



MODELLING AND MODAL PROPERTIES OF A RAILWAY VEHICLE WHEELSET DRIVE WITH A HOLLOW SHAFT

V. Zeman^{*}, Z. Hlaváč^{*}, M. Byrtus^{*}

Summary: *The paper deals with mathematical modelling of vibration and modal analysis of an individual wheelset drive with a hollow graduated shaft. The method is based on the system decomposition into subsystems, which are modelled in special configuration spaces, and on modelling of elastic couplings between subsystems. The mathematical model respects spatial vibration of the engine linked with gear housing and nonlinear contact forces between wheels and rails. The eigenvalues of a linearized autonomous model and stability conditions are investigated in dependence on longitudinal creepage and forward velocity of the wheelset.*

1. Úvod

Dynamické vlastnosti pohonů dvojkolí kolejových vozidel jsou obvykle zkoumány na torzních modelech, jak ukázal např. Jöckel (2001) a Lata (2003). I v práci Zeman & Hlaváč (2005) autorů tohoto příspěvku, zaměřené na pohon dvojkolí dutým hřídelem, se vycházelo ze zjednodušujícího předpokladu torzních kmitů všech komponent. Torzní modely přibližně vyhovují pro vyšetřování kmitů pohonu vybuzených proměnným hnacím momentem motoru, excentrickým uložením ozubených kol převodovky nebo náhlou změnou adhezních momentů ve styku kol s kolejí. Nemohou však být použity pro kmitání vyvolané nerovností kolejnic, přejezdem dvojkolí přes styk kolejnic nebo pohybem rámu podvozku. Tyto zdroje buzení způsobují prostorové kmitání statoru motoru se skříní, který je pružně zavěšen na rámu podvozku, a dutého hřídele obepínajícího nápravu, kterým je točivý moment přenášen z převodovky na dvojkolí.

Cílem příspěvku je proto uvést matematický model pohonu dvojkolí dutým hřídelem při uvažování zmíněných prostorových kmitů. Takový model má obecnější platnost a může být relativně snadno modifikován pro různé typy pohonů kolejových vozidel a doplněn o vlivy buzení.

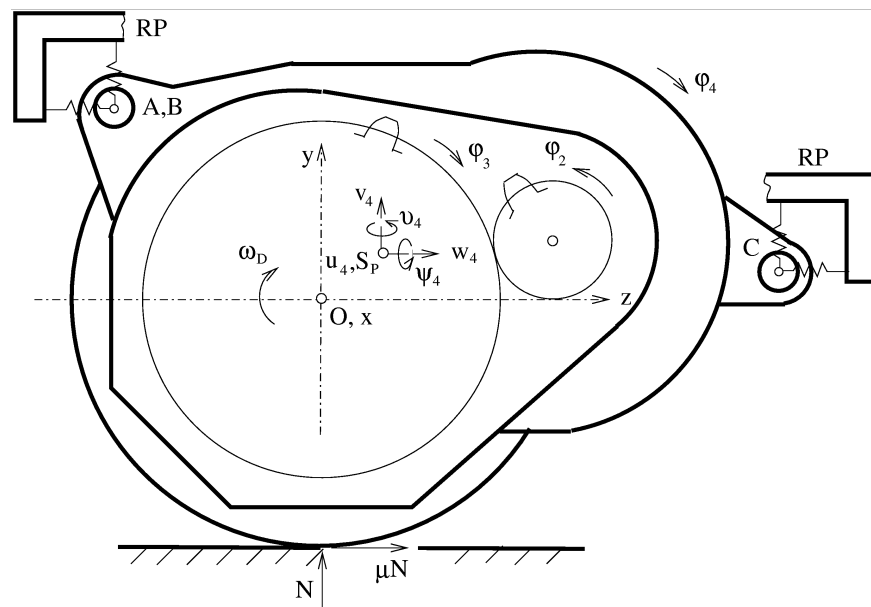
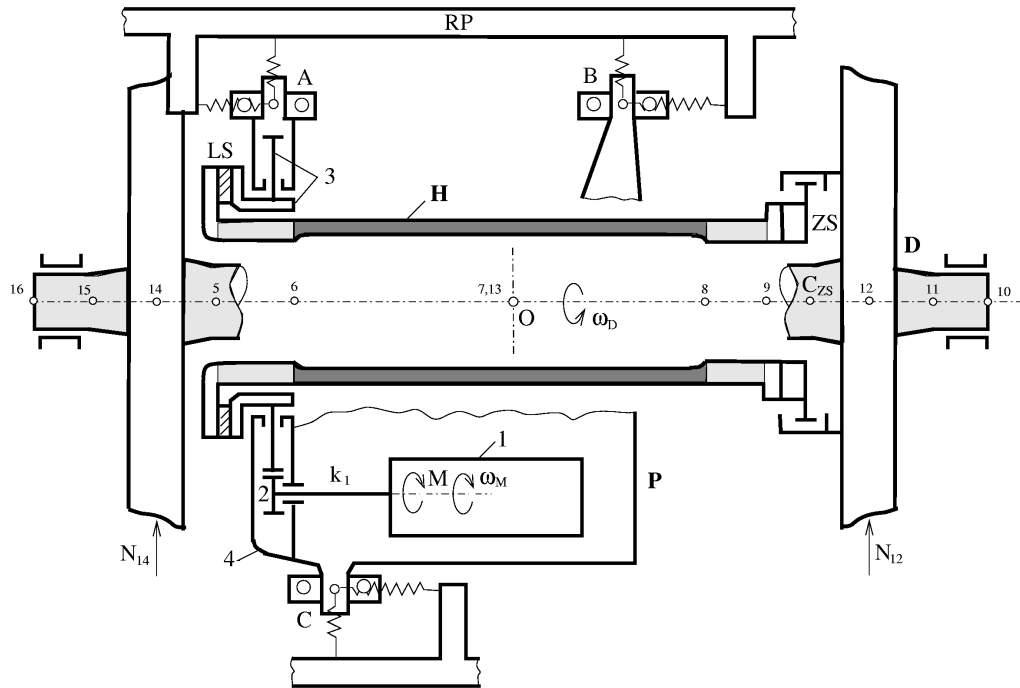
2. Matematický model pohonu dvojkolí

Metodiku modelování kmitání pohonu dvojkolí dutým hřídelem vysvětlíme při jízdě vozidla po přímé trati. Uvažujeme typ pohonu (obr. 1), kdy stator motoru s pevně spojenou skříní převodovky je zavěšen na pryžových závěsech A, B, C v rámu podvozku (RP). Celý systém je

^{*} Prof. Ing. Vladimír Zeman, DrSc., Doc. RNDr. Zdeněk Hlaváč, CSc., Ing. Miroslav Byrtus, Ph.D.: Katedra mechaniky, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 22, 306 14 Plzeň, tel. +420 377 632 332, fax: +420 377 632 302, e-mail: zemanv@kme.zcu.cz, hlavac@kme.zcu.cz, byrtus@kme.zcu.cz

účelné dekomponovat na tři subsystémy:

- vlastní pohon (P) složený z rotoru motoru ($i = 1$), hnacího pastorku ($i = 2$), ozubeného kola ($i = 3$) s unášečem a hnací částí lamelové spojky (LS) a ze satoru motoru pevně spojeného se skříní převodovky ($i = 4$)
- dutý hřídel (H) s hnanou částí lamelové spojky (LS) a s hnací částí zubové spojky (ZS)
- dvojkolí (D).



Obr. 1 Schema pohonu dvojkolí dutým hřídelem

Vzhledem k nízkofrekvenčním zdrojům buzení (cca do 100 Hz) jsou komponenty $i=1, 2, 3, 4$, kotouče lamelové spojky, komponenty zubové spojky a kola dvojkolí uvažována jako tuhá tělesa. Dutý hřídel a náprava dvojkolí jsou modelovány jako 1D hřídelová kontinua (na obr. 1 se šedým a tmavým pozadím), rozdělená mezi uzly 5 až 9 na ose dutého hřídele a mezi uzly 10 až 16 na ose dvojkolí na hřídelové konečné prvky. Za daných předpokladů je pohyb systému popsán vektory zobecněných souřadnic jednotlivých subsystémů

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_P &= [\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, u_4, v_4, w_4, \varphi_4, \vartheta_4, \psi_4]^T \in R^9, \\ \mathbf{q}_H &= [u_5, v_5, w_5, \varphi_5, \vartheta_5, \psi_5, u_6, \dots, \psi_8, u_9, \varphi_9, \vartheta_9, \psi_9]^T \in R^{28}, \\ \mathbf{q}_D &= [\varphi_{10}, \varphi_{11}, \dots, \varphi_{16}]^T \in R^7.\end{aligned}\quad (1)$$

Indexy u souřadnic odpovídají příslušné komponentě $i=1, 2, 3, 4$ a u kontinuí uzlu 5 až 16 (obr. 1). Translační výchylky ve směru souřadnicových os x (osa dvojkolí), y (vertikální osa), z (horizontální osa ve směru jízdy) s počátkem v bodě O jsou označeny u, v, w a rotační výchylky kolem posunutých os do středu hmotnosti komponenty nebo do uzlu jsou označeny φ, ϑ, ψ (viz výchylky středu hmotnosti S_P subsystému P na obr. 1) s příslušným indexem. Počet stupňů volnosti subsystému H je $n_H = 28$, protože příčné výchylky v_9 a w_9 dutého hřídele v uzlu 9 jsou vázány se souřadnicemi ψ_9 a ϑ_9 v důsledku společného pohybu středu C_{ZS} zubové spojky s osou dvojkolí.

Aplikací Lagrangeových rovnic dostaneme modely navzájem izolovaných subsystémů v maticovém tvaru

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_P \ddot{\mathbf{q}}_P + (\mathbf{B}_P + \mathbf{B}_{P,RP}) \dot{\mathbf{q}}_P + (\mathbf{K}_P + \mathbf{K}_{P,RP}) \mathbf{q}_P &= \mathbf{f}_M, \\ \mathbf{M}_H \ddot{\mathbf{q}}_H + \mathbf{B}_H \dot{\mathbf{q}}_H + \mathbf{K}_H \mathbf{q}_H &= \mathbf{0}, \quad \mathbf{M}_D \ddot{\mathbf{q}}_D + \mathbf{B}_D \dot{\mathbf{q}}_D + \mathbf{K}_D \mathbf{q}_D = \mathbf{f}_D,\end{aligned}\quad (2)$$

kde $\mathbf{M}_x, \mathbf{B}_x, \mathbf{K}_x, x=P, H, D$ jsou matice hmotnosti, tlumení a tuhosti subsystémů a $\mathbf{B}_{P,RP}, \mathbf{K}_{P,RP}$ jsou matice popisující tlumení a tuhost pryžových závěsů (silentbloků) v modelu subsystému P . V modelu vlastního pohonu je vliv hnacího momentu motoru vyjádřen vektorem

$$\mathbf{f}_M = [M, 0, 0, \dots, 0]^T. \quad (3)$$

V modelu dvojkolí je vliv adhezních momentů ve styku kol s kolejnicemi popsán vektorem

$$\mathbf{f}_D = [0 \quad 0 \quad -\mu(s_{12}, v) N_{12} r \quad 0 \quad -\mu(s_{14}, v) N_{14} r \quad 0 \quad 0]^T, \quad (4)$$

kde součinitel adheze μ závisí na relativním skluzu kola

$$s_i = \frac{r \dot{\varphi}_i}{v} 3,6 \quad i=12, 14 \quad (5)$$

a rychlosti vozidla v km/hod. V předcházejících výrazech jsou N_{12} a N_{14} vertikální kolové síly a r je poloměr kol.

Vlivem prostorových kmitů skříně převodovky a torzního natočení ozubeného kola se unášec s ním spojený přemístí v bodě totožném s kinematickým středem L lamelové spojky v uzlu 5 s výchylkami $\mathbf{u}_4 + \mathbf{R}_L^T \boldsymbol{\varphi}_4$, kde $\mathbf{u}_4 = [u_4, v_4, w_4]^T$, $\boldsymbol{\varphi}_4 = [\varphi_4, \vartheta_4, \psi_4]^T$. Matice vektorového součinu \mathbf{R}_L je dána souřadnicemi bodu L v souřadnicovém systému s počátkem ve středu hmotnosti S_p (obr. 1) vlastního pohonu. Prostorově kmitající dutý hřídel se v uzlu 5 přemístí s výchylkami $\mathbf{u}_5 = [u_5, v_5, w_5]^T$ a $\boldsymbol{\varphi}_5 = [\varphi_5, \vartheta_5, \psi_5]^T$. Deformaci lamelové spojky (LS) lze vyjádřit translačními a rotačními deformacemi

$$\mathbf{d}_{tLS} = \mathbf{u}_4 + \mathbf{R}_L^T \boldsymbol{\varphi}_4 - \mathbf{u}_5 \quad \text{a} \quad \mathbf{d}_{rLS} = \boldsymbol{\varphi}_3 - \boldsymbol{\varphi}_5 . \quad (6)$$

kde $\boldsymbol{\varphi}_3 = [\varphi_3, \vartheta_4, \psi_4]^T$. Deformační energie lamelové spojky je pak

$$E_p^{LS} = \frac{1}{2} (\mathbf{d}_{tLS}^T \mathbf{K}_{tLS} \mathbf{d}_{tLS} + \mathbf{d}_{rLS}^T \mathbf{K}_{rLS} \mathbf{d}_{rLS}) , \quad (7)$$

přičemž lokální matice tuhosti LS jsou uvažovány diagonální $\mathbf{K}_{tLS} = \text{diag}(k_x, k_y, k_z)$, $\mathbf{K}_{rLS} = \text{diag}(k_{xx}, k_{yy}, k_{zz})$.

Matice tuhosti lamelové spojky \mathbf{K}_{LS} v konfiguračním prostoru systému

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_P^T \quad \mathbf{q}_H^T \quad \mathbf{q}_D^T]^T \quad (8)$$

vyjádříme ve tvaru součtu translační a rotační matice tuhosti lamelové spojky z identity

$$\frac{\partial E_p^{LS}}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{K}_{LS} \mathbf{q}, \quad \mathbf{K}_{LS} = \mathbf{K}_{LS}^{(t)} + \mathbf{K}_{LS}^{(r)} . \quad (9)$$

Obě dílčí matice mají strukturu

	φ_1	φ_2	φ_3	\mathbf{u}_4^T	$\boldsymbol{\varphi}_4^T$	\mathbf{u}_5^T	φ_5	ϑ_5	ψ_5	
$\mathbf{K}_{LS}^{(t)} =$										φ_1
										φ_2
										φ_3
				\mathbf{K}_{tLS}	$\mathbf{K}_{tLS} \mathbf{R}_L^T$	$-\mathbf{K}_{tLS}$				\mathbf{u}_4
				$\mathbf{R}_L \mathbf{K}_{tLS}$	$\mathbf{R}_L \mathbf{K}_{tLS} \mathbf{R}_L^T$	$-\mathbf{R}_L \mathbf{K}_{tLS}$				$\boldsymbol{\varphi}_4$
				$-\mathbf{K}_{tLS}$	$-\mathbf{K}_{tLS} \mathbf{R}_L^T$	\mathbf{K}_{tLS}				\mathbf{u}_5
										φ_5
										ϑ_5
										ψ_5
										\vdots
										\vdots

3. Linearizovaný model pohonu dvojkolí

Nechť provozní rovnovážný stav systému (před poruchou) je definován stejným relativním skluzem s_0 obou kol, kolovými silami N_{12} , N_{14} a rychlostí vozidla v , které odpovídá úhlová rychlost motoru ω_M a úhlová rychlost dvojkolí ω_D . Vektor zobecněných souřadnic před poruchou splňuje podmínku statické rovnováhy

$$\mathbf{K} \mathbf{q}_0 = \mathbf{f}_0, \quad (15)$$

kde vektor vnějšího statického zatížení systému má podle (14) tvar

$$\mathbf{f}_0 = [M(\omega_M), 0, 0, \dots, -\mu(s_0, v) N_{12} r, 0, -\mu(s_0, v) N_{14} r, 0, 0]^T. \quad (16)$$

Moment motoru je dán podmínkou statické rovnováhy

$$M(\omega_M) = \mu(s_0, v) (N_{12} + N_{14}) r \frac{1}{p},$$

kde p je převod ozubených kol. Při porušení statické rovnováhy libovolným zdrojem buzení se systém rozkmitá a vektor zobecněných souřadnic lze vyjádřit ve tvaru součtu statických a poruchových (dynamických) výchylek

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0 + \Delta \mathbf{q}(t), \quad \Delta \mathbf{q}(t) = [\Delta \mathbf{q}_P^T(t), \Delta \mathbf{q}_H^T(t), \Delta \mathbf{q}_D^T(t)]^T. \quad (17)$$

Zlinearizujeme-li momentovou charakteristiku motoru i adhezní charakteristiky v okolí stavu systému před poruchou, pak

$$M = M(\omega_M) - b_M(v) \Delta \dot{\varphi}_1, \quad (18)$$

$$\mu(s_i, v) = \mu(s_0, v) + \left[\frac{\partial \mu}{\partial s_i} \right]_{s_i=s_0} (s_i - s_0), \quad i = 12, 14. \quad (19)$$

Přihlédneme-li k definici relativního skluzu (5) a položíme-li $\dot{\varphi}_i = \omega_D + \Delta \dot{\varphi}_i$ pro $i = 12, 14$, dostaneme

$$s_i = \frac{r(\omega_D + \Delta \dot{\varphi}_i)}{v} \cdot 3,6 = s_0 + \frac{r \Delta \dot{\varphi}_i}{v} \cdot 3,6, \quad i = 12, 14$$

a linearizované adhezní momenty lze vyjádřit ve tvaru

$$\mu(s_i, v) N_i r = \mu(s_0, v) N_i r + b_i(s_0, v) \Delta \dot{\varphi}_i, \quad i = 12, 14 \quad (20)$$

Koeficienty linearizovaného tlumení ve styku kolo-kolejnice jsou

$$b_i(s_0, v) = 3,6 \left[\frac{\partial \mu}{\partial s_i} \right]_{s_i=s_0} \frac{N_i r^2}{v}, \quad i = 12, 14. \quad (21)$$

Vyjádřením momentu motoru podle (18) a adhezních momentů podle (20) lze vektor vnějších silových účinků zapsat ve tvaru

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_0 + \Delta \mathbf{f}, \quad (22)$$

kde

$$\Delta \mathbf{f} = [-b_M(v) \Delta \dot{\varphi}_1, 0, 0, \dots, -b_{12}(s_0, v) \Delta \dot{\varphi}_{12}, 0, -b_{14}(s_0, v) \Delta \dot{\varphi}_{14}, 0, 0]^T.$$

Poruchový vektor vnějších momentů lze převést do tvaru

$$\Delta \mathbf{f} = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_M(v) \Delta \dot{\mathbf{q}}_P \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{ad}(s_0, v) \Delta \dot{\mathbf{q}}_D \end{bmatrix}, \quad (23)$$

kde jsme zavedli diagonální matice

$$\mathbf{B}_M(v) = \text{diag}[b_M(v), 0, 0, \dots, 0], \quad (24)$$

$$\mathbf{B}_{ad}(s_0, v) = \text{diag}[0 \quad 0 \quad b_{12}(s_0, v) \quad 0 \quad b_{14}(s_0, v) \quad 0 \quad 0]. \quad (25)$$

Dosazením výrazů (17) a (22) do modelu (12) a s přihlédnutím k podmínce statické rovnováhy (15) dostaneme matematický model systému v poruchových výchylkách

$$\mathbf{M} \Delta \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}(s_0, v) \Delta \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \Delta \mathbf{q}(t) = \mathbf{0}, \quad (26)$$

kde globální matice tlumení, zahrnující též vliv linearizované momentové charakteristiky motoru a linearizovaných adhezních momentů v okolí stavu před poruchou, je

$$\mathbf{B}(s_0, v) = \text{diag}(\mathbf{B}_P + \mathbf{B}_{P,RP} + \mathbf{B}_M(v), \mathbf{B}_H, \mathbf{B}_D + \mathbf{B}_{ad}(s_0, v) + \mathbf{B}_{LS} + \mathbf{B}_{ZS}). \quad (27)$$

4. Spektrální vlastnosti a podmínky stability systému

Spektrální vlastnosti budeme vyšetřovat v závislosti na provozních parametrech s_0 , v a ρ_{ad} . Koeficient adheze ve styku kol s kolejnicemi lze na základě experimentů podle Čápa (1993) a Laty (2004) popsat závislostí na relativním skluzu s a rychlosti vozidla v ve tvaru

$$\mu(s, v) = \frac{2}{\pi} f \left[\arctg \frac{s}{\rho_{ad} f} + \frac{\frac{s}{\rho_{ad} f}}{1 + \left(\frac{s}{\rho_{ad} f} \right)^2} \right], \quad (28)$$

kde součinitel tření f (pro režim posuvu kol po kolejnici smykem) je dán závislostí

$$f = a e^{-bv} + c. \quad (29)$$

Konstanty a , b , c dále uvažujeme pro běžné podmínky styku kola s kolejnicí s hodnotami $a = 0,395$, $b = 0,2083 \text{ hkm}^{-1}$, $c = 0,125$ a adhezní parametr $\rho_{ad} = 10^{-2}$ stejně jako v příspěvku Zeman & Hlaváč (2005).

Řešením problému vlastní hodnoty modelu (26) v poruchových výchylkách

$$[\lambda_v \mathbf{N}(s_0, v) + \mathbf{P}] \mathbf{u}_v = \mathbf{0} \quad (30)$$

ve stavovém prostoru $\mathbf{u} = [\Delta \dot{\mathbf{q}}^T, \Delta \mathbf{q}^T]^T$, s maticemi

$$\mathbf{N}(s_0, v) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{B}(s_0, v) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (31)$$

vypočítáme vlastní čísla $\lambda_v = -\alpha_v \pm i \beta_v$.

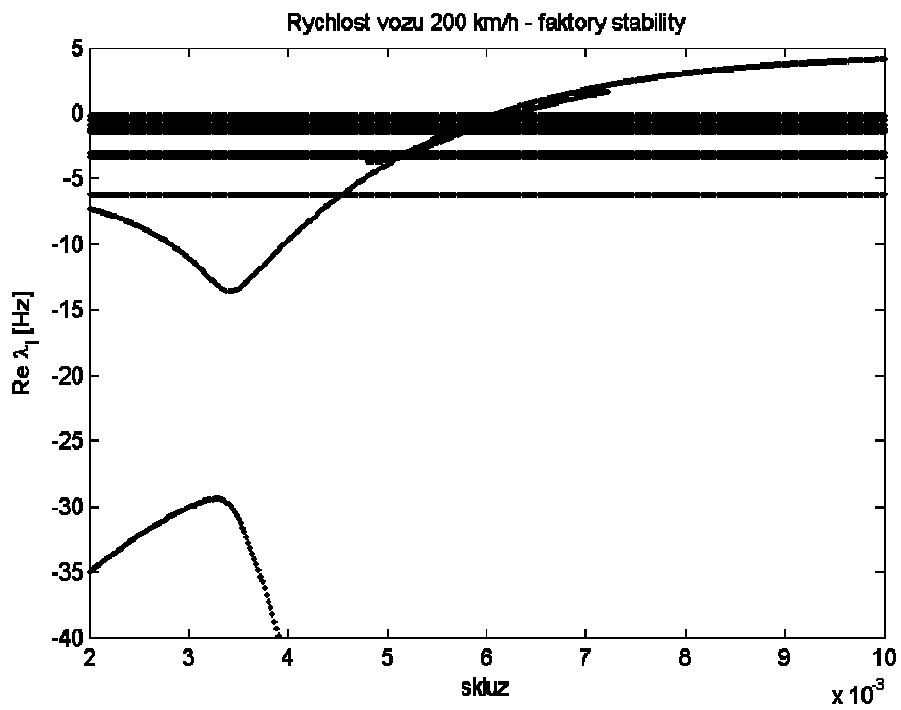
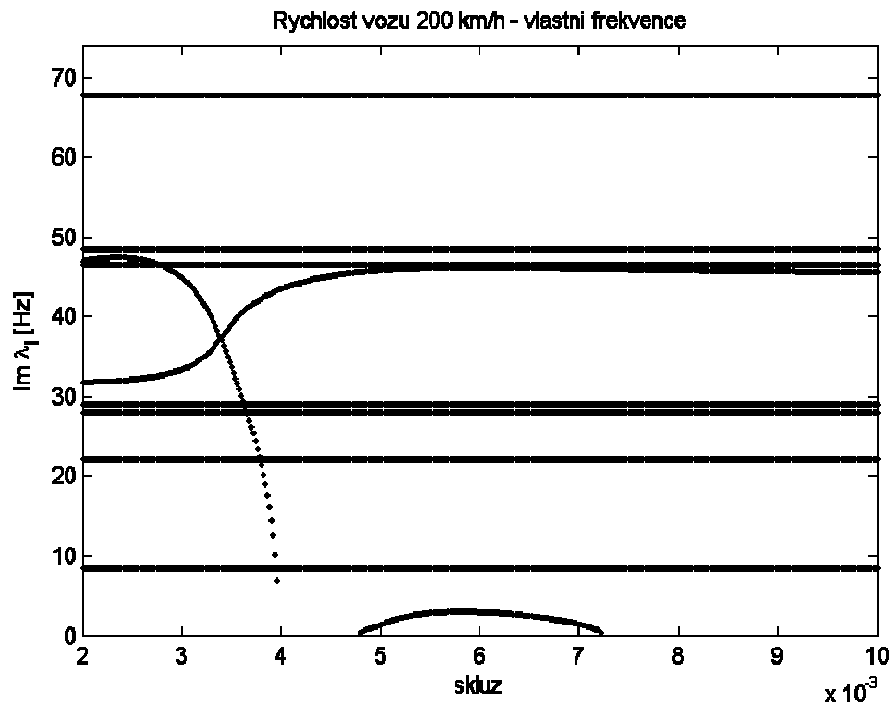
Tab. 1 Vlastní frekvence a vlastní čísla pohonu dvojkolů v Hz

Vlastní frekvence		Vlastní čísla			Charakteristika vlastních tvarů
<i>a</i>	<i>b</i>	$s_0 = 0,002$	$s_0 = 0,005$	$s_0 = 0,01$	
3,84 ¹⁾	2,71 ¹⁾	-	-3,56 + i1,41	-	¹⁾ torzní zkruc. LS
8,47			-0,47 + i8,46		podélné 4, H
22,08			-0,88 + i22,08		prostorové 4, H
28,02			-0,21 + i28,01		podélné H
29,09			-1,44 + i29,04		torzní 1,2,3 a prostorové 4, H
46,20 ²⁾	-	-7,26 + i31,79	-3,87 + i45,87	4,12 + i45,63	²⁾ zkruc. nápravy
46,54			-3,09 + i46,41		prostorové 4, H
-		-35,01 + i47,04	-	-	
48,72			-3,34 + i48,55		prostorové 4, H
68,13			-6,21 + i67,85		torzní 1,2,3 a prostorové 4

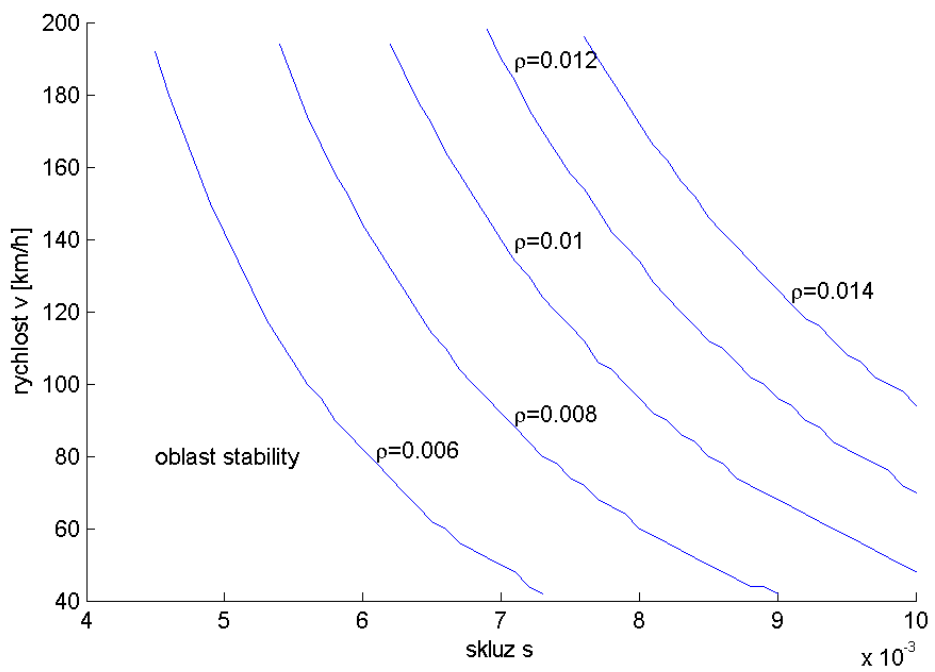
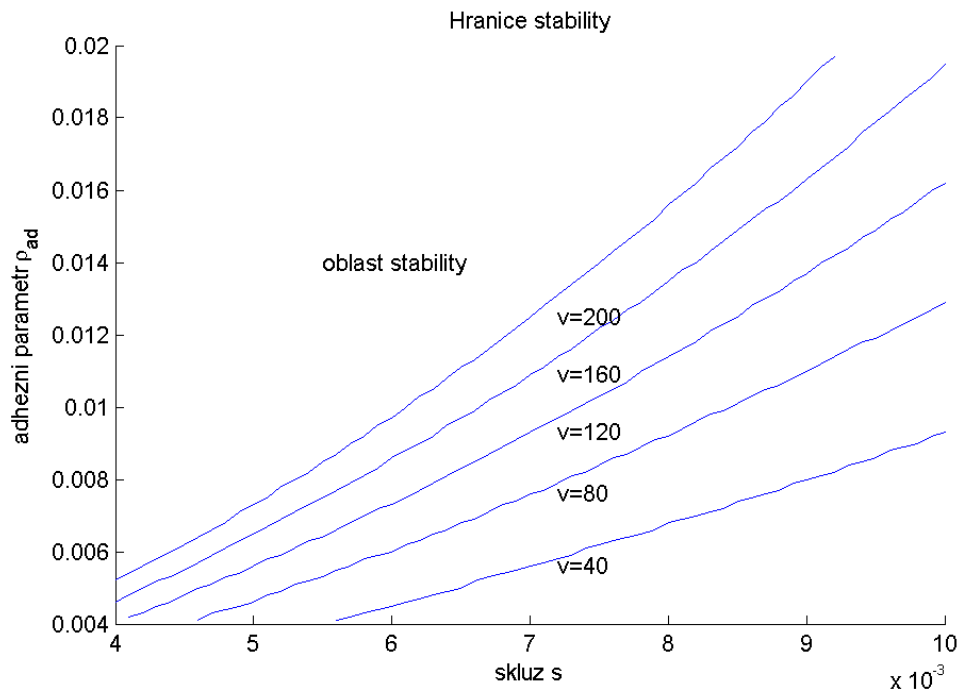
a.. netlumeného systému s torzně izolovaným dvojkolím

b.. netlumeného systému s valcím se dvojkolím

V tab. 1 uvádíme vlastní frekvence (do 100 Hz) netlumeného systému popsaného rovnicí (26), v níž položíme $\mathbf{B}(s_0, v) = \mathbf{0}$ pro dvě limitní alternativy – s torzně izolovanými koly (kdy $\mu_{12} = \mu_{14} = 0$) a s valcím se koly dvojkolů ($\Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_{14} = 0$). V dalších sloupcích tabulky jsou uvedena komplexní vlastní čísla s kladnou imaginární částí linearizovaného tlumeného systému při rychlosti vozidla $v = 200 \text{ kmh/hod}$ adhezním parametru $\rho_{ad} = 10^{-2}$ a strmosti momentové charakteristiky motoru $b_M = 10^3 \text{ Nm/rad s}^{-1}$ pro různé relativní skluzu $s_0 = 0,002; 0,005; 0,01$. V posledním sloupci uvádíme stručnou charakteristiku vlastních tvarů kmitání přiřazených vlastním frekvencím systému. Závislosti imaginárních a reálných složek dvojic komplexně sdružených vlastních čísel (v absolutní hodnotě do 100 Hz) na relativním skluzu kol po kolejnicích v rozsahu skluzů $s_0 \in \langle 0,002; 0,01 \rangle$ jsou zobrazeny na obr. 2. V zobrazeném spektru vlastních čísel je zřejmé, že dva páry komplexně sdružených vlastních čísel dominantně závisí na skluzu a na rychlosti vozidla jak svými reálnými částmi (faktory stability), tak imaginárními částmi (vlastními frekvencemi). Ostatní komplexně sdružené páry vlastních čísel se prakticky se skluzem nemění a korespondují svou imaginární částí s vlastními frekvencemi. Kromě párů komplexně sdružených a nulového vlastního čísla odpovídajícího torzní izolovanosti soustavy, řešení (30) obsahuje i reálná nulová vlastní čísla. Musí jich být lichý počet. Pro uvažované hodnoty skluzu a rychlosti (eventuálně adhezního parametru) jejich počet kolísá mezi 9-ti a 13-ti (mění se vždy po dvou). Tento stav je způsoben „zanikáním“ a opětovným „vznikem“ párů komplexně sdružených vlastních čísel, jak se lze z obr. 2 přesvědčit v okolí skluzu $s=0,004$; $s=0,0048$ a $s=0,0072$. Struktura zbylých reálných vlastních čísel je relativně ustálená. Jedná se o čtyři dvojnásobná vlastní čísla vysokých absolutních hodnot (větší než 9 kHz) a jedno jednoduché vlastní číslo $\alpha = -5,57 \text{ Hz}$.



Obr. 2 Závislost imaginárních a reálných částí vlastních čísel na relativním skluzu kol



Obr. 3 Hraniční křivky oblastí nestabilit

Otáčkové frekvence motoru ω_M a dvojkolí ω_D rezonují s imaginárními částmi vlastních čísel systému při rychlostech vozidla

$$v_v^M = 2\pi \frac{3,6r}{p} \text{Im}\{\lambda_v\}, \quad v_v^D = 2\pi 3,6r \text{Im}\{\lambda_v\}, \quad v = 1, 2, \dots,$$

kde $p = \omega_M/\omega_D$ je převodový poměr. Rezonanční rychlosti vozidla v rozsahu do 200 km/hod vztažené k pořadí rezonujícího vlastního čísla při skluzu $s_0 = 0,02$ jsou uvedeny v tab. 2.

Tabulka 2 Rezonanční rychlosti vozidla vzhledem k otáčkovým frekvencím motoru a dvojkolí

Rezonanční rychlost	Pořadí rezonujícího vlastního čísla							
	1	2	3	4	5	6	7	8
v_v^M	29,5	77,0	97,6	101,2	111,2	111,4	161,8	169,3
v_v^D	119,6							

Pro přehledné posouzení splnění podmínek stability systému zavádíme roviny provozních parametrů s, v a s, ρ_{ad} , kde ρ_{ad} je bezrozměrný adhezní parametr definovaný výrazem $\rho_{ad} = p_{\max} / aK$ v publikacích Čápa (1993) a Laty (2004). V definičním výrazu p_{\max} je maximální normálový tlak ve stykové ploše, a je hlavní poloosa dotykové elipsy a $K = (1,5 \div 2) \cdot 10^{13} \text{ Nm}^{-3}$ je konstanta vyjadřující pružné vlastnosti povrchů kola a kolejnice. Hraniční křivky mezi oblastmi stability a nestability, kdy alespoň jedno reálné nebo reálná část jednoho páru komplexně sdružených vlastních čísel je kladná, jsou v rovinách zmíněných provozních parametrů znázorněny na obr. 3. Ukazuje se, že pro vysoké rychlosti a skluzu postupně dojde k porušení stability vlivem čtyř reálných vlastních čísel a reálné části jednoho páru komplexně sdružených vlastních čísel.

5. Závěr

V příspěvku je uvedena metodika sestavení nelineárního matematického modelu individuálního pohonu dvojkolí kolejového vozidla dutým hřídelem. Model respektuje prostorové kmity statoru motoru pevně spojeného se skříní převodovky a pružně zavěšeného na rámu podvozku a prostorové kmity dutého hřídele, kterým je točivý moment přenášen z převodovky na dvojkolí. Na linearizovaném modelu v poruchových výchylkách vzhledem k provoznímu stavu pohonu dvojkolí před porušením statické rovnováhy, jsou vyšetřena vlastní čísla v závislosti na relativním skluzu dvojkolí pro referenční hodnoty ostatních provozních parametrů. Pomocí vlastních čísel jsou stanoveny podmínky stability systému v závislosti na provozních parametrech. Stabilní a nestabilní oblasti jsou odděleny hraničními křivkami ve vhodně zavedených rovinách provozních parametrů kolejového vozidla. Nelineární model po doplnění buzení bude využit pro vyšetřování přechodových kmitů a dynamického zatížení komponent pohonu.

6. Poděkování

Príspevek vznikl za podpory projektu MŠMT 1M0519 – Výzkumné centrum kolejových vozidel.

7. Literatura

- Čáp, J. (1993) Některé aspekty jednotného výkladu mechanismu adheze. *Sborník prací VŠCHT Pardubice*, str. 26-35.
- Jöckel, A. (2001) Aktive Dämpfung von Ratterschwingungen in Antriebsstrang von Lokomotive mit Drehstrom – Antriebstechnik. *TEV + DET Glas. Ann.* 125, 5, s. 191-204.
- Lata, M. (2003) Modelování přechodových dějů v torzním systému pohonu hnacího vozidla. *Scientific Papers of the University of Pardubice, Series B – The Jan Perner Transport Faculty* 9, str. 45-58.
- Lata, M. (2004) Dynamické děje v pohonu elektrické lokomotivy při vzniku prokluzu dvojkolí. *Engineering Mechanics 2004*, Book of Extended Abstracts, Institut of Thermomechanics AS CR, str. 165-166 (plný text na CD ROM IM 2004).
- Zeman, V. & Hlaváč, Z. (2005) Modelování a modální vlastnosti pohonu dvojkolí kolejového vozidla dutým hřídelem, in: *Proc. 21st Conf. Computational Mechanics* (J. Vimmr editor) University of West Bohemia in Pilsen, pp. 687-694.