

INFLUENCE OF BI-MATERIAL INTERFACE ON CRACK PROPAGATION DIRECTION IN MULTILAYER COMPOSITE

L. Šestáková^{*}, L. Náhlík^{*}, P. Hutař^{**}

Summary: A substantial number of experimentally based works indicate the changes in crack propagation direction on bi-material interface in composite laminate materials. The paper is focused on prediction of crack propagation direction after its passage through the interface between two materials. Stress components in the vicinity of crack tip were investigated by a numerical simulation. For determination of the consequent propagation direction the minimal strain energy density criterion was employed. More accurate results were obtained by means of jointed numerical and analytical solution. The values of crack propagation directions obtained for layered composite were compared with experimental data.

1. Úvod

Práce se zabývá studiem chování trhlin v keramických vrstevnatých kompozitech. Vrstvením různých materiálů lze dosáhnout často protichůdných požadavků na vlastnosti konstrukčních materiálů, a proto jsou tyto materiály v praxi čím dál více využívány. Například vrstvení různých druhů keramik je jedním ze způsobů, jak zvýšit lomovou houževnatost a funkční spolehlivost konstrukčních keramik, aniž by došlo k poklesu ostatních mechanických vlastností (např. tvrdosti a otěruvzdornosti). Z tohoto důvodu se řada vědeckých týmů snaží vyvinout ve velkém množství průmyslově produkovatelné kompozity typu keramika/keramika nebo keramika/kov.

Nárůst lomové houževnatosti u tohoto typu kompozitu je prokazatelně zdokumentován v mnoha publikacích. Kompozitu typu $Al_2O_3 - ZrO_2$, na který bude tato práce specielně zaměřena, jsou věnovány např. práce (Bermejo, 2006; Chan, 1997; Clegg et al., 1990; Hadraba et al., 2004; Klimeš et al., 2004; Kuo et al., 1998; Phillipps et al., 1993), kde jsou uvedeny experimentální výsledky měření. V uvedených pracích je poukazováno na zřetelný nárůst lomové houževnatosti materiálového systému $Al_2O_3 - ZrO_2$ (až o 200%) v porovnání s hodnotami zjištěnými pro jednotlivé materiálové složky kompozitu. Jedním z důvodů tohoto jevu je tzv. "schodovitý" mechanismus šíření trhliny přes jednotlivé vrstvy kompozitu (viz obr.1). Kompozit tak nevykazuje typicky křehké chování, které je charakteristické náhlým lomem, ale dochází k postupnému praskání jednotlivých vrstev. Schodovité šíření trhliny přes vrstvy kompozitu souvisí se změnou směru šíření při jejím průchodu přes

^{*} Ing. Lucie Šestáková, Ing. Luboš Náhlík Ph.D.: Ústav fyziky materiálů, Akademie věd České republiky; Žižkova 22; 616 62 Brno; Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, Vysoké učení technické v Brně; Technická 2; 616 69 Brno; e-mail: <u>sestakova@ipm.cz</u>, <u>nahlik@ipm.cz</u>

^{**} Ing. Pavel Hutař Ph.D.: Ústav fyziky materiálů, Akademie věd České republiky; Žižkova 22; 616 62 Brno; e-mail: <u>hutar@ipm.cz</u>

materiálové rozhraní. Znalost směru dalšího šíření trhliny po průchodu rozhraním je proto významná pro predikci materiálových vlastností keramického vrstevnatého kompozitu. Příčinou změny směru šíření trhliny na rozhraní jednotlivých vrstev kompozitu jsou především rozdílné mechanické vlastnosti materiálových složek kompozitu – různé elastické konstanty a různé koeficienty teplotní roztažnosti, které mají za následek vznik reziduálních napětí při jeho výrobě (ochlazení z teploty cca 1500°C na teplotu okolí).



Obrázek1 Schema změny směru šíření trhliny po průchodu rozhraním mezi jednotlivými vrstvami kompozitu Al₂O₃-ZrO₂

Pro predikci změny směru šíření trhliny nelze použít postupů klasické lineární elastické lomové mechaniky (LELM), protože v okamžiku kdy se vrchol trhliny nachází na rozhraní mezi dvěma materiály, dochází ke změně singularity napětí. Zatímco v homogenním materiálu je napětí úměrné $s \approx r^{-0.5}$, v okamžiku šíření trhliny přes rozhraní se mění a $s \approx r^{-p}$, kde *p* je exponent singularity napětí ležící v intervalu 0 . Vzhledem k této skutečnosti je nutné používat pro odhad směru šíření trhliny speciálních postupů.

V uvedeném případě je možné využít tzv. zobecněné LELM. Poznamenejme, že na jejím základě byly již v minulosti publikovány práce zabývající se predikcí směru šíření trhliny po průchodu materiálovým rozhraním. Např. v práci (Náhlík, 2002) bylo k určení směru šíření trhliny použito modifikovaného Sihova kriteria faktoru hustoty deformační energie (viz např. (Sih, 1974) pro detaily). Směr dalšího šíření trhliny se dá na základě tohoto kriteria určit z výrazu:

$$\left(\frac{\partial A_{11}}{\partial q} + 2\frac{H_2}{H_1}\frac{\partial A_{12}}{\partial q} + \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2\frac{\partial A_{22}}{\partial q}\right)_{q_m} = 0 , \qquad (1)$$

kde H_1 , H_2 , jsou tzv. zobecněné součinitele intenzity napětí [MPa.m^{*p*}] a A_{11} , A_{12} a A_{22} jsou známé funkce polárního úhlu q a elastických konstant obou materiálů. Na rozdíl od klasické LELM veličiny H_1 , H_2 nepřísluší jednotlivým zatěžovacím módům, ale obsahují vždy jak normálový mód I, tak smykový mód II (viz práce (Náhlík, 2002)). Navíc jsou funkce A_{11} , A_{12} a A_{22} závislé na radiální vzdálenosti od vrcholu trhliny, ve které směr šíření trhliny určujeme. Z těchto důvodů lze určit směr dalšího šíření trhliny po průchodu rozhraním z rovnice (1) jen přibližně.

2. Numerický model

Modelovaná konfigurace problému je schematicky znázorněna na obr.2. Byla modelována trhlina uvnitř vrstevnatého kompozitu, jejíž vrchol(y) se nacházely na materiálovém rozhraní mezi jednotlivými složkami kompozitu.



Obrázek2 Schematické znázornění řešeného problému - vrstevnatá keramika s trhlinou s vrcholem na rozhraní mezi jednotlivými složkami kompozitu

Byla uvažována přítomnost počáteční trhliny jak ve vrstvě Al₂O₃, tak ve vrstvě ZrO₂. S ohledem na tuto skutečnost byly také numericky simulovány (za pomoci metody konečných prvků) obě zmíněné varianty šíření trhliny. Počáteční orientace trhliny v jednotlivých případech byla stanovena na základě experimentálních dat. Materiálové charakteristiky jednotlivých složek kompozitu, které byly použity pro numerické modelování, byly převzaty z experimentálních dat publikovaných v (Klimeš et al., 2004; Hadraba et al., 2004). Použité materiálové charakteristiky jsou souhrnně uvedeny v tab.1.

MATERIÁLOVÉ CHARAKTERISTIKY	materiál složky kompozitu		
	Al_2O_3	ZrO_2	
modul pružnosti v tahu [MPa]	3,8.10 ⁵	2,1.10 ⁵	
Poissonovo číslo [-]	0,26	0,31	
součinitel teplotní roztažnosti [K ⁻¹]	8,5.10 ⁻⁶	10,3.10 ⁻⁶	

Tabulka1 Materiálové charakteristiky jednotlivých složek kompozitu

Řešení problémů s pomocí lomové mechaniky obvykle vyžaduje vysoké nároky na lokální zjemnění sítě v okolí defektu (trhliny). Z tohoto důvodu byla pro numerický výpočet provedena redukce počtu původně několika desítek vrstev reálného vzorku tak, aby nedošlo k ovlivnění numerických výsledků.

3. Experimentální data

Pro porovnání vypočítaných hodnot s experimentálními daty byly použity výsledky experimentálního měření publikované v pracích (Hadraba et al., 2004; Klimeš et al., 2004) a konzultace s Ing. Hynkem Hadrabou, Ph.D. (ÚFM AV ČR). Experimenty popsané v těchto pracích byly prováděny na vzorcích o rozměrech 2 x 2,5 x 25 mm (š x v x d) vyrobených elektroforetickou metodou. Zkušební vzorek obsahoval vždy 59 vrstev, přičemž se pravidelně střídaly vrstvy Al_2O_3 a ZrO_2 o stejné šířce (cca 42 µm). V pracích bylo sledováno šíření trhlin, které se iniciovaly v rohu vpichu po Vickersově indentoru, viz obr.3.



Obrázek3 Změna směru šíření trhliny, vyvolané vpichem indentoru, na rozhraní mezi dvěma vrstvami keramiky

Vybraná data z experimentálních prací jsou uvedena v tab.2. Úhel f_1 představuje počáteční orientaci trhliny vzhledem k rozhraní, úhel f_2 směr jejího dalšího šíření po průchodu přes bi-materiálové rozhraní, viz obr.3.

Al ₂ O ₃		ZrO ₂	
f_{l} [deg]	f_2 [deg]	f_1 [deg]	f_2 [deg]
52,5	60,4	58,0	43,9
73,0	77,5	64,5	53,4
82,5	87,0	78,5	72,0

Tabulka2	Pozorované úhly počáteční orientace trhliny a směr jejího dalšího šířen	ní po
	průchodu trhliny rozhraním (průměrné hodnoty z měření)	

4. Určení směru šíření trhliny

Pro první přiblížení byla určena změna směru šíření trhliny na materiálovém rozhraní pouze na základě numerického výpočtu metodou konečných prvků. Pro odhad bylo použito kritérium minima hustoty deformační energie. Velikost hustoty deformační energie je popsána vztahem:

$$w = \frac{dW}{dV} = \int_{0}^{h_{ij}} \boldsymbol{s}_{ij} d\boldsymbol{e}_{ij} , \qquad (2)$$

kde s_{ij} a e_{ij} jsou odpovídající složky tenzoru napětí a přetvoření, dV je objemový element. Omezíme-li se na dvojrozměrnou úlohu, je možné veličinu *w* vyjádřit následovně:

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{8m} \left[k \left(\mathbf{s}_{xx} + \mathbf{s}_{yy} \right)^2 + \left(\mathbf{s}_{xx} - \mathbf{s}_{yy} \right)^2 + 4\mathbf{s}_{xy}^2 \right] , \qquad (3)$$

přičemž pro stav rovinné deformace je k = (1-2n) a k = (1-n)/(1+n) pro stav rovinné napjatosti. *m* je modul pružnosti ve smyku a *n* je Poissonovo číslo.

Při určení změny směru šíření trhliny se vycházelo z hodnot zjištěných pomocí metody konečných prvků v komerčním systému Ansys. Studován byl úhel, ve kterém dosahuje hustota deformační energie svého minima. Nevýhodou tohoto postupu je výrazná závislost zjištěných hodnot hustoty deformační energie *w* na radiálním vzdálenosti *r* od vrcholu trhliny, ve které hustotu deformační energie určujeme. Tato závislost bohužel nejde, jako u trhliny v homogenním materiálu, zcela odstranit zavedením Sihova faktoru hustoty deformační energie (viz např. (Náhlík, 2002) pro detaily). Proto bylo v řešené úloze uvažováno několik různých velikostí parametru *r*. Výsledky získané tímto postupem jsou shrnuty v páté kapitole a uvedeny na obr.7.

Za účelem zpřesnění odhadu a odstranění závislosti na místě aplikace kriteria u výsledků získaných pouze numerickým řešením problému, byl sestaven nový postup určení změny směru šíření trhliny na rozhraní mezi jednotlivými vrstvami kompozitu. Zvolený postup již nevycházel pouze z řešení získaného numerickou simulací, nýbrž kombinoval numerické a analytické řešení.



Obrázek4 Posunutí na lících trhliny

Změnu směru šíření trhliny můžeme v homogenním materiálu, za podmínek platnosti LELM uvažovat jako (např. Li, 1989):

$$tga = \frac{d_{II}}{d_{I}} \quad , \tag{4}$$

kde d_I , respektive d_{II} jsou posuvy bodů na lících trhliny odpovídající módu I, respektive II zatížení (viz obr.4) a a je úhel odklonu trhliny od počáteční orientace. Pro homogenní těleso lze vztah (4) přepsat pro úhel q = 0 (před vrcholem trhliny) do tvaru (např. Anderson, 1995):

$$tga = \frac{K_{II}}{K_{I}}, \qquad (5)$$

kde K_I a K_{II} jsou součinitele intenzity napětí odpovídající zatěžovacím módům I a II. Relace (5) lze, s jistou chybou, použít pro odhad směru dalšího šíření trhliny. Vztahu (5) lze využít také pro případ trhliny s vrcholem na bi-materiálovém rozhraní (viz obr.5). Vzhledem ke změně exponentu singularity napětí v uvedeném případě bude mít vztah (5) formu:

$$tga = \frac{H_{II}}{H_{I}}, \qquad (6)$$

kde H_I , H_{II} jsou zobecněné součinitele intenzity napětí příslušející módu I, respektive II. Poznamenejme, že tyto součinitele neodpovídají zobecněným součinitelům intenzity napětí uvedeným ve vztahu (1), neboť neodpovídají analytickému řešení problému trhliny s vrcholem na rozhraní dvou materiálů, tak jak je uvedeno např. v (Bogy, 1971; Fenner, 1976 nebo Meguid, 1995). Veličiny H_I , H_{II} formálně vyjadřují velikost normálového, respektive smykového módu zatížení pro trhlinu s jinou singularitou než ½ pro úhel q = 0.

U obecných singulárních koncentrátorů napětí, mezi které patří trhlina s vrcholem na materiálovém rozhraní, nelze jednoduše oddělit složky namáhání v zobecněných součinitelích intenzity napětí tak, aby odpovídaly, stejně jako v případě homogenního tělesa, jednotlivým módům zatěžování. Tento fakt do značné míry komplikuje odhad směru šíření trhliny po průchodu bi-materiálovým rozhraním. Nicméně, lze příslušné složky zatěžování vzájemně oddělit alespoň ve speciálním případě.



Obrázek5 Schematické znázornění změny směru šíření trhliny při jejím průchodu přes bi-materiálové rozhraní

Z numerického řešení problému lze získat průběh normálové, respektive smykové složky napětí před čelem trhliny v závislosti na radiální vzdálenosti od vrcholu trhliny ($s_{qq}(r,q=0)$, resp. $s_{rq}(r,q=0)$). Pro úhel q=0 platí:

$$\boldsymbol{S}_{qq} = \frac{H_I}{r^{p_I}} \cdot f_I(\boldsymbol{q} = 0) \quad \text{respektive} \tag{7}$$

$$\mathbf{S}_{rq} = \frac{H_{II}}{r^{p_{II}}} \cdot f_{II} \left(q = 0 \right) \quad . \tag{8}$$

Ve vztazích (7) a (8) jsou p_I , p_{II} exponenty singularity napětí složek S_{qq} , resp. S_{rq} pro úhel q = 0. Uvedený postup je formálně možný, neboť právě pro q = 0 obsahuje rozvoj popisující napětí S_{qq} pouze sudé, tedy kosinové členy, které odpovídají módu I zatěžování a podobně napětí S_{rq} je pro q = 0 popsáno pouze lichými, sinovými členy, což odpovídá zatěžujícímu módu II.

Samotné určení hodnot exponentů singularity vychází z matematického vyjádření této neznámé z rovnic (7) respektive (8). Zlogaritmováním těchto vztahů získáme exponenty singularity napětí. Například pro mód I zatěžování platí :

$$\log \mathbf{s}_{aa} = -p_I \cdot \log r + \log \left(H_I \cdot f_I \left(q = 0 \right) \right). \tag{9}$$

Příslušné exponenty singularity napětí využijeme pro určení funkcí f_i (i = I, II), jakožto lineární kombinace harmonických funkcí. Postup je obdobný jako při určování těchto funkcí za pomoci analytického řešení. Z okrajových podmínek problému (zaručujících volné a nezatížené líce trhliny a spojitost odpovídajících složek napětí a posuvů na materiálovém rozhraní) určíme tvar jednotlivých harmonických členů rozvoje (viz např. (Bogy, 1971; Fenner, 1976) pro detaily).

Ze vztahů (7) a (8) následně určíme za pomoci lineární extrapolace (tzv. přímé metody) podobně jako u homogenního tělesa, hodnotu zobecněných součinitelů intenzity napětí (viz obr.6).



Obrázek6 Princip přímé metody stanovení zobecněného součinitele intenzity napětí

5. Výsledky

Pro MKP modelování byl použit rovinný model. Po předchozí kontrole stavu napjatosti v modelu a v experimentálním vzorku, a také s ohledem na jeho rozměry (2 x 2,5 x 25 mm) byla v úloze zvolena aproximace rovinné napjatosti. Na model bylo aplikováno tepelné zatížení (ochlazení ze slinovací teploty 1500°C na pokojovou teplotu), které vyvolalo v modelu v důsledku rozdílných koeficientů teplotní roztažnosti jednotlivých materiálů tahová, respektive tlaková reziduální napětí v jednotlivých vrstvách.

Prvně byl použit čistě numerický postup, kde bylo na několika poloměrech r od vrcholu trhliny aplikováno kriterium minimální hustoty deformační energie. Vzdálenost r od vrcholu trhliny musela být volena v řádu 1×10^{-3} mm, aby bylo dosaženo uspokojivých výsledků v porovnání s experimentálními daty, viz obr.7. Určení směru šíření trhliny bylo výrazně závislé na zvolené vzdálenosti r od vrcholu trhliny, což je nespornou nevýhodou této metody. Navíc si vyžádalo značné zjemnění sítě v okolí vrcholu trhliny. Poznamenejme, že navíc dopředu neznáme vhodnou velikost r, což činí tento postup prakticky nepoužitelný pro odhad směru šíření trhliny (byť se dá předpokládat, že jeho velikost bude podobná i v jiných případech).



Obrázek7 Směr šíření trhliny po průchodu rozhraním f_2 pro zvolené poloměry r v závislosti na počáteční orientaci trhliny f_1 (vlevo pro rozhraní Al₂O₃ – ZrO₂, vpravo pro rozhraní ZrO₂ – Al₂O₃)

Míra zpřesnění změny směru šíření trhliny se změnou radiální vzdálenosti r je vidět na obr.8. Pro daný typ úlohy dosáhneme přijatelné shody s experimentem pro velikost r = 0,001 mm. Na poloměru 0,001 mm, případně menším, tedy musí model obsahovat řádově minimálně desítky prvků, což klade velké nároky na tvorbu modelu (extrémní zhuštění sítě v okolí vrcholu trhliny) a celkový počet elementů úlohy. Poznamenejme, že další zmenšování poloměru r nemusí vést, v uvedeném případě, k přesnějším odhadům.



Obrázek8 Vypočítané hodnoty směru dalšího šíření trhliny po průchodu rozhraním v závislosti na vzdálenosti *r* od vrcholu trhliny, ve které byla určována hustota deformační energie v porovnání s experimentálními daty

V dalším bylo pro určení směru šíření trhliny po průchodu materiálovým rozhraním použito vztahu (6), tedy odhad byl proveden za pomoci kombinace numerického a analytického řešení, která nabízí možnost eliminovat extrémní nároky na hustotu sítě podmíněné výraznou závislostí přesnosti určení dalšího směru šíření trhliny na vzdálenosti r od vrcholu trhliny.

Výsledné hodnoty změny směru šíření trhliny na materiálovém rozhraní jsou uvedeny v porovnání s experimentálně zjištěnými daty na obr.9.



Obrázek9 Směry šíření trhliny určené z rovnice (6) po průchodu rozhraním f_2 v závislosti na počáteční orientaci trhliny f_1 (vlevo pro rozhraní typu Al₂O₃ – ZrO₂, vpravo pro rozhraní typu ZrO₂ – Al₂O₃)

6. Diskuse

Pro určení změny směru šíření trhliny při jejím průchodu přes rozhraní jednotlivých složek vrstevnatého kompozitu byly použity dva postupy.

První, čistě numerický, byl založen na znalosti směru, ve kterém je minimální hustota deformační energie. Tento postup má řadu nezanedbatelných nevýhod. Nevýhodná je vysoká náročnost na extrémní zjemnění sítě v okolí vrcholu trhliny, která je důsledkem výrazné závislosti změny směru šíření trhliny při průchodu rozhraním na velikosti poloměru *r*, na kterém určujeme hustotu deformační energie *w*. Jak ukazuje obr.8, lze postupným zjemňováním sítě (tzn. zmenšováním poloměru *r*) dospět k dostatečně přesným výsledkům, nicméně velikost vhodného poloměru *r* neznáme předem, což je pro uvedený postup v praxi silně limitující.

Právě s ohledem na zmíněné skutečnosti, bylo snahou nalézt postup určení změny směru šíření trhliny na rozhraní dvou vrstev kompozitu metodou, který by odstranil závislost na vzdálenosti *r* při aplikaci kriteria, zpřesnil by odhad směru dalšího šíření trhliny a odstranil také jisté subjektivní vlivy při odhadu směru šíření trhliny.

Za rozhodující veličinu pro odhad směru dalšího šíření trhliny po průchodu rozhraním byl proto v dalším zvolen poměr zobecněných součinitelů intenzity napětí H_{II} / H_I (viz rovnice

(6)), který pro úhel q = 0 odpovídá poměru jednotlivých zatěžovacích módů a má také jasný fyzikální význam. Pro určení veličin H_I , H_{II} je nutné znát z numerického řešení pouze rozložení napjatosti pro úhel q = 0, což nevyžaduje extrémní hustotu sítě v okolí vrcholu trhliny. Postup není závislý na volbě velikosti poloměru r a vede k přesnějším odhadům směru šíření trhliny. Z grafů na obr.9 lze usoudit, že výsledky získané tímto postupem jsou v dobrém souladu s experimentálními daty. Při porovnávání hodnot zjištěných experimentálně a výpočetně je nutné brát v úvahu také rozptyl experimentálních dat (pro srovnání s numerickým výpočtem byla použita střední hodnota zjištěného úhlu šíření trhliny).

Odhad je založen na určitém zjednodušení. Vychází pouze ze znalosti příspěvků jednotlivých módů pro q = 0, což prakticky znamená, že pro jiné úhly než q = 0 se dopouštíme při odhadu určité chyby. Za tuto cenu se snaží popsaný postup přibližně separovat jednotlivé módy zatížení a zpřesnit tak odhad dalšího směru šíření trhliny v porovnání např. s rovnicí (1). Z výsledků na obrázku 9 je zřejmé, že přibližné určení směru šíření trhliny tímto postupem je, i přes zjednodušující předpoklady, možné. Klíčovým bodem dalšího zpřesnění odhadu je separace jednotlivých módů zatěžování pro úhly $q \neq 0$.

Díky navrženému postupu se podařilo oddělit jednotlivé módy namáhání trhliny pro úhel q = 0 a odhadnout tak směr šíření trhliny po jejím průchodu přes bi-materiálové rozhraní, nicméně je nutné konstatovat, že tento postup není zcela konzistentní se zobecněnou LELM (zejména stanovení funkcí f_i (i = I,II)). Proto budou další práce autorů směřovány k přiblížení postupu odhadu směru šíření trhliny k LELM a k zpřesnění odhadu.

7. Závěr

Cílem práce bylo stanovit směr dalšího šíření trhliny po jejím průchodu přes rozhraní mezi jednotlivými složkami vrstevnatého kompozitu. Šíření trhliny bylo modelováno pomocí metody konečných prvků. Pro určení směru šíření trhliny byly použity dva různé postupy.

Výsledky ukázaly, že ryze numerického řešení na základě kritéria minimální hustoty deformační energie je možno použít pouze pro velmi hrubý odhad změny směru šíření trhliny. Tento postup je závislý na volbě poloměru *r*, na kterém hustotu deformační energie určujeme. Vhodnou velikost *r* neznáme předem, proto nemůže být tento postup zcela objektivní.

Pro další výpočty byla použita metoda kombinující numerické a analytické řešení problému (řešení pomocí posunutí na lících trhliny). Výhodou je její nenáročnost na kvalitu sítě v okolí vrcholu trhliny, nezávislost na radiální souřadnici od vrcholu trhliny i přesnější odhad změny směru šíření trhliny po průchodu rozhraním.

Využití analogie s problematikou trhlin v homogenních tělesech se ukazuje jako možný postup určení změny směru šíření trhliny na rozhraní mezi dvěma materiály. Jako klíčová se jeví separace jednotlivých módů zatěžování v uvedeném případě. Navržený postup (kritérium založené na poměru zobecněných součinitelů intenzity napětí) umožňuje, přes výše diskutované zjednodušení, odhadnout směr šíření trhliny ve vrstevnatých kompozitech a tím také odhadnout míru zhouževnatění kompozitu vlivem "schodovitého" šíření trhliny přes jednotlivé vrstvy kompozitu.

Výsledky prezentované v této práci jsou prvotní studií autorů v této oblasti a s ohledem na jejich dobrou shodu s experimentálními daty bude navržený postup v budoucnu dále zdokonalován a přibližován postupům zobecněné LELM.

Dosažené výsledky mohou být zhodnoceny například při návrhu nových vrstevnatých materiálů a mohou tak přispět k bezpečnějšímu provozu konstrukcí vyrobených z těchto materiálů.

8. Poděkování

Příspěvek byl vytvořen za pomoci grantů GA ČR č. 101/05/0320 a 106/05/H008.

9. Literatura

Anderson, T.L. (1995) Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. CRC Press, Inc.

- Bermejo, R. a kol. (2006) Processing optimisation and fracture behaviour of layered ceramic composites with highly compressive layers. *Composite Science and Technology*, v tisku.
- Bermejo, R. a kol. (2006) Residual stresses, strength and toughness of laminates with different layer thickness ratios. *Acta Materialia*, 54, pp. 4745-4757.
- Bermejo, R. a kol. (2006) Threshold strength evalution on an Al₂O₃-ZrO₂ multilayered system. *Journal of the European Ceramic Society*, v tisku.
- Bogy, D.B. (1971) On the Plane Elastostatic Problem of a Loaded Crack Terminating at a Material Interface. Journal of Applied Mechanics, pp. 911 918.
- Chan, H.M. (1997) Layered ceramics: processing and mechanical behavior. *Ann Rev Mater Sci*, 27, pp.249–282.
- Clegg, W.J., Kendall, K., Alford, N.M., Buton, T.W. & Birchall, J.D. (1990) A simple way to make tough ceramics. *Nature*, 347, pp. 455–457.
- Fenner, D.N. (1976) Stress singularities in composite materials with an arbitrarily oriented crack meeting an interface. International Journal of Fracture, Vol. 12, No. 5, pp. 705-721.
- Hadraba, H., Máca, K. & Cihlář, J. (2004) Electrophoretic deposition of alumina and zirkonia II. Two-component systéme. *Ceramics International*, 30, 6, pp. 853-865.
- Klimeš, J. & Hadraba, H. (2004) Popis šíření trhliny přes rozhraní Al₂O₃/ZrO₂ keramiky. *Problémy lomové mechaniky IV*, str. 40-47.
- Kuo, D.H. & Kriven, W.M. (1998) Fracture of multilayer oxide composites. *Mater Sci Eng A-Struct*, 241, pp. 241-250.
- Li, C. (1989) Vestor CTD criterion applied to mixed mode fatigue crack growth. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 12, No. 1, pp. 59-65.
- Meguid, S.A., Tan, M., Zhu, Z.H. (1995) Analysis of cracks perpendicular to bimaterial interfaces using a novel finite element. International Journal of Fracture 73, pp. 1-23.

- Náhlík, L. (2002) Šíření únavových trhlin v okolí rozhraní dvou elastických materiálů. *Disertační práce ÚFM AV ČR a FSI VUT v Brně*.
- Phillipps, A.J., Clegg, W.J. & Clyne, T.W. (1993) Fracture-behavior of ceramic laminates in bending. *Modeling of crack-propagation. Acta Metalurgica Materialia*, 41, pp. 805-817.
- Sih, G.C. (1974) Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. International Journal of Fracture, Vol. 10, No. 3, pp. 305 - 321.