovaných materiálových modelů realisticky simulovat mechanickou odezvu zděných konstrukcí. Přičemž je nutné uvažovat vliv ITZ, z důvodu vystižení snížené adheze a tahové pevnosti na přechodu cihla-malta.

V dalším rozpracování prezentovaného tématu se předpokládá stanovení charakteristik náhodného rozdělení i ostatních efektivních materiálových parametrů nutných pro makroskopické modelování zděných konstrukcí. Veškeré numericko-experimentálně odvozené mechanické homogenizované vlastnosti zdiva pak bude možné využít k posuzování množství stávajících i projektovaných objektů.

#### 5. Poděkování

*Tento příspěvek byl získán za finančního přispění MŠMT ČR, projekt IM0579, v rámci činnosti výzkumného centra CIDEAS a CTU0701211.*

#### 6. Literatura

[Hu et al., 2003] Hu, X.; Wittmann, H.; Duan, K.: *Thickness Effect on Fracture Energy of Cementitious Materials*; Cement and Concrete Research 33, 499-507, 2003

[Novák et al., 2006] Novák, J.; Vokáč, M.; Šejnoha, M.: *Experimental Identification of Nonlinear Material Parameters of Regular Brick Masonry*, ICCSM - 5th International Congress of Croatian Society of Mechanics, Trogir/Split, Croatia, 2006.

[Šejnoha et al., 2005] Šejnoha, J. a kol.: *Výpočet stavů napětí a porušení Karlova mostu v Praze*, Zpráva, Praha, 2005.

[Červenka et al., 2005] Červenka, V.; Jendele, L.; Červenka, J.: *ATENA Program Documentation - Theory*, Praha, 2005.

[Šejnoha et al., 2003] Šejnoha, J.; Blažek, V.; Šejnoha, M., Zeman, J.: *Počítačový model pro analýzu napětí a přetvoření Karlova mostu*, zpráva ČVUT v Praze, Praha, 2003

[Sýkora et al, 2006] Sýkora, J.; Vorel, J.; Šejnoha, M.: *Numerical modeling of quarry-masonry with application to the Charles Bridge*, IM 2006, Svratka 2006