



FRACTURE ENERGY OF QUASI-BRITTLE MATERIALS: VARIANTS OF ITS EXPRESSION AND DETERMINATION, AND RELATED EFFECTS

V. Veselý, Z. Keršner, L. Řoutil¹

Summary: *This paper is focused on fracture energy which belongs to the basic fracture-mechanical characteristics of quasi-brittle materials. This parameter is explored here from the point of view of two most frequently used non-linear approaches to modelling of quasi-brittle fracture – cohesive crack models and equivalent elastic crack models. Different expressions of energy dissipated during the fracture process, i.e. work of fracture and specific fracture energy, are investigated. The paper deals also with the influence of specimen size and testing geometry on the value of mentioned fracture characteristics. The research is conducted by means of numerical simulations of three-point bending of notched beams with several specimen sizes. The simulations or fracture tests are performed by using ATENA FEM software.*

1. Úvod

Lomová energie představuje základní parametr kvazikřehkých materiálů. Jeho znalost se jeví nezbytnou při popisu lomového chování stavebních konstrukcí z pokročilých cementových kompozitů, neboť porušení či zřícení takovéto konstrukce bývá typicky spojeno se vznikem a šířením trhlin. Lomovou energii autoři v příspěvku studují z pohledu dvou nejpoužívanějších nelineárních přístupů k modelování lomu v tomto typu materiálů – modelu kohezivní trhliny a modelu ekvivalentní elastické trhliny (Shah a kol. 1995, Karihaloo 1995, Bažant a Planas 1998). Porovnávají se zde různá vyjádření tohoto parametru v souvislosti s odpovídající třídou modelu lomu. V příspěvku jsou analyzovány průběhy veličin, které různým způsobem vyjadřují lomovou energii během lomového procesu při lomovém experimentu a je sledována jejich spjitost s velikostí zkušebního tělesa a jeho geometrií, resp. relativní délkou počáteční trhliny (zářezu). Šíření trhlin je vyšetřováno na zkušební konfiguraci tříbodově ohýbaného trámce se zářezem. Lomové testy jsou simulovány numericky za pomoci softwaru ATENA.

¹ Ing. Václav Veselý, Ph.D., doc. Ing. Zbyněk Keršner, CSc., Ing. Ladislav Řoutil, Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, Veveří 331/95, 602 00 Brno, tel.: +420 541 147 362, e-mail: vesely.v1@fce.vutbr.cz, kersner.z@fce.vutbr.cz, routil.l@fce.vutbr.cz

2. Lomová energie jako parametr modelů kohezivní trhliny

Modely kohezivní trhliny (Cohesive Crack Models – CCM) patří mezi nejrozšířenější techniky vhodné pro modelování tahového porušení kvazikřehkých materiálů. Tyto modely jsou nelineární a uvažují disipaci energie, ke které dochází při různých procesech porušování v lomové procesní zóně (LPZ) vyvíjející se ve jmenovaných materiálech před čelem makroskopické trhliny. V souvislosti s cementovými kompozity se mezi ně řadí model fiktivní trhliny (Fictitious Crack Model – FCM – Hillerborg a kol. 1976) a model pásu trhlín (Crack Band Model – CBM – Bazant a Oh 1983).

Zmíněné modely obsahují následujícími základní parametry:

- tahová pevnost f_t ;
- funkce tahového změkčení, tj. závislost kohezivního napětí σ působícího mezi líci otevírající se trhliny v rámci LPZ na otevření trhliny w (u FCM), resp. neelastického (lomového) poměrného přetvoření ε (u CBM);
- lomová energie G_F odpovídající ploše pod funkcí tahového změkčení $\sigma(w)$, resp. $\sigma(\varepsilon)$ (u FCM resp. CBM);
- kritické otevření trhliny w_c resp. kritické neelastické (lomové) poměrné přetvoření ε_c (u FCM resp. CBM), které odpovídá bodu na hranici LPZ, v němž přestávají působit kohezivní síly.

Pouze tři z těchto čtyř parametrů jsou nezávislé. U modelu pásu trhlín přibývá ještě další parametr, a tím je šířka pásu trhlín h .

Vývoji metod pro určování těchto parametrů bylo v posledních třech dekadách věnováno značné úsilí. Byly navrženy různé modely tahového změkčení (shrnuto např. v Shah a kol. 1995 nebo Xu), se kterými souvisejí sofistikované techniky určování parametrů těchto modelů (např. Li a kol. 1987, Karihaloo a Abdalla 2004, Akita a kol. 2003). Tato problematika stále není uspokojivě uzavřena a metody určování lomové energie G_F patří k nejaktuálnějším bodům v této oblasti.

2.1. Definice a metody určování lomové energie

Pro určování lomové energie byly vyvinuty metody, jež vycházejí ze dvou různých přístupů (RILEM 1985, RILEM 1990). První z nich, označovaná jako metoda lomové práce (work-of-fracture method – WFM), je založena na přístupu kohezivní trhliny, konkrétně na FCM navrženém Hillerborgem a kol. 1976. Lomová energie je definovaná jako energie potřebná k vytvoření trhliny jednotkové plochy. V případě CCM ji lze považovat za energii potřebnou pro překonání kohezivních sil v LPZ. Podle metody WFM se vypočte jako podíl plochy pod křivkou zatížení vs. posun bodu vnášení zatížení (zatěžovací diagram) zaznamenanou během lomové zkoušky a plochy počátečního neporušeného ligamentu tělesa:

$$G_f = \frac{1}{(W - a_0)B} \int P dd, \quad (1)$$

kde W je výška a B šířka tělesa a a_0 označuje délku počáteční trhliny (zářezu).

Druhá standardizovaná metoda (doporučená mezinárodní organizací RILEM) vychází z přístupu ekvivalentní elastické trhliny a je zmíněna v sekci 3.1.

Lomová energie určená podle metody WFM je velmi úzce spjata s modely kohezivní trhliny, neboť tato metoda byla na základě CCM vyvinuta. Ukazuje se však, že její aplikace může být zatížena značným množstvím chyb či nejistot. Lomová energie G_f vykazuje dosti silnou závislost na velikosti a délce ligamentu zkušebního tělesa a také na zkušební geometrii (shrnuto např. v Karihaloo a kol. 2003). Toto vyjádření lomové energie tedy nemůže být obecně považováno za materiálovou charakteristiku a parametr modelů kohezivní trhliny G_F .

Závislost lomové energie G_f určené podle WFM je zapříčiněna změnami v množství energie disipované v LPZ během šíření trhliny, které jsou důsledkem změn ve velikosti a tvaru LPZ (Trunk a Wittmann 2001). Tyto změny závisí na aktuální vzdálenosti LPZ od volných povrchů tělesa, tj. na poloze LPZ v tělese. Nejvýznamnější změny v rozdělení energie disipované v rámci LPZ lze očekávat blízko začátku a konce lomu skrze ligament tělesa. Na začátku lomu LPZ roste a její objem a tvar je ovlivňován (limitován) tím volným okrajem tělesa, v němž existuje trhlina (zářez). Takže množství energie disipované na začátku lomového procesu je nižší, než její průměrná hodnota dále v tělese, kde LPZ není přímo ovlivňována jeho hranicemi (Hu a kol. 2000, Bažant 1996). Byl také popsán efekt protilehlého (zatěžovaného) volného okraje tělesa na disipaci energie v LPZ. Při přibližování LPZ k tomuto okraji tělesa dochází ke zmenšování LPZ a tedy ke snižování množství disipované energie (Hu a Wittmann 1992, Bažant 1996, Duan a kol. 2002, 2003a, 2003b, Hu a Duan 2004). Poznamenejme však, že tento efekt byl evidován pouze pro tělesa s vysokým stísněním napětí u čela trhliny. Model zahrnující vliv obou volných okrajů tělesa na jeho lomové chování byl navržen v práci Duan a kol. 2006.

3. Lomová energie jako parametr modelů ekvivalentní elastické trhliny

Modely ekvivalentní elastické trhliny (Equivalent Elastic Crack Models – EECM) jsou na rozdíl od CCM pouze dvouparametrové. Tyto parametry specifikují

- ekvivalentní elastickou trhlinu, tj. např. její délka a či otevření COD ;
- odolnost materiálu proti šíření trhliny, tj. např. efektivní lomová houževnatost K_{Ic}^e nebo efektivní odpor proti šíření trhliny \mathcal{R}^e .

Lomová energie je v rámci těchto modelů definována asymptoticky, tj. jako odpor proti šíření trhliny \mathcal{R}^e pro nekonečně velké těleso (Bažant a Planas 1998).

3.1. Definice a metody určování lomové energie

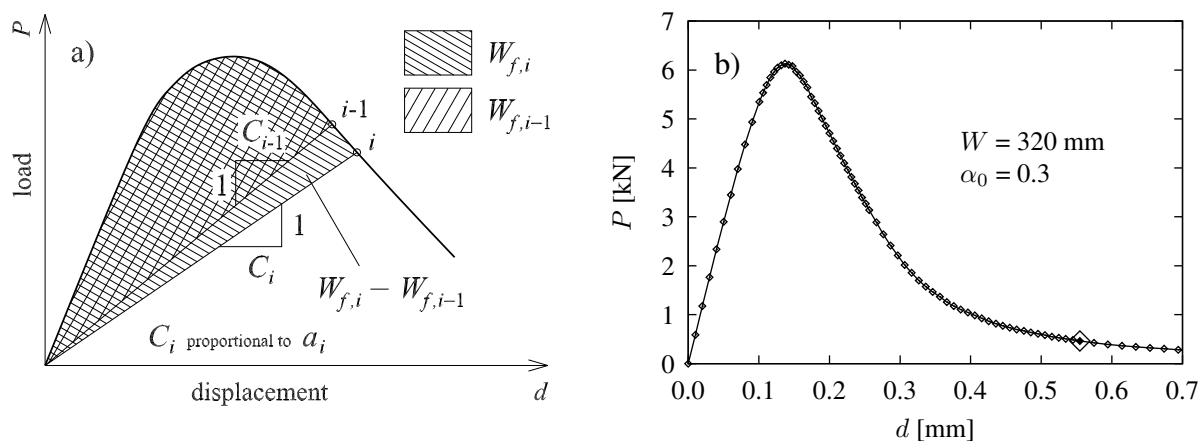
Také u modelů EECM je pod pojmem lomová energie myšlena energie potřebná pro vytvoření trhliny jednotkové plochy. Pro její výpočet byla navržena metoda rozměrového efektu (RILEM 1990) vycházející z Bažantova rozměrového zákona (Bažant a Planas 1998). Tato metoda poskytuje v porovnání s metodou WFM rozdílné hodnoty G_f . Přestože byly představeny vzájemné vztahy mezi těmito hodnotami (Bažant a Becq-Giraudon 2002), existují v odborné veřejnosti nekonzistentní interpretace těchto vztahů a pochybnosti o jejich významu. Metoda rozměrového efektu se považuje za jedinou, která poskytuje hodnoty G_f nezávislé na velikosti a geometrii zkušebního tělesa. Spojitost takto určené lomové energie s modely kohezivní trhliny se jeví

však dosti problematicky, stejně jako samotný experimentální postup pro její stanovování (kvůli značným požadavkům na zatěžovací rozsah zkušebních zařízení).

4. Sloučení obou zmíněných přístupů

V následující sekci bude popsána technika vyhodnocování energie disipované během celého lomového procesu. Předpokládá se (stejně jako u metody WFM), že veškerá disipace energie probíhá v LPZ. Pro tuto techniku jsou použity nástroje obou výše zmíněných přístupů. Vychází se z lomové práce, avšak pro vynesení průběhu lomové energie je nutno odhadovat aktuální délku trhliny. Pro tento odhad je zde použita metoda určování délky ekvivalentní elastické (efektivní) trhliny ze sečné poddajnosti tělesa (Nallathambi a Karihaloo 1986, Karihaloo 1995).

Pro ilustraci zde budou v sekvenci na sebe navazujících obrázků (obr. 2 až obr. 4) vykresleny průběhy jednotlivých diskutovaných vyjádření lomové práce, a to jako funkce posunu d (obr. a)) i odpovídající relativní délky efektivní trhliny α (obr. b)). Průběhy jednotlivých diskutovaných vyjádření lomové energie jsou dále znázorněny na obr. 5 jako funkce přírůstku délky ekvivalentní elastické trhliny Δa i její odpovídající relativní hodnoty α . Jako příklad byla vybrána jedna ze sady zkoušek, které jsou blíže popsány v sekci 5.1. Jedná se o trámec se zářezem o výšce $W = 320$ mm s počáteční relativní délkou trhliny (zářezu) $\alpha_0 = a_0/W = 0,3$. Na obr. 1b) je znázorněn zatěžovací diagram (závislost síly P a posunu d – viz obr. 6a)) zaznamenaný během numerické simulace zkoušky. Na tomto obrázku, stejně jako na obrázcích na tento navazujících, je zvlášť vyznačen bod, kterému odpovídá cca 8 % neporušeného ligamentu. V tomto bodě, čili při dosažení relativní délky trhliny $\alpha = 0,92$, končí platnost funkce geometrie $Y(\alpha)$ používané ve výpočtu délky efektivní trhliny. Křivky v grafech b) na obr. 2 až obr. 4 proto dále nepokračují.



Obrázek 1: a) Schematické znázornění výpočtu lomové práce z $P-d$ diagramu, b) vybraný $P-d$ diagram pro ilustraci techniky vyhodnocování energie disipované během lomového procesu.

4.1. Lomová práce \mathcal{W}_f a normalizovaná lokální lomová práce w_f

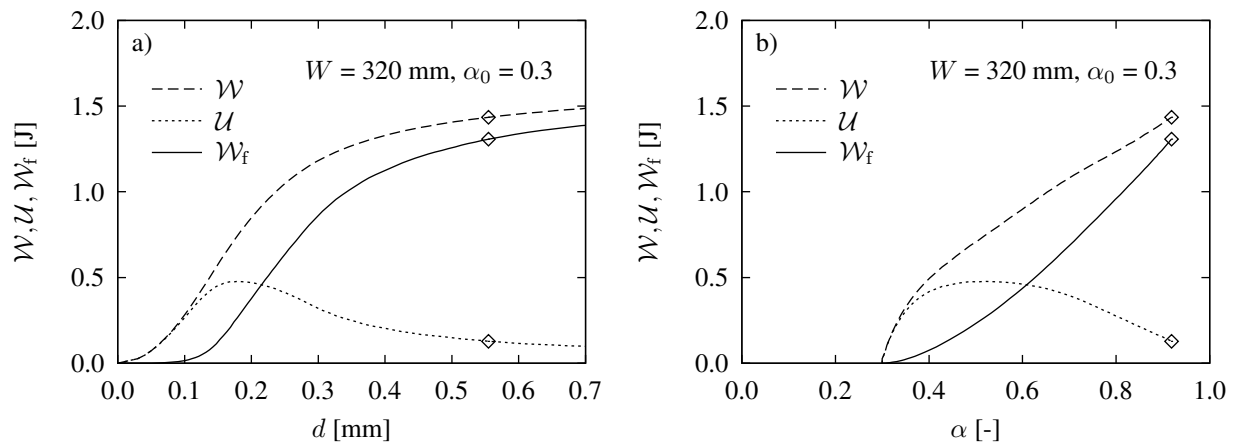
Pro energii \mathcal{W}_f disipovanou během infinitesimálního přírůstku trhliny o da platí

$$\frac{\partial \mathcal{W}_f}{\partial a} = \frac{\partial (\mathcal{W} - \mathcal{U})}{\partial a}, \quad (2)$$

kde \mathcal{W} je přetvárná práce vnějších sil a \mathcal{U} představuje elastickou deformační energii akumulovanou v tělese. Veličina \mathcal{W}_f se nazývá lomová práce. energii disipovanou od začátku lomu po jeho určitý krok i lze spočítat jako

$$\mathcal{W}_{f,i} = \mathcal{W}_i - \mathcal{U}_i = \int_0^{d_i} P \, dd - \frac{d_i^2}{2C_i}, \quad (3)$$

kde P je zatížení, d posun bodu vnášení zatížení a $C = d/P$ poddajnost tělesa. Průběh této energie pro specifikovaný příklad je vykreslen na obr. 2.



Obrázek 2: Závislost lomové práce \mathcal{W}_f na a) posunu d a b) relativní délce efektivní trhliny α .

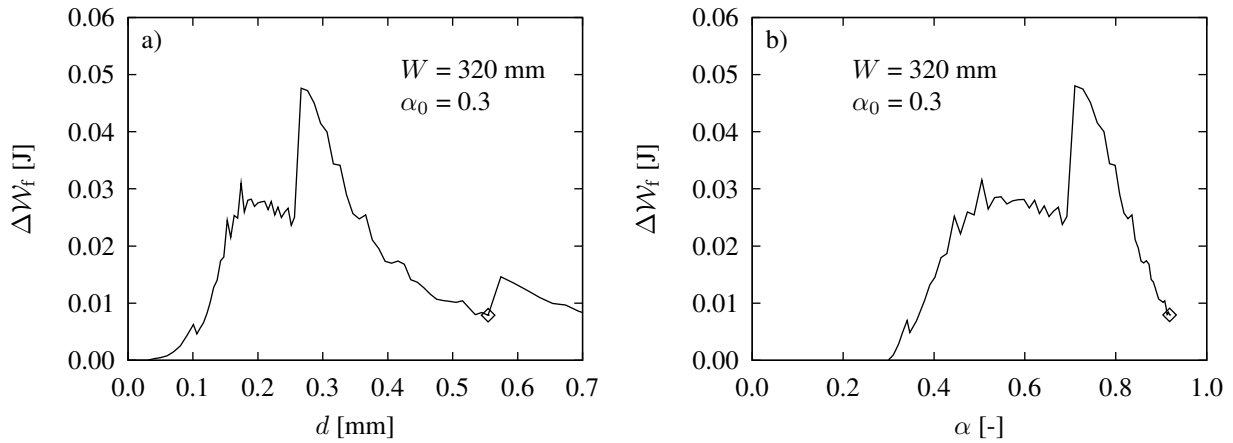
Přírůstek energie disipované mezi dvěma velmi blízkými kroky lomového procesu, tj. $\Delta \mathcal{W}_{f,i} = \mathcal{W}_{f,i} - \mathcal{W}_{f,i-1}$, se označuje jako okamžitá či lokální lomová práce. Na jejím průběhu pro daný příklad (viz obr. 3) jsou patrné skoky, způsobené změnou délky zatěžovacího kroku, neboli změnou vzdálenosti mezi body na P - d diagramu.

Uvedené skoky lze odstranit znormováním $\Delta \mathcal{W}_{f,i}$ délkou aktuálního kroku Δd_i (viz obr. 4). Vyplyvající veličinu lze označit za normalizovanou lokální (okamžitou) lomovou práci a zapsat jako

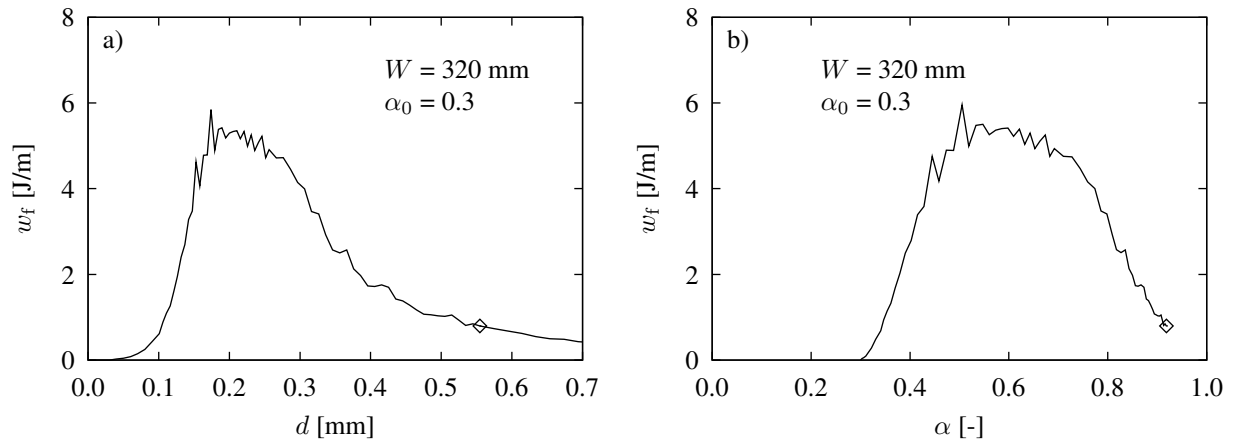
$$w_{f,i} = \frac{\mathcal{W}_{f,i} - \mathcal{W}_{f,i-1}}{d_i - d_{i-1}}. \quad (4)$$

Toto množství disipované energie odpovídá aktuální velikosti a tvaru LPZ, jež je závislá na velikosti, tvaru a okrajových podmínkách tělesa, a velikosti kroku lomového procesu resp. zatěžovacího kroku.

Lomovou energii \mathcal{W}_f lze považovat za kumulativní hodnotu lokální (okamžité) lomové práce $\Delta \mathcal{W}_f$. Výpočet kumulativní resp. lokální lomové práce, \mathcal{W}_f resp. $\Delta \mathcal{W}_f$, je ilustrován na obr. 1a).



Obrázek 3: Závislost lokální (okamžité) lomové práce ΔW_f na a) posunu d a b) relativní délce efektivní trhliny α .



Obrázek 4: Závislost normalizované lokální (okamžité) lomové práce w_f na a) posunu d a b) relativní délce efektivní trhliny α .

4.2. Průměrovaná lomová energie G_f a lokální lomová energie g_f

Lomová energie je definována jako specifická lomová práce. Z této definice platí pro i -tý krok lomového procesu:

$$G_{f,i} = \frac{1}{\Delta a_i B} W_{f,i}, \quad (5)$$

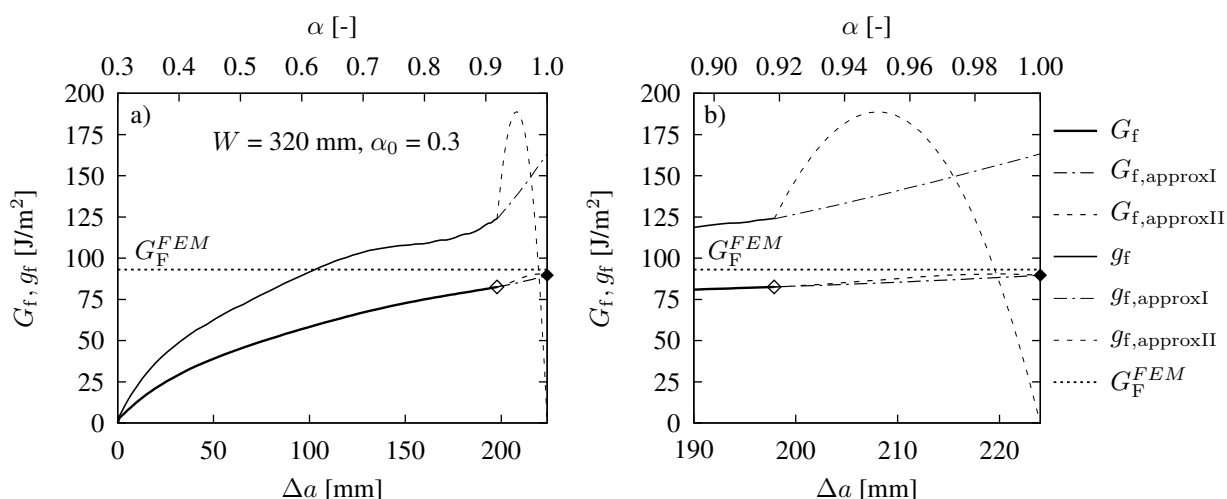
kde $\Delta a_i = a_i - a_0$ je přírůstek ekvivalentní elastické trhliny ve stádiu lomu i . Jak již bylo poznamenáno výše, pro výpočet Δa_i byl použit model efektivní trhliny (Nallathambi a Karihaloo 1986) ze třídy ekvivalentních elastických modelů. Z rov. 5 je zřejmé, že $G_{f,i}$ je průměrnou hodnotou okamžité (lokální) specifické lomové práce disipované od začátku lomového procesu po jeho i -tý krok. Lomová energie G_f určená podle WFM (rov. 1) pak představuje průměrnou lomovou energii pro lom skrze celý ligament tělesa.

Specifická energie, která je aktuálně disipována ve vyvíjející se LPZ odpovídající velikosti, geometrii a okrajovým podmínkám tělesa mezi dvěma velmi blízkými kroky lomového procesu, se nazývá lokální lomová energie g_f (Hu a Wittmann 1992). Vypočte se jako

$$g_{f,i} = \frac{1}{(\Delta a_i - \Delta a_{i-1})B} (\mathcal{W}_{f,i} - \mathcal{W}_{f,i-1}). \quad (6)$$

Její rozložení podél ligamentu obecně není konstantní, což je příčinou nerovnoměrného rozdělení lomové energie G_f podél ligamentu tělesa a závislosti G_f určené podle WFM na velikosti a geometrii tělesa, jak lze doložit mnoha pracemi (e.g. Hu & Wittmann 1992, 2000, Duan et al. 2002, 2003a, 2003b, Hu & Duan 2004, Karihaloo et al 2003, Karihaloo a Abdalla 2005). Pro daný příklad je průběh G_f a g_f vykreslen na obr. 5.

Hodnota g_f je v každém okamžiku lomového procesu rovna efektivní hodnotě odporu proti šíření trhliny $\mathcal{R}^e = (K_I^e)^2/E'$, kde K_I^e je faktor intenzity napětí na špičce ekvivalentní elastické trhliny a E' je Youngův modul odpovídající danému typu rovinné úlohy.



Obrázek 5: Závislost průměrované resp. lokální lomové energie G_f resp. g_f na přírůstku délky efektivní trhliny Δa i její odpovídající relativní hodnotě α – a) celý rozsah, b) detail oblasti konce lomového procesu.

4.3. Vztah mezi G_f a g_f a jeho aplikace

S přechodem k infinitesimálnímu přírůstku posunu d lze rov. 3 přepsat do tvaru

$$\mathcal{W}_f(d) = \int P(d) dd - \frac{d^2}{2C(d)} \quad (7)$$

a w_f se stane derivací \mathcal{W}_f podle d , tj.

$$w_f(d) = \frac{d\mathcal{W}_f(d)}{dd}. \quad (8)$$

Stejně jako mezi \mathcal{W}_f a w_f , existuje také mezi G_f a g_f integračně–derivační vztah. Lze dokázat, že platí

$$G_f(\Delta a) = \frac{1}{\Delta a} \int g_f(\Delta a) d\Delta a. \quad (9)$$

Tohoto vztahu lze využít při extrapolaci průběhů G_f a g_f u konce lomového procesu přes ligament tělesa (tj. v tomto případě pro $\alpha = a/W > 0,92$), kde funkce geometrie $Y(\alpha)$ použitá v proceduře výpočtu Δa není známá, resp. je zatížena příliš velikou chybou. Funkce G_f a g_f mohou být v intervalu $\alpha \in (0,92; 1)$ nahrazeny vhodnou jednoduchou funkcí. Tato aproximační funkce je řízena okrajovými podmínkami předepsanými v bodech $\alpha = 0,92$ (v grafech zvýrazněno prázdnou značkou) a $\alpha = 1$ (zvýrazněno vyplněnou značkou), tj. hodnotami funkcí G_f a g_f v těchto bodech, případně hodnotami jejich derivací do zvoleného řádu.

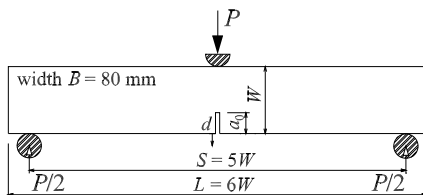
Tuto metodu ilustruje pro dvě aproximační funkce obr. 5. Aproximační funkce I je kvadratická parabola zkonstruovaná ze znalosti funkční hodnoty G_f a hodnoty její první derivace v bodě $\alpha = 0,92$ a funkční hodnoty G_f v bodě $\alpha = 1$ (tj. hodnota G_f určená podle metody WFM). Druhou aproximační funkcí II je polynom třetího stupně. Byl sestaven na základě čtyř okrajových podmínek: funkční hodnoty a hodnoty první derivace funkce G_f pro $\alpha = 0,92$ a funkční hodnoty G_f a g_f pro $\alpha = 1$. Hodnota posledně zmíněné okrajové podmínky byla zvolena rovna nule, což odpovídá bilineárnímu modelu rozdělení lokální lomové energie g_f podél ligamentu tělesa navrženému v práci Duan a kol. 2002. Z obr. 5 je zřejmé, že nulová hodnota funkce g_f na konci lomu je nepravděpodobná.

5. Experimentální určování lomové energie

Hlavní cíl předkládané studie spočívá v podrobné analýze změn energie disipované v LPZ při šíření lomu skrze ligament zkušební vzorku. Pro účely rozboru $P-d$ diagramu lomové zkoušky s ohledem na lomovou energii budou vyšetřovány průběhy jednotlivých veličin, např. W_f , w_f , G_f a g_f ; na základě těchto průběhů lze vyvodit závěry týkající se velikosti/tvaru LPZ, jakož i možného vlivu blízkosti LPZ k okrajům zkušební tělesa.

5.1. Simulace lomových experimentů

V této studii se pozornost autorů zaměřuje na častou konfiguraci lomového experimentu – tříbodový ohyb zkušební tělesa s centrálním zářezem při taženém okraji (viz obr. 6a)). Uvažují se vzorky tří velikostí W a pěti hodnot relativní délky zářezu $\alpha_0 = a_0/W$, jak je specifikováno v tabulce b) obr. 6.



(a) Zkušební konfigurace

W [mm]	$\alpha_0 = a_0/W$ [-]
80	0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,85
320	0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,85
1280	0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,85

(b) Rozměry těles

Obrázek 6: Tříbodový ohyb trámce se zářezem.

5.2. Průběhy lomové práce a lomové energie při lomovém procesu a na jeho konci

Grafy d), e) a f) v obr. 7 zobrazují průběhy kumulativní lomové práce W_f vyčíslené z $P-d$ diagramů s užitím rov. 3 jako funkce posunu d . Souběžně grafy g), h) a i) v tomto obrázku ukazují příslušné průběhy normalizované okamžité (lokální) lomové práce w_f počítané z rov. 4. Stejně veličiny jsou vykresleny v grafech a), b), a c) v obr. 8 jako funkce relativní efektivní délky trhliny α , která byla vypočtena z modelu ECM pro každý bod $P-d$ diagramu ze sečné poddajnosti vzorku. Jak bylo zmíněno, užití tohoto postupu je možné pouze v intervalu platnosti funkce geometrie $Y(\alpha)$ LEFM, pro tento případ tedy do hodnoty $\alpha = 0,92$. Body odpovídající této mezní hodnotě jsou také v obr. 7 a obr. 8 zvýrazněny prázdnou značkou. Průběhy průměrované lomové energie G_f a lokální lomové energie g_f jsou vykresleny v grafech d), e), a f), resp. g), h), a i) v obr. 8. Tyto grafy jsou doplněny horizontální čarou, která vyjadřuje hodnotu lomové energie G_F^{FEM} použitou jako vstupní hodnotu v CBM modelu při numerických simulacích lomových testů programem ATENA.

Funkce $G_f(\alpha)$ a $g_f(\alpha)$ jsou v obr. 8 extrapolovány do oblasti konce lomového procesu. K aproximaci byl použit polynom 2. stupně, v obr. 5 označovaný jako approxI.

6. Závěr

V příspěvku byla prezentována studie průběhu disipace energie v lomové procesní zóně při lomových testech vzorků z cementových kompozitů. Tato disipovaná energie se vyhodnocovala jako lomová práce na základě diagramů zatížení–posun. Ve studii se využívalo numerických simulací lomových testů, což umožnilo eliminovat proměnlivost výsledků reálných testů, která je pro vyšetřované materiály typická, a pokrýt tak širokou škálu velikostí vzorků a relativních délek zářezů.

Hodnoty lomových parametrů kvazikřehkých materiálů jsou potřebné jako vstupy příslušných numerických modelů, které se v současnosti ve velké míře slouží při návrhu i posuzování stavebních konstrukcí, zvláště pak v případě užití pokročilých stavebních materiálů. Výsledky prezentované studie mohou zlepšit dříve vyvinuté metody, které se k určování hodnot těchto parametrů používají. Lze zdůraznit zejména následující výstupy studie:

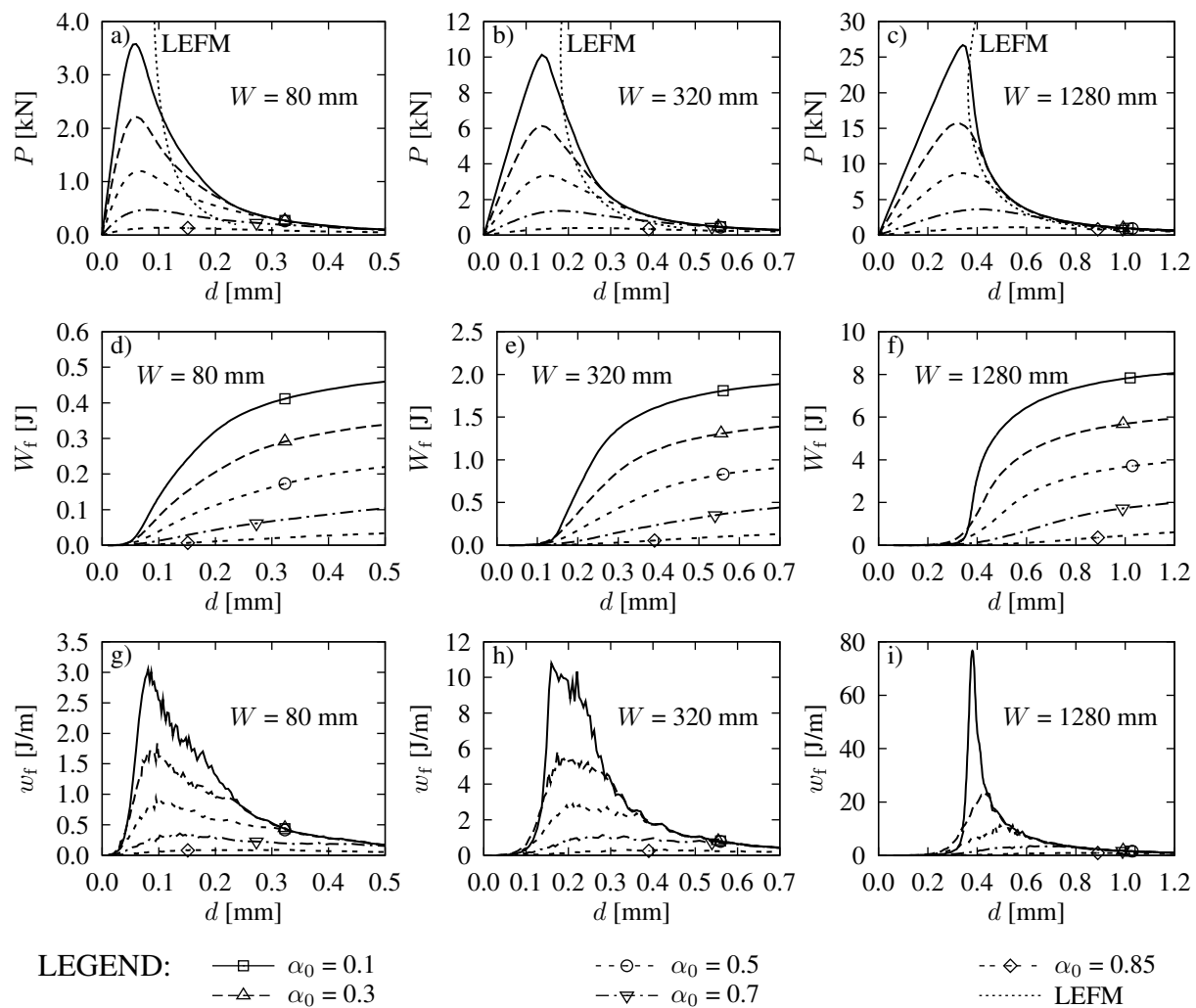
1) Průběh lokální lomové energie g_f po ligamentu vzorku nekončí nulovou hodnotou na zatěžovaném volném povrchu, což předpokládá bilineární model nekonstantního rozdělení lomové energie navrhaný v Duan et al. 2002.

2) Tento předpoklad je však správný v případě okamžité (lokální) lomové práce ΔW_f (a její normalizované hodnoty w_f).

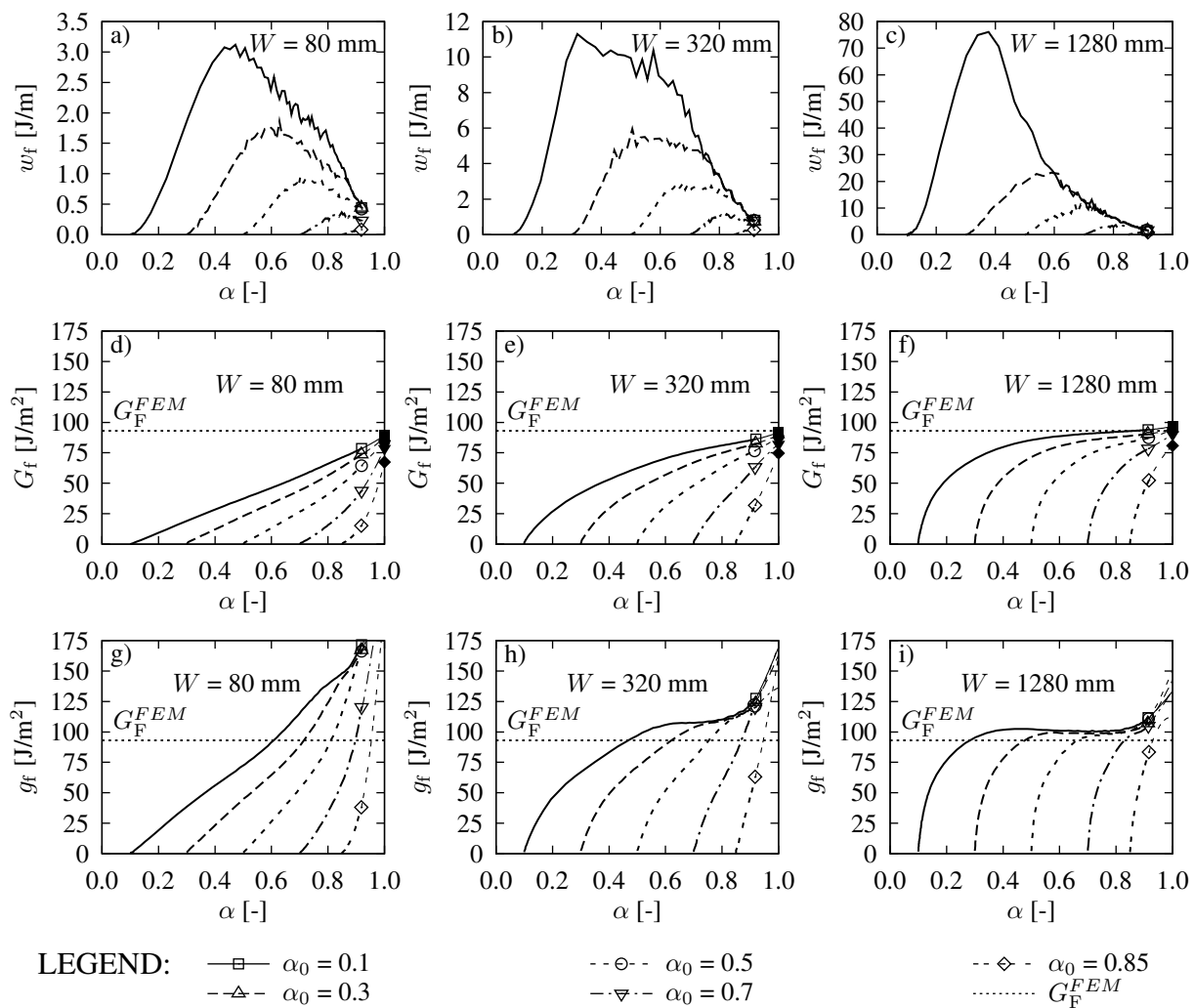
3) Pouze v případě velkých těles s krátkými zářezy mohou být pozorována stádia lomového procesu s konstantní hodnotou lokální lomové energie g_f , což odpovídá pohybu lomové procesní zóny ligamentem bez podstatných změn její velikosti a jejího tvaru při disipaci energie v ní.

4) Hodnota lokální lomové energie g_f se v těchto stádiích přibližuje hodnotě lomové energie G_F^{FEM} užívané v numerických simulacích.

Tuto studii jistě nelze považovat za kompletní, což se zvláště týká obsažených interpretací a hodnocení. Autoři v současnosti zkoumají uvedenými technikami lomový proces při experimentech s dalšími zkušebními konfiguracemi, což by mohlo rozhojnit výsledky této studie, respektive je zasadit do širšího kontextu.



Obrázek 7: Diagramy zatížení–posun získané numerickou simulací pro vzorky uvažovaných rozměrů W a relativní délky zářezu α_0 (grafy a), b) a c)) a příslušné průběhy kumulativní a normalizované okamžité lomové práce, W_f (grafy d), e) a f)) a w_f (grafy g), h) a i)), jako funkce posunu d .



Obrázek 8: Průběhy normalizované okamžité (lokální) lomové práce w_f (grafy a), b) a c)), průměrované lomové energie G_f (grafy d), e) a f)) a lokální lomové energie g_f (grafy g), h) a i)) jako funkce relativní efektivní délky trhliny α (odpovídající P - d diagramům a funkcím W_f - d a w_f - d vykresleným v obr. 7).

7. Poděkování

Tento výsledek byl získán za finančního přispění MŠMT, projekt 1M0579, v rámci činnosti výzkumného centra CIDEAS. Při řešení byly částečně využity teoretické výsledky dosažené v projektu GA ČR 103/07/P403.

8. Reference

- [1] Akita, H., Koide, H., Tomon, M., Sohn, D. 2003. A practical method for uniaxial tension test of concrete. *Mater. Struct.*, 36: 365–371.
- [2] Bažant, Z.P. 1996. Analysis of work-of-fracture method for measuring fracture energy of concrete. *J. Eng. Mech.*, 122(2): 138–144.
- [3] Bažant, Z. P., Becq-Giraudon, E. 2002. Statistical prediction of fracture parameters of concrete and implications for choice of testing standard. *Cem. Concr. Res.*, 32: 529–556.
- [4] Bažant, Z. P., Oh, B. H. 1983. Crack band theory for fracture of concrete. *Mater. Struct.*, 16: 155–177.
- [5] Bažant, Z. P., Planas, J. 1998. Fracture and size effect in concrete and other quasi-brittle materials. Boca Raton: CRC Press.
- [6] Červenka, V. et al. 2003. ATENA Program Documentation, Theory and User manual. Prague: Cervenka Consulting.
- [7] Duan, K., Hu, X.-Z. & Wittmann, F.H. 2002. Explanation of size effect in concrete fracture using non-uniform energy distribution. *Mater. Struct.*, 35: 326–331.
- [8] Duan, K., Hu, X.-Z. & Wittmann, F.H. 2003a. Boundary effect on concrete fracture and non-constant fracture energy distribution. *Eng. Fract. Mech.*, 70: 2257–2268.
- [9] Duan, K., Hu, X.-Z. & Wittmann, F.H. 2003b. Thickness effect on fracture energy of cementitious materials. *Cem. Concr. Res.*, 33: 499–507.
- [10] Duan, K., Hu, X.-Z. & Wittmann, F.H. 2006. Scaling of quasi-brittle fracture: Boundary and size effect. *Mech. Mater.*, 38: 128–141.
- [11] Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P-E. 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6: 773–782.
- [12] Hu, X.-Z. & Duan, K. 2004. Influence of fracture process zone height on fracture energy of concrete. *Cem. Concr. Res.*, 34: 1321–1330.
- [13] Hu, X.-Z. & Wittmann, F.H. 1992. Fracture energy and fracture process zone. *Mater. Struct.*, 25: 319–326.
- [14] Hu, X.-Z. & Wittmann, F.H. 2000. Size effect on toughness induced by crack close to free surface. *Eng. Fract. Mech.*, 65: 209–221.

- [15] Karihaloo, B.L. 1995. *Fracture mechanics and structural concrete*. New York: Longman Scientific & Technical.
- [16] Karihaloo, B. L., Abdalla, H. M. 2004. A method for constructing a bilinear tension softening diagram of concrete corresponding to its true fracture energy. *Mag. Concr. Res.*, 56: 597–604.
- [17] Karihaloo, B.L., Abdalla, H.M., 2005: A simple method for the determination of the true specific fracture energy of concrete. In proceedings of conference *Non-Traditional Cement & Concrete*, Bílek & Keršner (eds.), Brno, 415–432.
- [18] Karihaloo, B. L., Abdalla, H. M., Imjai, T. 2003. A simple method for determining the true specific fracture energy of concrete. *Mag. Concr. Res.*, 55: 471–481.
- [19] Li, V. C., Chan, C.-M., Leung, C. K. Y. 1987. Experimental determination of the tension softening relations for cementitious composites. *Cem. Concr. Res.*, 17: 441–452.
- [20] Nallathambi, P. & Karihaloo, B. L. 1986. Determination of specimen-size independent fracture toughness of plain concrete. *Mag. Concr. Res.*, 38: 67–76.
- [21] RILEM Committee FMT 50 1985. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test on notched beams. *Mater. Struct.*, 18: 285–290.
- [22] RILEM Committee FMT 89 1990. Size effect method for determining fracture energy and process zone size of concrete. *Mater. Struct.*, 23: 461–465.
- [23] Shah, S. P., Swartz, S. E., Ouyang, C. 1995. *Fracture mechanics of structural concrete: applications of fracture mechanics to concrete, rock, and other quasi-brittle materials*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- [24] Trunk, B. & Wittmann, F.H. 2001. Influence of size on fracture energy of concrete. *Mater. Struct.*, 34: 260–265.
- [25] Veselý, V., Řoutil, L., Keršner, Z. 2007. Structural geometry, fracture process zone and fracture energy. Accepted to conference *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures; Proc. of 6th Int. Conf. FraMCoS, Catania, Italy, 2007*, in print.
- [26] Xu, S. Determination of parameters in the bilinear, Reinhardt's nonlinear and exponentially nonlinear softening curves and their meanings. Available from www.iwb.uni-stuttgart.de/bibliothek/festschr/xu.pdf.