National Conference with International Participation

ENGINEERING MECHANICS 2008

Svratka, Czech Republic, May 12 – 15, 2008

COMOUTATIONAL AND EXPERIMENTAL MODELING BIFURCATIONS AND CHAOS IN DRIVE SYSTEMS

**C. Kratochvíl, L. Houfek, M. Houfek, P. Krejčí*
J. Koláčný, P. Nykodým, R. Kříž****

Summary: *In this article will be explore chaotic behaviours and numerical solutions of the experimental models of drive systems with a small DC motors. These solutions are also bounded like equilibrium, periodic, and quasiperiodic solution. There is no precise definition for a chaotic solution because it cannot be represented through standard mathematical functions. However, a chaotic solution is aperiodic solution, which is endowed with some special identifiable characteristics, for example attractors, bifurcations or one-and two- dimensional maps.*

1. Introduction

Chaos can be defined on a bounded steady- state behavior that is not an equilibrium solution or a periodic solution or quasiperiodic solution. The attractor associated with a chaotic motion in state space is not a simple geometrical object like a finite number of points, a closed curve or a torus. Chaotic attractors are complicated geometrical objects that posses fractal dimension.

In contrast with the spectra of periodic and quasiperiodic attractors, which consist of a finite number of sharp spikes, the spectrum of a chaotic signal has a continuous broad hand character. In addition, the spectrum of a chaotic signal often contains spikes, that indicate the predominant frequencies of the signal. We can also say, that chaotic motion is a very large number of unstable periodic motions. Thus, a chaotic system may dwell for a brief time on a motion that is very nearly periodic and then may change to another periodic motion with a period that is k times that of the preceding motion. This constant evolution from one periodic motion to another procedures a longtime impression of randomness while showing short-term glimpses or order.

*ÚMTMB FSI VUT Brno, Technická 2896/2, 616 69 Brno, tel.: +420 54114 2853, fax: +420 541 14 2876, e-mail: kratochvil@fme.vutbr.cz

**ÚVEE FEKT VUT Brno, Technická 2848/8, 616 00 Brno,tel.: +420 54114 2699, fax.: +420 54114 2736, e-mail: kolacny@feec.vutbr.cz

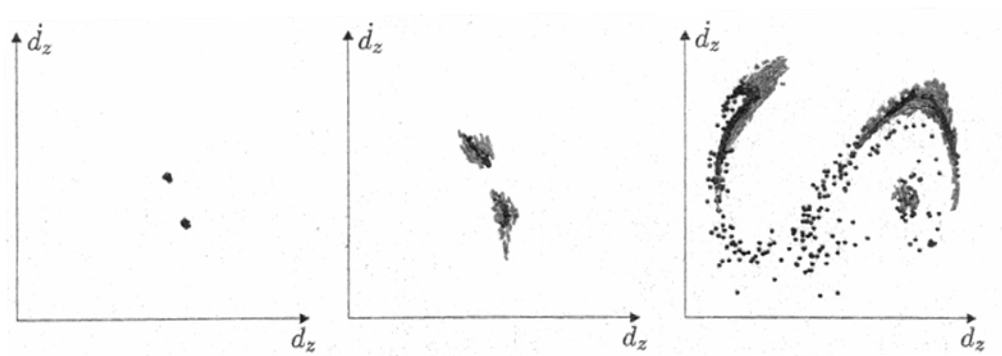
2. Chaos v elektromechanických systémech

Jednou z nejrozšířenějších aplikačních oblastí teorie dynamických systémů je oblast elektroniky, výkonové elektrotechniky a energetiky. V posledních letech se k nim řadí mechatronika. V analýze nelineárních obvodů, což je jeden ze základních prvků analýzy v těchto oblastech, neplatí princip superpozice. Nelze tedy nalézt odezvy soustav a jejich modelů (dynamických systémů) na obecný vstupní signál jako sumu odezev na posloupnost dílčích impulzů či skoků. Odezva nelineárního obvodu na skokovou změnu jej necharakterizuje, neboť není nezávislá na velikosti skoku a navíc v některých případech může změna velikosti vstupního skoku přivést systém do nestabilního stavu.

U nelineárních modelových systémů nelze využít ani klasické teorie frekvenčních přenosů, předpokládající harmonické vstupní a výstupní signály.

Jednou z nemnoha cest, vedoucí k řešení problémů nelineárních systémů, je využití simulačních metod, založených na numerickém řešení diferenciálních rovnic, popisující jejich chování. Výsledky těchto simulací lze sledovat i vyhodnocovat ve fázové rovině (resp. ve stavovém prostoru) (Nayfeh, 1995), (Kratochvíl, Procházka, 2002)

Vhodným nástrojem pro identifikaci limitních množin, charakterizující chování systému, mohou být například Poincarého mapy - viz. obr. 1



Obr. 1 Poincarého mapy některých základních typů fázových trajektorií (Byrtus, 2006)

Při numerických simulacích ovšem může nastat situace, kdy je konstrukce Poincarého řezů v přesně daných časových okamžicích numericky obtížně proveditelná. To je případ, kdy je možné využít bifurkačních diagramů.

3. Bifurkační diagramy a jejich konstrukce

Bifurkační diagram představuje prostředek pro zobrazení a identifikaci změn v chování dynamického systému při změně některého řídícího parametru, případně při malých změnách počátečních podmínek. Lze pomocí něj sledovat a identifikovat bifurkaci řešení sledováním extrémů fázových trajektorií v okolí jejich ustálených stavů. Lze tak odhalit změnu periody řešení, t.j. zdvojení periody, kaskády bifurkací a vymezit oblasti s chaotickým chováním.

Jistá nevýhoda spočívá v nemožnosti identifikace chaotického atraktoru.

Bifurkační diagram lze konstruovat za různých podmínek: (Byrtus, 2006)

• Pro každou změnu parametrů startuje nový systém se stále stejnými počátečními podmínkami.

• Pohybující se systém je podroben malé změně parametru, aniž by byl znovu spouštěn - provedení změn „za chodu".

• Systém je pro každou změnu parametrů spuštěn mnohokrát s různými (zpravidla náhodně generovanými) počátečními podmínkami.

Dále uvedeme dva způsoby konstrukce bifurkačního diagramu, které byly realizované na pracovišti ÚVEE FEKT -VUT v Brně (Nykodým, 2004)

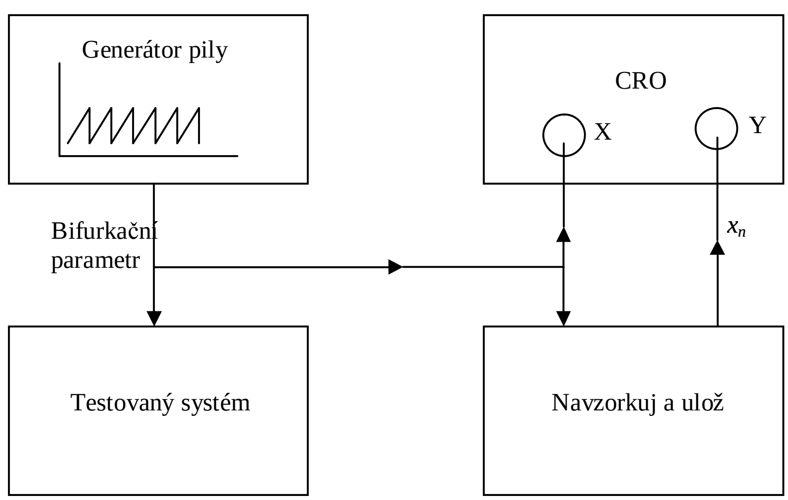
A) Konstrukce za pomoci osciloskopu

Bifurkační diagram je často používán k analýze toho, jak změna určitého parametru ovlivňuje chování zkoumaného systému. Pro zobrazení bifurkačního diagramu potřebujeme sestrojit obvod, který bude generovat potřebné signály pro osciloskop.

Typický bifurkační diagram obsahuje horizontální osu korespondující se změnou parametru a vertikální osu korespondující s navzorkovánými, ustálenými hodnotami proměnné testovaného systému. K zobrazení bifurkačního digramu je nutno přivést potřebné signály na vstupy osciloskopu X a Y. K jejich získání musíme provést následující dva úkony:

1. změnu zvoleného parametru zkoumaného systému odpovídající pomalé změně napěťové pily přivedené na vstup X osciloskopu.
2. vzorkování zvoleného signálu zkoumaného systému a odeslání vzorků na Y vstup osciloskopu.

Tyto dva úkony musí být dobře koordinovány a přírůstek pily musí být relativně malý. Pak pro každou nastavenou hodnotu bifurkačního diagramu jsou navzorkovaná data přiváděna na Y vstup osciloskopu. Systém realizující uvedený způsob konstrukce je na Obr. 2



Obr. 2 Blokový diagram soustavy pro zobrazení bifurkačního diagramu

B) Konstrukce při použití výpočetní techniky

Jeden z možných postupů při konstrukci bifurkačního diagramu je následující:

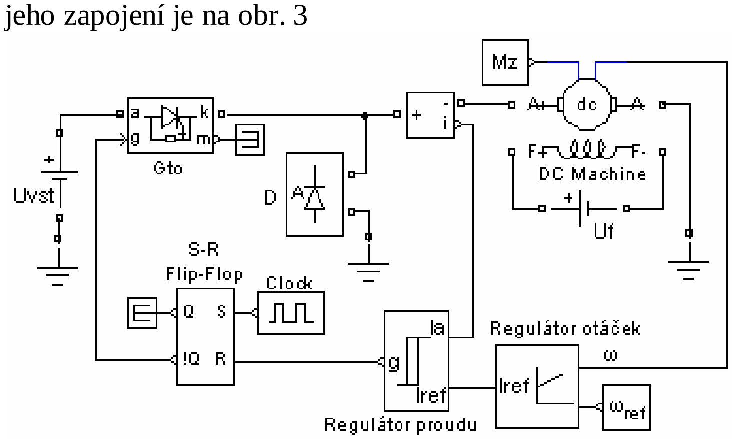
- provedeme řešení soustavy rovnic popisujících zkoumaný systém při daném parametru bifurkačního diagramu
- u neautonomních systémů provedeme vzorkování s definovanou periodou vzorkování a vzorky uložíme, dále také uložíme hodnotu nastaveného bifurkačního parametru
- zvýšíme hodnotu parametru o dostatečně malou hodnotu (abychom docílili dostatečně jemné kresby)
- celý postup opakujeme od bodu 1. dokud neprojdeme celý interval bifurkačního parametru
- vykreslíme bifurkační diagram (odebrané vzorky v závislosti na nastavených hodnotách parametru, přičemž každý vzorek je zastoupen bodem)

V těchto pěti bodech máme prakticky zapsánu strukturu jednoduchého cyklu, který můžeme realizovat např. v programu MATLAB.

4. Příklady bifurkačního chování modelových soustav

Příklad 1

Výpočtové modelování bifurkací a chaosu si ukážeme na příkladu DC motoru s cizím buzením a s regulátorem proudu s hysterezí (Nykodým, 2003). Schematické znázornění tohoto motoru a jeho zapojení je na obr. 3



Obr. 3 Schematické znázornění řízeného pohonu

Modelová soustava se skládá z výkonové a řídící části. Výkonová část obsahuje výkonový spínací prvek a nulovou diodu. Řídící část pak PI regulátor otáček a regulátor proudu s hysterezí. Výstupní pulsy z regulátoru proudu jsou přiváděny na klopný obvod R-S, který je taktován hodinovými pulsy s periodou T. To nám zabrání vysokofrekvenčnímu spínání výkonového prvku a také nám definuje dobu vzorkování T pro další analýzu signálů. Rovnice popisující daný systém tedy obsahují na pravé straně čas T, což znamená, že se jedná o neautonomní systém. Modelová soustava byla upravena tak, aby při sestavování výpočtového modelu v programu MATLAB bylo možné vycházet přímo ze základního matematického popisu.

•Pro sepnutý spínač

$$\left.\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_a}\left(-R_a i_a - L_{af} i_f \omega_r + u_a\right) \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{1}{L_f}\left(-R_f i_f + u_f\right) \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{1}{J}\left(L_{af} i_a i_f - B_m \omega_r - M_z\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1.1)$$

•Pro rozepnutý spínač

$$\left.\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_a}\left(-R_a i_a - L_{af} i_f \omega_r\right) \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{1}{L_f}\left(-R_f i_f + u_f\right) \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{1}{J}\left(L_{af} i_a i_f - B_m \omega_r - M_z\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1.2)$$

kde i_a je proud v obvodu kotvy motoru

i_f je proud v budícím vinutí

w_r jsou otáčky rotoru motoru

L_a je indukčnost obvodu kotvy

L_f je indukčnost budícího vinutí

J je moment setrvačnosti motoru

R_a odpor v obvodu kotvy motoru

R_f odpor budícího vinutí

B je koeficient viskózního tlumení

u_a je napětí ve vinutí kotvy

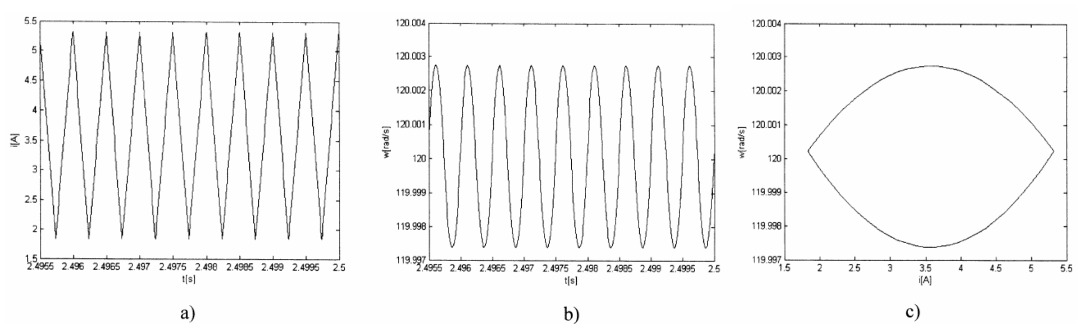
u_f je napětí v budícím obvodu a

M_z je zatěžovací moment

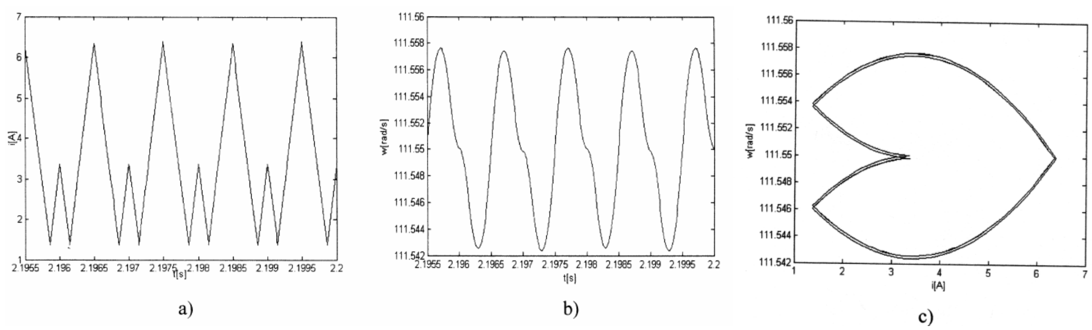
Parametry motoru a zátěže jsou tyto (Nykodým & Koláčný, 2003): U_{vst} *=280 V*, R_a*=0.5 Q*, L_a*=0.01 H*, R_f*=240 W*, L_f*=0H*, L_{af}*=1.23 H*, *J=0.05 kg.m2*, *B=0.02 N.m/rad/s*, M_z*=2 Nm*, zesílení proporcionální složky PI regulátoru je *Kp=l,6* a integrační složky K_i*= 16*. Šířka pásma regulátoru s hysterezí je 0.8 A. Frekvence hodinových impulsů je 2000Hz.

Na chování soustavy můžeme usuzovat na základě časových průběhů vybraných veličin, charakterem atraktorů při stabilních i nestabilních stavech, případně na základě spektrální analýzy vybraných veličin. Tato data jsou znázorněna na obr. 4-7.

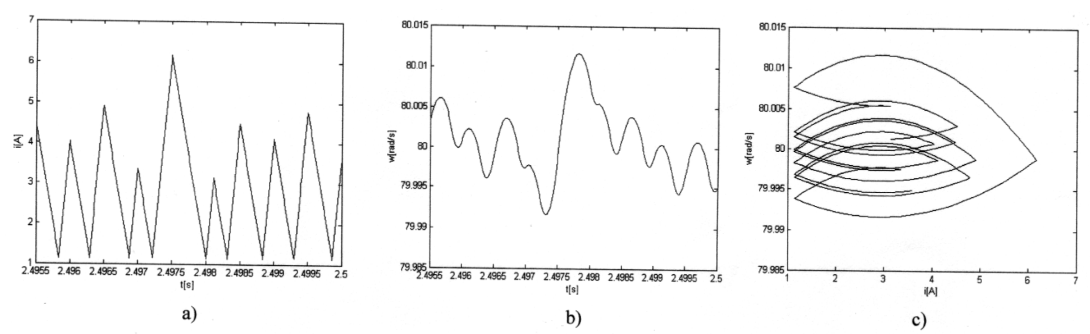
Na obr. 4 jsou znázorněny průběhy proudu a otáček motoru v rovnovážném stavu s jednou periodou, kterému odpovídá jednoduchý atraktor - limitní cyklus. Tytéž parametry, při rovnovážném se zdvojenou periodou jsou znázorněny na obr. 5. Je zřejmé, že atraktor již má složitější charakter a odpovídá složitějšímu pohybu. Stav blízký chaosu pak je zřejmý z obr. 6. Především atraktor (obr. 6c) je představován složitým pohybem s neuzavřeným průběhem, což odpovídá nestabilnímu stavu soustavy.



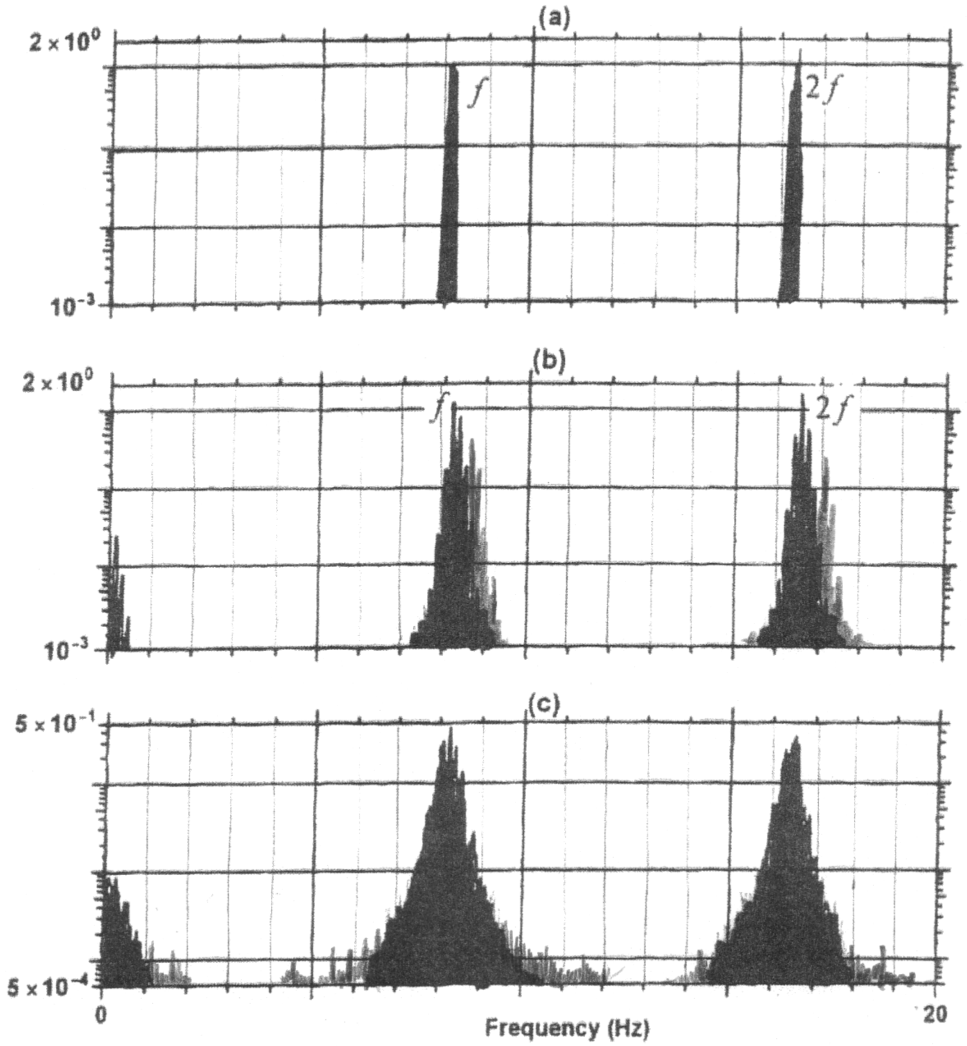
obr. 4 Rovnovážný stav systému s jednou periodou
a) časový průběh proudu
b) časový průběh otáček
c) atrakor



obr. 5 Rovnovážný stav systému se dvěma periodami
a) časový průběh proudu
b) časový průběh otáček
c) atrakor



obr. 6 Chaotický stav systému
a) časový průběh proudu
b) časový průběh otáček
c) atrakor

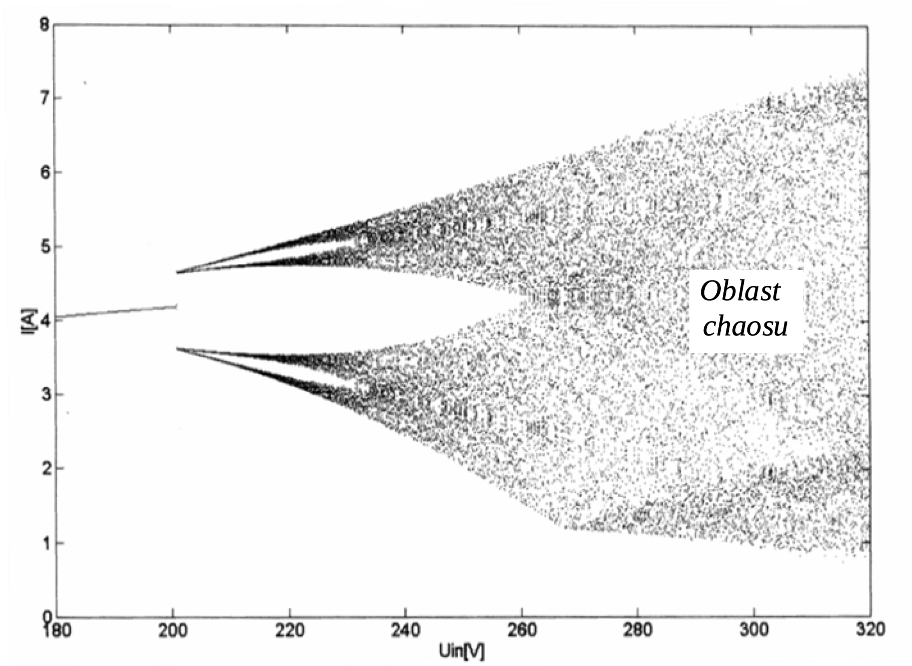


obr. 7 Spektra otáček motoru

a) při rovnovážném stavu s jednou periodou
b) při rovnovážném stavu se dvěma periodami
c) při chaotickém chování

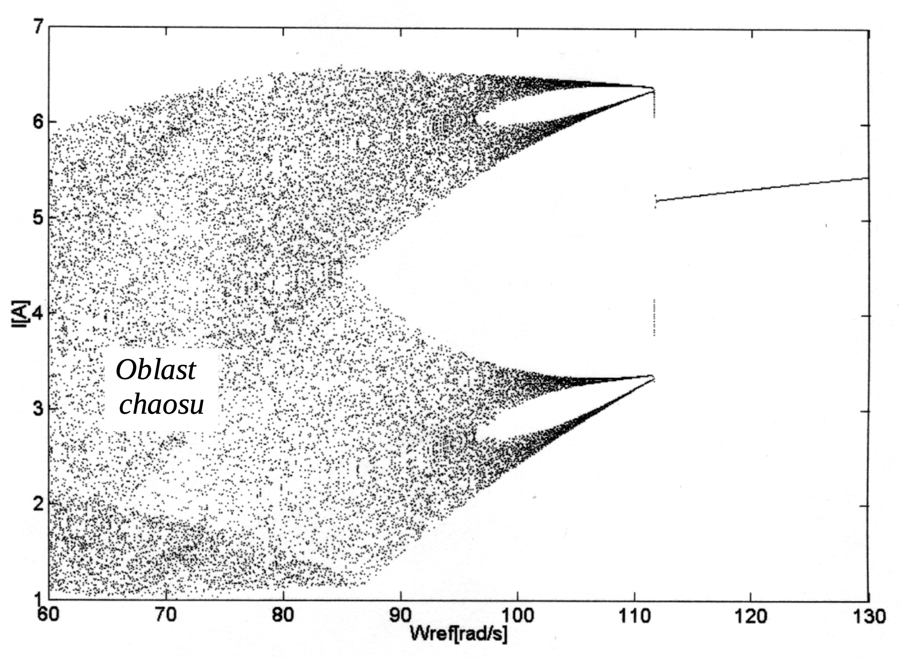
Pro získání informací o chování modelové soustavy při změně vybraných parametrů byly vybrány následující příklady:

- Nejprve byl vyhodnocován bifurkační diagram proudu s parametrem U_{vs} (vstupní napětí) při *c=80 [rad/s].* Diagram je znázorněn na obr. 8



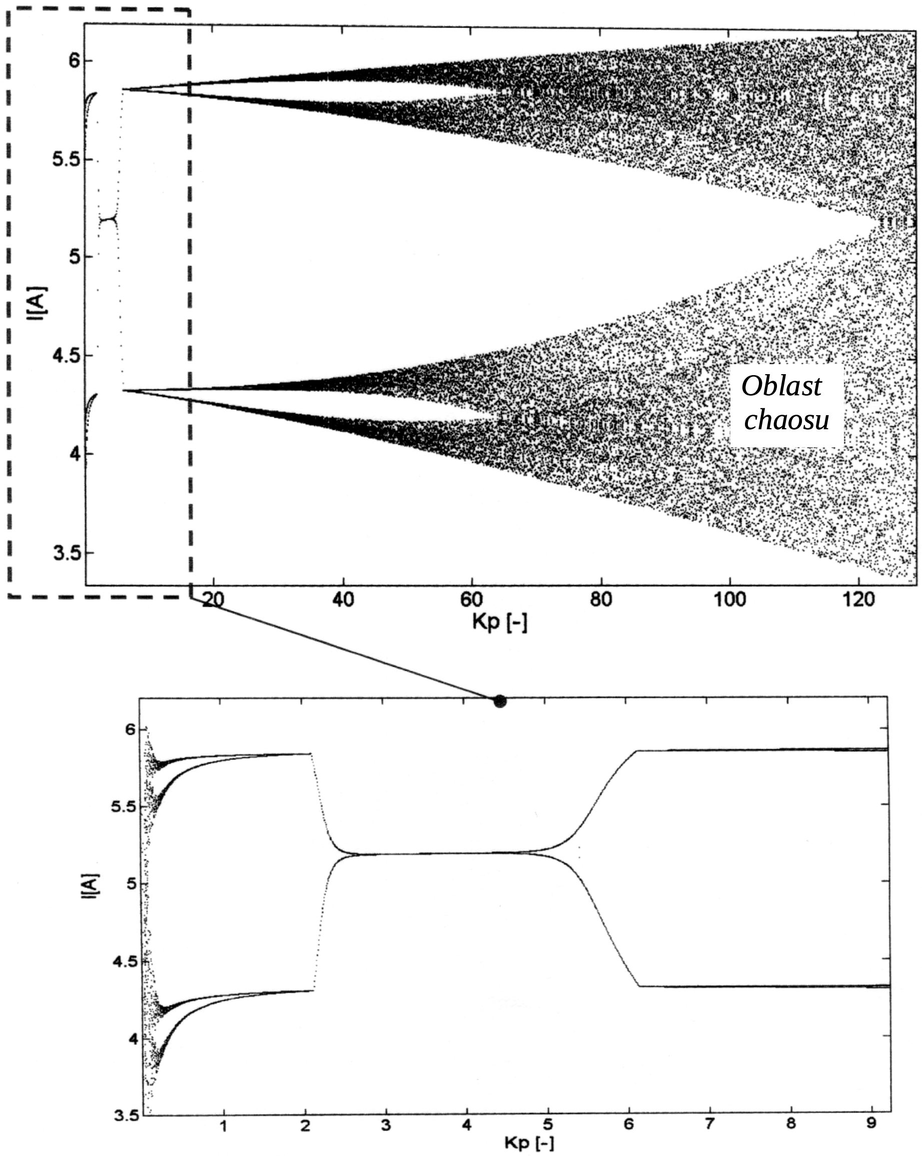
Obr. 8 Bifurkační diagram proudu motoru s parametrem U_{vs} při ω_r=80 [rad/s]

- Dalším případem je bifurkační diagram proudu v motoru s parametrem ω_r při hodnotě U_{vs}=280 [V], který je znázorněn na obr. 9



Obr. 9 Bifurkační diagram proudu motoru s parametrem ω_r při stálé hodnotě U_{vs}=280 [V]

- Poslední případ považujeme za nejzajímavější z hlediska mechanizmu přechodu ze stabilních do nestabilních stavů soustavy. Na obr. 10a) je bifurkační diagram proudu s parametrem K_p při U_{vst}=332V a ω_r=135 rad/s. Další změněné parametry soustavy jsou: zesílení integrační složky PI regulátoru K_i=0 a šířka pásma regulátoru s hysterezí, která je nastavena na 2A. Je jasné, že se zvyšováním zesílení PI regulátoru dostáváme do nestabilní oblasti. Složitý mechanizmus přechodu mezi stabilními a nestabilními stavy soustavy pak je detailně znázorněn na obr. 10b)



Obr. 10 Bifurkační diagram proudu motoru s parametrem K_p při konstantních hodnotách U_{vs}=332 [V] a ω_r=135 rad/s

Příklad 2

V soustavách s více generátory a spotřebiči může docházet k nestabilním stavům na úrovni výměny energií. Příkladem takové soustavy je motor-generátor, jehož model je na obr.11. Zjednodušený model obsahuje dva generátory a zatěžující asynchronní motor s paralelní PQ zátěží a byl sestaven podle (Dhamola & Lai, 1999).

Matematický model motor-generátoru:

napětí na generátoru je E_0 a E_m. Dynamické děje mezi dvěma generátory lze popsat pomocí rovnice:

$$J_M \ddot{\delta}_m + B\omega = P_m + E_m V Y_m \sin(\delta - \delta_m - \theta_m) + E_m^2 Y_m sir \tag{2.1}$$

Kombinovaný model pro motor a PQ zátěž

$$\left.\begin{aligned} P &= P_0 + P_1 + K_{pw}\dot{\delta} + K_{pv}(V + \tau \\ Q &= Q_0 + Q_1 + K_{qw}\dot{\delta} + K_{qv}V + K_{qv2}V^2 \end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

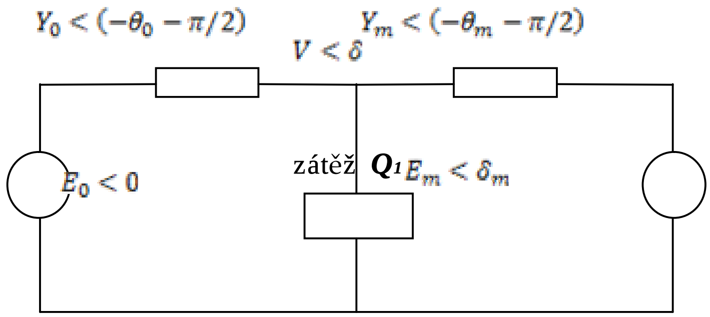
$$\left.\begin{aligned} &\dot{\delta}_m = \omega \\ &J_M \dot{\omega} = -B\omega + P_m - E_m V Y_m sin(\delta - \delta_m) \\ &K_{qw}\dot{\delta} = -K_{qv2}V^2 - K_{qv}V + Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - \\ &\tau_M K_{qw} K_{pv} \dot{V} = K_{pw}K_{qv2}V^2 + \left(K_{pw}K_{qv} - K_{qw}K_{pv}\right)\cdot V + K_{qw}[P(\delta_m, \delta, \tau_M) - P_0 - P_1] - \\ &K_{pw}[Q(\delta_m, \delta, V) - Q_0 - Q_1] \end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

Činný a jalový výkon dodávaný do zátěže můžeme psát jako

$$\begin{aligned} P(\delta_m, \delta, V) &= -E_0 V Y_0 sin\,\delta + E_m V Y_m sin\,(\delta_m - \\ Q(\delta_m, \delta, V) &= E_0 V Y_0 cos\,\delta + E_m V Y_m cos\,(\delta_m - \delta) - (Y_0 - Y_m)V^2 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Model obsahuje poměrné jednotky, tak jak jsou uvedeny v [6]. Konstanty zátěže, sítě a generátoru jsou následující:

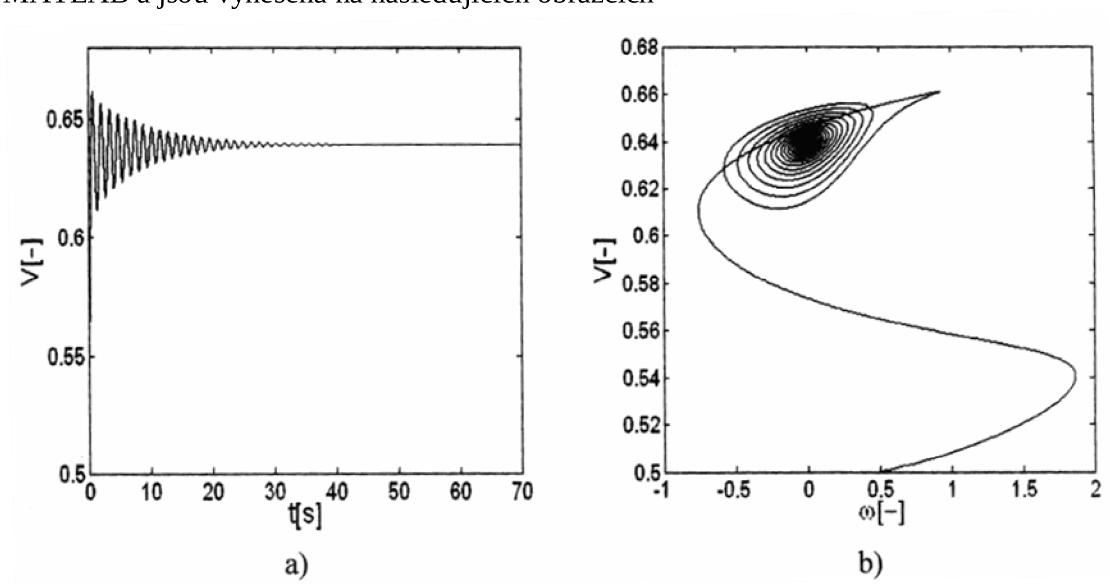
K_{pw}=0.4, K_{pv}=0.3, K_{qw}=-0.03, K_{qv}=-2.8, K_{qv2}=2.1, τ_M=8.5, P_0=0.6, Q_0=0.3, P1=0.0, Y_0=3.33, Y_m=5.0, P_m=1.0, B=0.05, J_M=0.01464, E_m=1.05, θ_0=0, θ_m=0. Konstanty K_{pw}, K_{pv}, Kqw, K_{qv} a K_{qv2} charakterizující asynchronní motor.



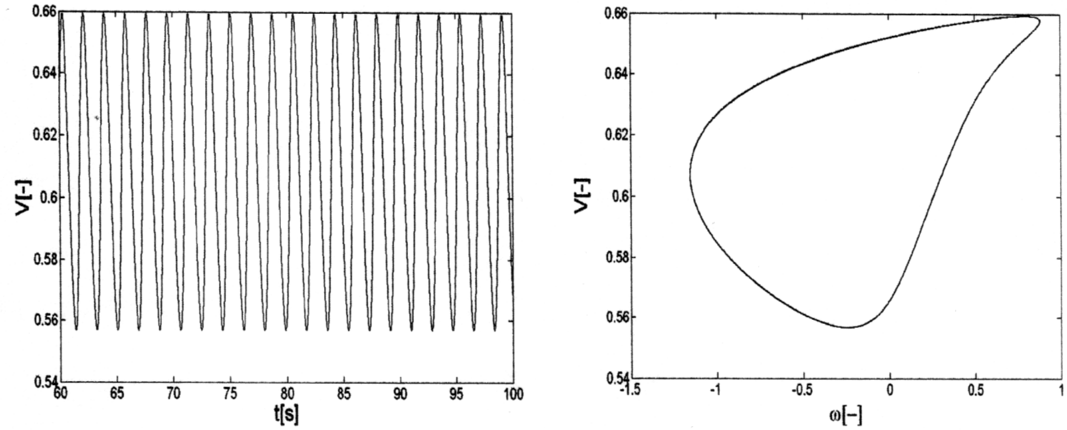
Obr. 11 Model soustavy motor-generátor

Analýza dat

Data modelu byla získána numerickým řešením rovnic (2.1-2.4) s využitím software MATLAB a jsou vynesena na následujících obrázcích

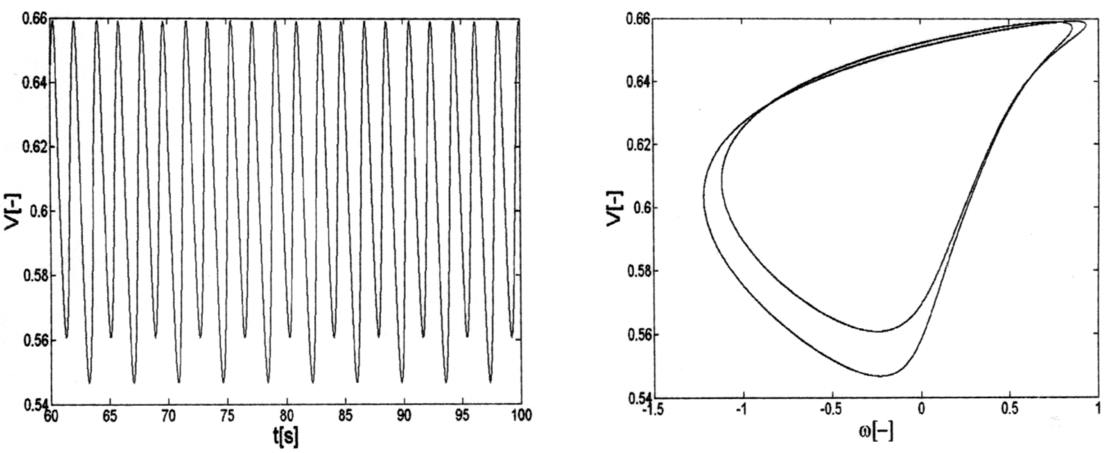


Obr. 12 Průběh napětí a atraktor ve stabilní oblasti



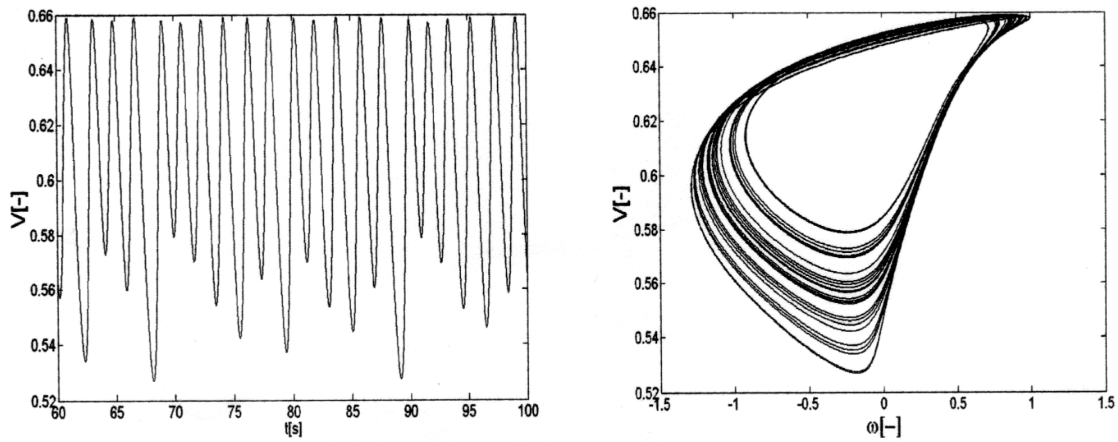
a) b)

Obr. 13 Průběh napětí a atraktor v oblasti, kde systém ztrácí statickou stabilitu (perioda jedna)



a) b)

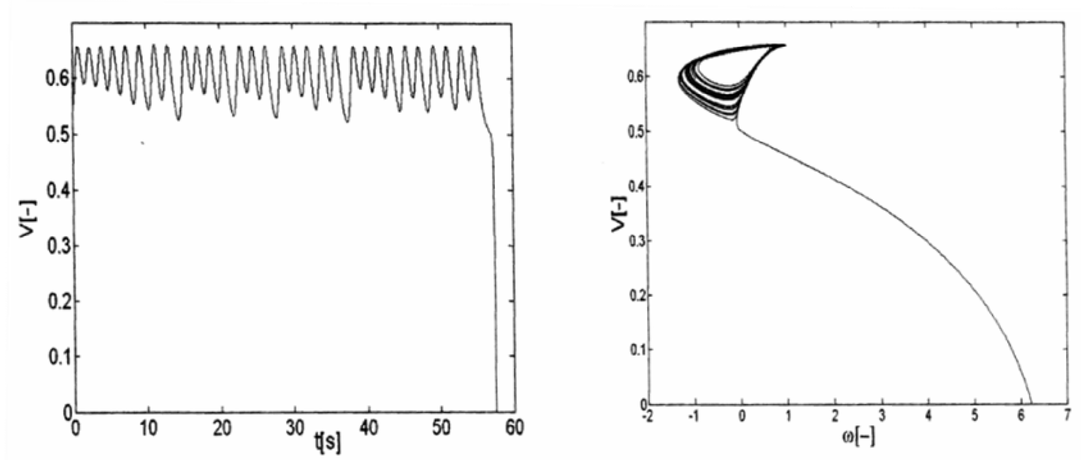
obr. 14 Průběh napětí a atraktor v oblasti s periodou dva



a) b)

Obr. 15 Oblast chaosu

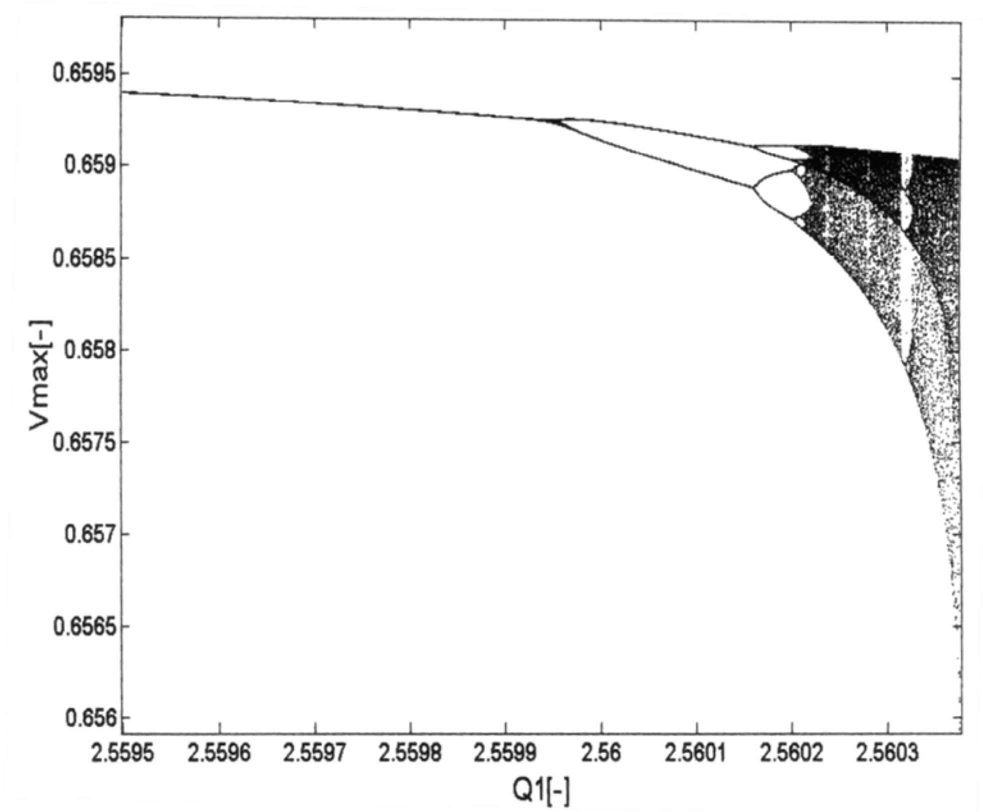
Při zvyšování zátěže se systém dostane do oblasti, ve které nastane napěťový kolaps a systém ztrácí dynamickou stabilitu (viz. obr. 16)



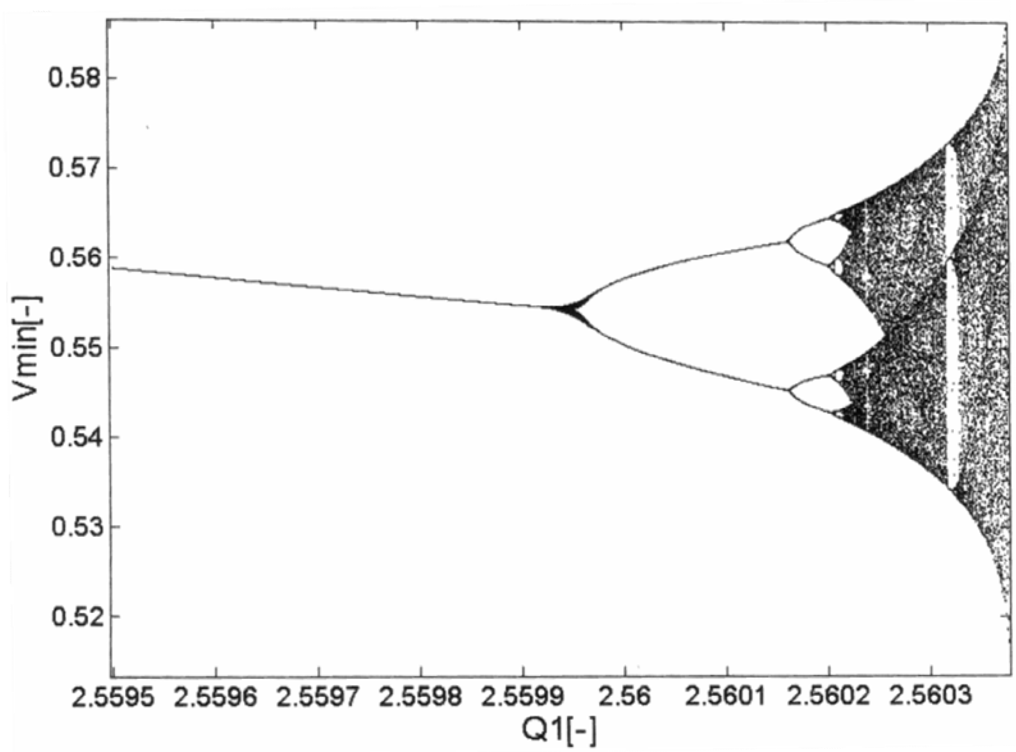
a) b)

Obr. 16 Napěťový kolaps a) časový průběh napětí b) atraktor

O dynamických vlastnostech systému, jehož matematický model představují rovnice (2.1) - (2.4) si můžeme učinit představu na základě analýzy bifurkačních diagramů na obr. 17 a 18. Pro jejich konstrukci bylo nutné odebrat 60 hodnot lokálních minim V_{min} a maxim V_{max} pro každou z 1000 nastavených hodnot. Je zde patrný přechod systému zdvojováním period ze stabilního stavu do oblasti chaosu. Napěťový kolaps nastává pro $Q_1 > Q_c$, kde Q_c=2.5603783. Čas potřebný na sestavení bifurkačních diagramů byl 6 hodin (Nykodým, 2003).



Obr. 17 Bifurkační diagram V_{max} s parametrem Q_1



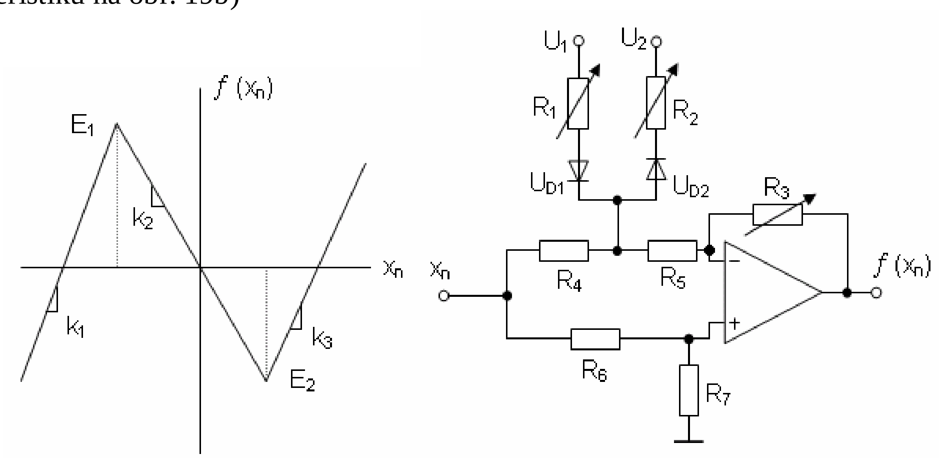
Obr. 18 Bifurkační diagram Vmin s parametrem Q1

5. Chaos modul

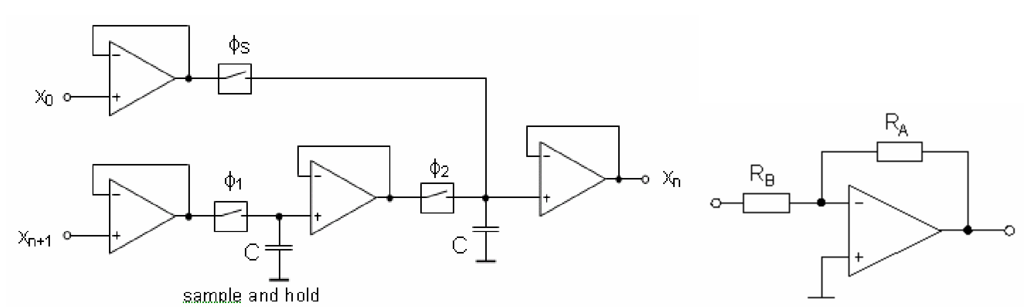
Chaos modul je elektronický čip speciálně vyvinutý společností Yamakawa's Lab&FLSI pro modelování a analyzování chaotických stavů v diskrétních nelineárních dynamických soustavách. Čip obsahuje několik základních částí: vlastní nelineární obvod, zpožďovací obvod a aktivní zesilovací prvek v invertovaném zapojení.

Struktura chaos modulu (Kříž, 2007)

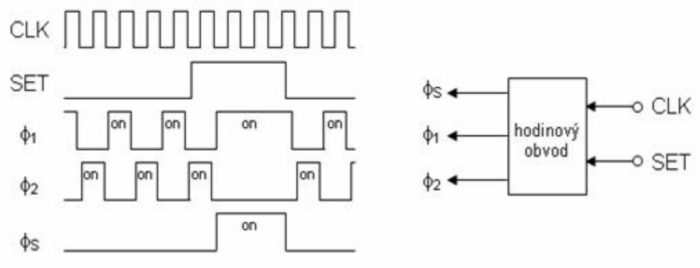
Základem chaos modulu je nelineární obvod, obr. 19a), který realizuje výstupní charakteristiku na obr. 19b)



a) Elektrické schéma nelineárního obvodu b) Nelineární charakteristika



c) Zpožďovací obvodd) Invertující zesilovač



e) Spínání analogových spínačů

Obr. 19 Struktura chaos modulu

Amplitudy výstupní charakteristiky E_1 a E_2 a směrnice asymptot k_1, k_2 a k_3 jsou funkcemi parametrů obvodu (Honzák, 2001).

$$k_1 = \frac{R(2R_1 + R + R_3) - R_1R_3}{2R(2R_1 + R)} \tag{3.1}$$

$$k_2 = \frac{2R - R_3}{4R} \tag{3.2}$$

$$k_3 = \frac{R(R_2 + R + R_3) - R_2R_3}{2R(2R_2 + R)} \tag{3.3}$$

$$E_1 = \frac{4}{3}(U_1 - U_{D1}) \tag{3.4}$$

$$E_2 = \frac{4}{3}(U_2 - U_{D2}) \tag{3.5}$$

kde:

$R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R$ jsou vnitřní rezistory čipu,

R_1, R_2, R_3 jsou externí nastavitelné rezistory,

U_1, U_2 jsou externí zdroje napětí,

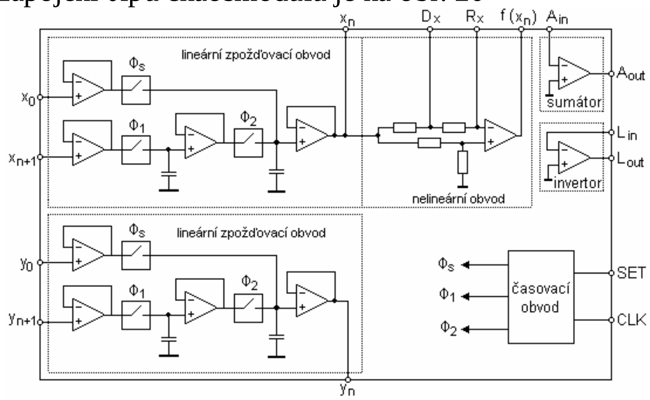
U_{D1}, U_{D2} jsou prahová napětí na externích diodách.

Zpožďovací obvod (obr. 19 c) je realizován pomocí vzorkovacího obvodu ***Sample and Hold***. Časová posloupnost zapínání analogových spínačů je patrná z obr. 19 d). Hodinový obvod je řízen z externího generátoru taktovacím signálem, od kterého se odvozují všechny řídící signály pro spínač.

Invertující zesilovač (obr. 19 d) realizuje napěťové K_n, které určuje poměr rezistorů

$$K_n = -\frac{R_A}{R_B} \tag{3.6}$$

Celkové vnitřní zapojení čipu chaosmodulu je na obr. 20



Obr. 20 Vnitřní zapojení chaos čipu

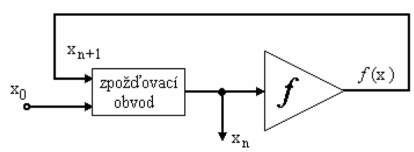
Popis činnosti (Kříž, 2007)

Obvod, který realizuje bifurkační chování případně deterministický chaos, je nelineární zpětnovazební dynamický systém, jehož chování je závislé na extrémně malých změnách jednoho nebo více tzv. charakteristických (řídících) parametrů. Pokud zobrazíme tzv. obvodovou veličinu (u elektrických soustav je to proud nebo napětí) takového systému, nacházejícího se v limitním cyklu určitého typu, dostaneme periodický průběh. Perioda se ale mění v závislosti na změně hodnoty řídícího parametru, dochází ke zdvojování period, k čtyřnásobku period, až k chaosu, jehož průběh již je aperiodický.

Takový proces lze popsat nelineární rovnicí

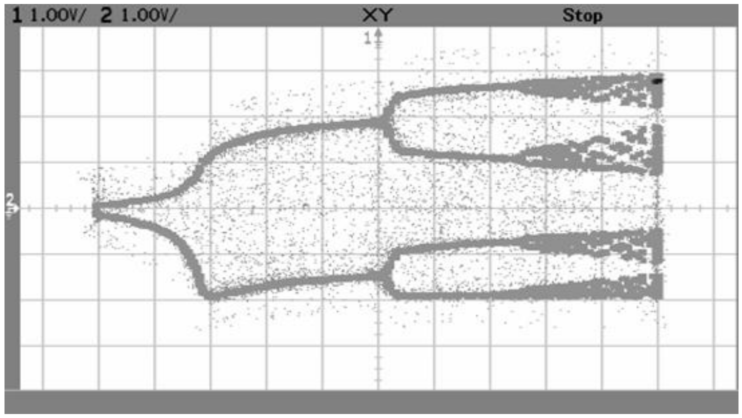
$$x_{n+1} = K \cdot f(\text{ , } n=0,1,2, .. \qquad (3.8)$$

kde K je konstanta (zesílení) a f(...) je nelineární funkce. Na základě rovnice (3.8) lze sestavit blokové schéma - viz obr.21



Obr. 21 Blokové schéma chaos modulu

Jaký vliv na chování celého systému má změna daného parametru uvidíme, zakreslíme-li vypočtená data do bifurkačního diagramu. Příklad bifurkačního diagramu pro parametry U_1=0,1V, U_2=0,6V, R_2=2kΩ, R_3=120kΩ a , R_1 – proměnný parametr je na obr. 22.



Obr. 22 Ukázka bifurkačního diagramu

6. Ověření vlastností reálné pohonné soustavy s DC motorem (Kříž, 2007)

Hlavní přednost stejnosměrných motorů oproti střídavým, motorům je jejich jednoduché výkonové schéma a jejich regulační vlastnosti. Pro ověření jejich bifurkačního chování a dynamických vlastností lze s výhodou využít chaos modul. Signál z tohoto modulu je ale nutné zesílit a současně impedančně oddělit zesilovačem. Takto upravený signál pak lze využít k napájení DC motoru. Blokové schéma takové reálné soustavy je na obr. 23

Obr. 23 Blokové schéma reálné pohonové soustavy

Chaos modul byl dostatečně podrobně popsán v kapitole 5. Nyní popíšeme model DC motoru konkrétního typu (MAXON Re 16) a následně použitý zesilovač.

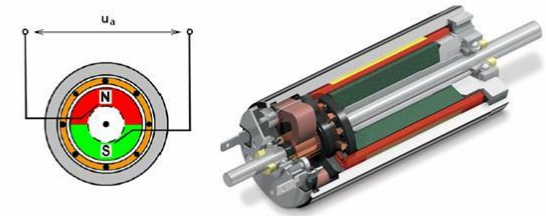
Matematický model DC motoru

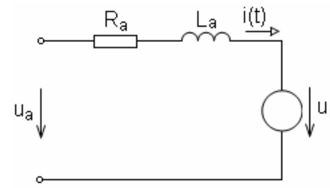
Matematický model DC motoru je dobře znám a byl popsán v řadě publikací. Zde uvedeme proto jen jeho uspořádání (obr. 23a) s tzv. samonosným vinutím, náhradní schéma obvodu kotvy (obr. 23 b) a blokové schéma modelu DC motoru MAXON pro MATLAB/Simulink (obr. 23 c).

Parametry použitého motoru Maxon Re16:

Následující parametry jsou vybrané katalogové parametry malého DC motoru Maxon RE16 podle (Kratochvíl a kol., 2007), který byl použit pro ověřování vlastností reálné soustavy.

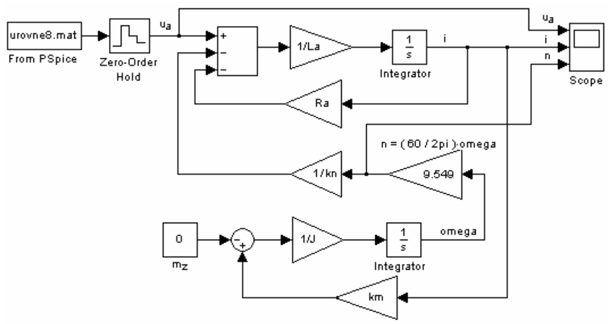
- Ra = 36,9 Ω,
- La = 1,48 mH,
- km = 29,4 mNm·A^{-1},
- kn = 325 min^{-1} V^{-1},
- Uan = 45V,
- J = 1,23 g·cm^{2}





a) uspořádání DC motoru se samonosným vinutím

b) náhradní schéma obvodu kotvy DC motoru s perman. magnety

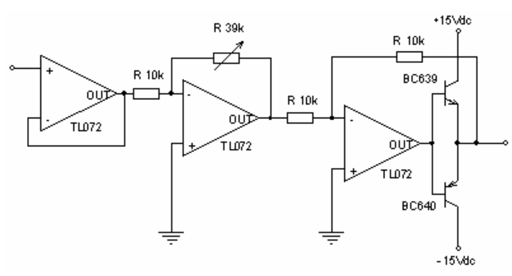


c) Blokové schéma modelu DC motoru Maxon pro Matlab/Simulink

Obr. 23 Uspořádání DC motoru Maxon a jeho modelování v prostředí Matlab/Simulink

Zesilovač

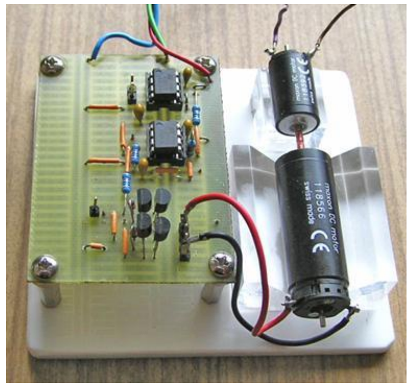
Výstupní signál z chaos čipu *(x_n)* je nutné zesílit tak, aby bylo možné proměnné proudové a napěťové (výkonové) zesílení bez omezení nebo zkreslení zesilovaného signálu. Proto byl postaven jednoduchý zesilovač, který je složen ze sledovače umožňujícího impedanční oddělení, z napěťového zesilovače a dvojčinného emitorového sledovače. Obvodové schéma zesilovače je na obr.24. Zesílení je z důvodu omezení operačních zesilovačů napájecím napětím nastaveno poměrem rezistorů napěťové části na hodnotu přibližně k_n=4, viz rov. (3.6).



Obr. 24 Obvodové schéma zesilovače

Celkové uspořádání experimentální soustavy, obr.25

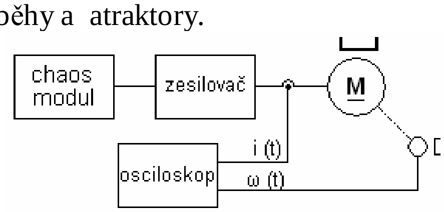
DC motor Maxon Re-16, napájený z výše popsaného zesilovače, je spojen přes hřídel s druhým DC motorkem Maxon s permanentními magnety. Tento motorek zde představuje tachogenerátor, snímající úhlovou rychlost hřídele napájeného motoru. Indukované napětí tachogenerátoru, které je přímo úměrné úhlové rychlosti, je zobrazeno pomocí osciloskopu. Pro posouzení existence mezních stavů je důležitý tvar signálů v závislosti na čase, proto můžeme sledovat přímo tvar indukovaného napětí, který odpovídá průběhu úhlové rychlosti otáčení hřídele. Proud i(t) kotevním obvodem je snímán osciloskopem pomocí odporového bočníku.



Obr. 25 Uspořádání reálné soustavy zesilovač+DC motor

Záznam a vyhodnocování naměřených veličin

Blokové schéma záznamu sledovaných veličin je na obr. 26. Z hlediska analýzy bifurkací nejsou důležité okamžité hodnoty kotevních proudů ***i(t)*** či indukovaného napětí u_i(t), ale především jejich časové průběhy a atraktory.



Obr. 26: Blokové schéma záznamu sledovaných veličin

Na následujících obrázcích jsou vyneseny průběhy naměřených veličin, získané pomocí osciloskopu - viz blokové schéma záznamu na obr.26.

Byly vyhodnocovány následující průběhy:

- napájecí napětí ua(t)
- indukované napětí ui(t) tachogenerátoru odpovídající úhlové rychlosti motorku ω(t)
- kotevní proud i(t) při změně řídícího parametru chaos modulu - odporu R1, viz obr. 19a

Všechny tyto průběhy byly vyhodnocovány pro následující rovnovážné stavy

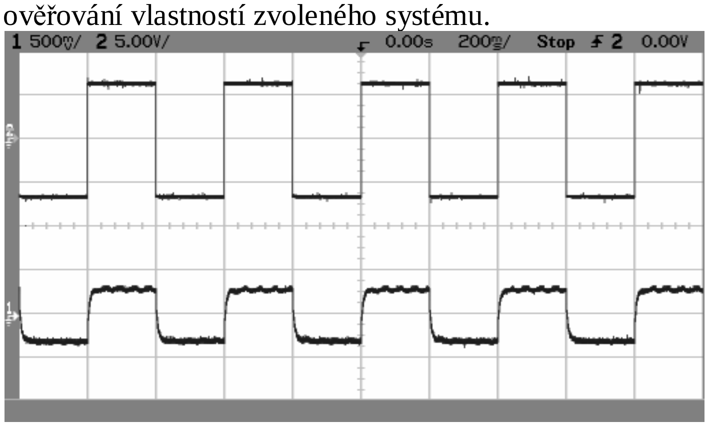
- s periodou "jedna", obr. 27 a 28
- s periodou "dva", obr. 29 a 30

- s periodou "čtyři", obr. 31 a 32
- a pro neperiodický stav soustavy - chaos, obr. 33 a 34

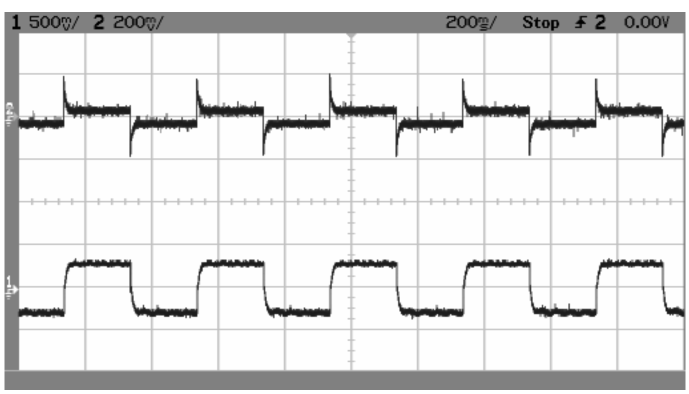
Pro všechny tyto případy byly získány i atraktory reálné soustavy, znázorněné na obr. 35

7. Zhodnocení dosažených výsledků

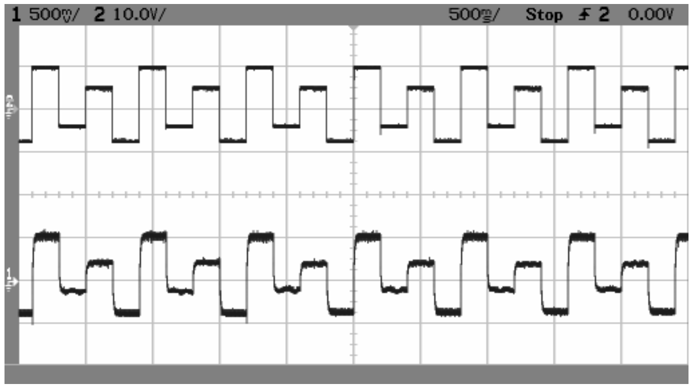
- Z uvedených záznamů osciloskopu je patrná existence limitních cyklů, jejichž perioda se s časem nemění. Vlivem změny řídícího parametru dochází k náhlému zdvojení periody. To znamená, že je možné opět pozorovat periodicky se opakující stavy, ale jejich perioda je násobkem dvou, čtyř, atd. periody základní, nazývané perioda jedna.
- Při porovnání výsledků simulací modelu soustavy a chování reálného systémů, je možné pozorovat velmi podobné průběhy sledovaných veličin. Přesto, že model soustavy nepostihuje všechny vlastnosti a parametry reálného systému, lze tento dále využít pro modelové ověřování vlastností zvoleného systému.



Obr. 27 Časový průběh napětí u_a a napětí u_i – perioda jedna,
kanál 2 – napětí u_a
kanál 1 - napětí u_i

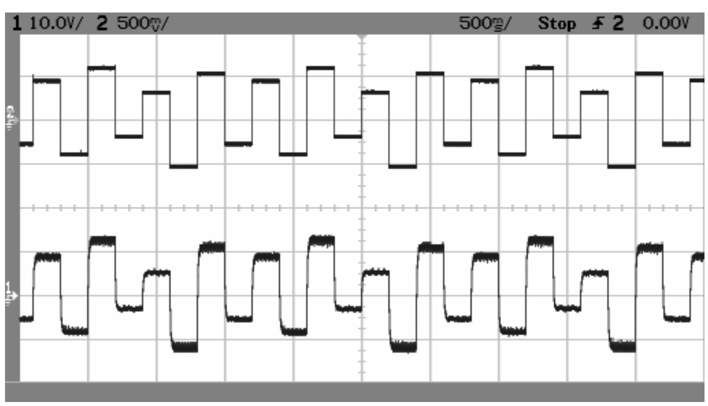


Obr. 28 Časový průběh kotevního proudu a napětí u_i – perioda jedna,
kanál 2 – kotevní proud
kanál 1 - napětí u_i

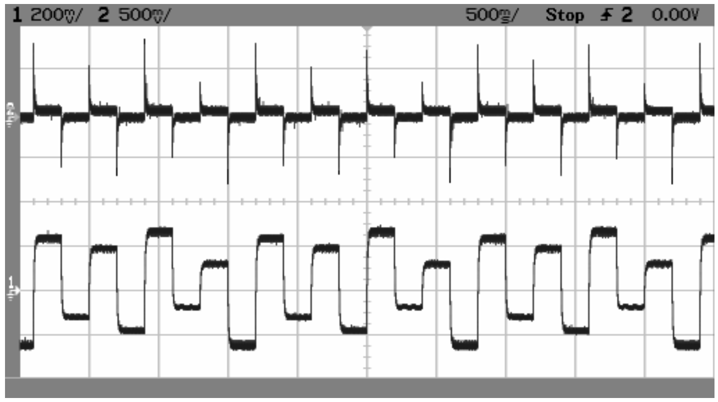


Obr. 29 Časový průběh napětí u_a a napětí u_i – perioda dvě,
kanál 2 – napětí u_a
kanál 1 - napětí u_i

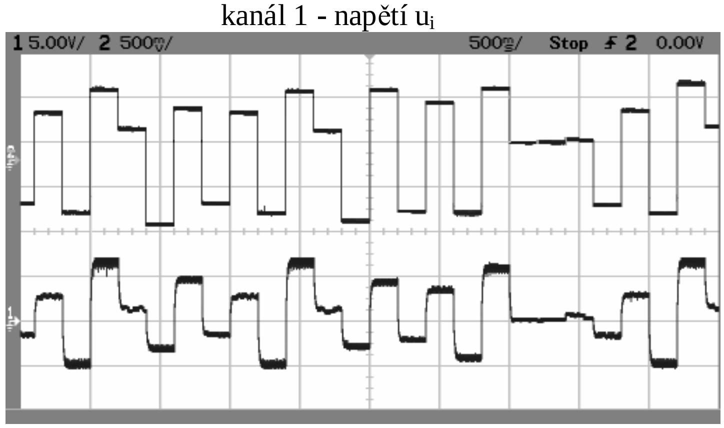
Obr. 30 Časový průběh kotevního proudu a napětí u_i – perioda dvě,
kanál 2 – kotevní proud
kanál 1 - napětí u_i



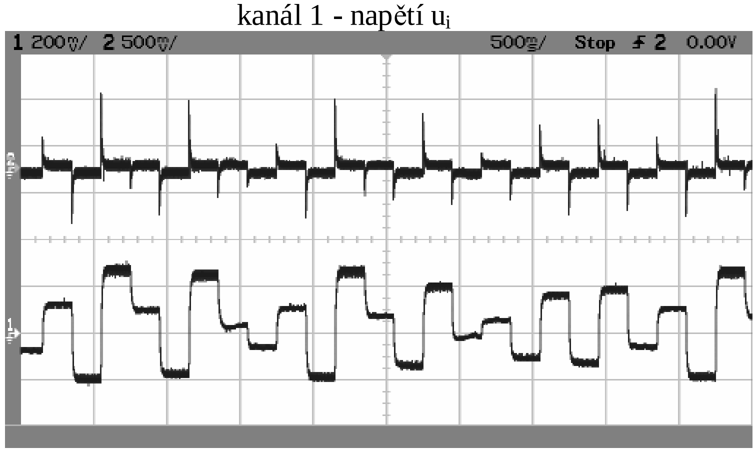
Obr. 31 Časový průběh napětí u_a a napětí u_i – perioda čtyři,
kanál 2 – napětí u_a
kanál 1 - napětí u_i



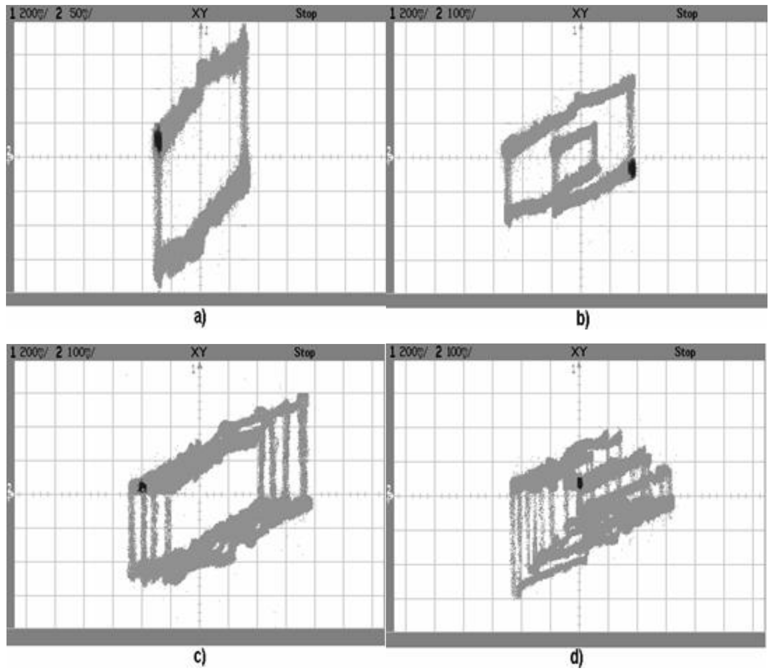
Obr. 32 Časový průběh kotevního proudu a napětí u_i – perioda čtyři,
kanál 2 – kotevní proud
kanál 1 - napětí u_i



Obr. 33 Časový průběh napětí u_a a napětí u_i – chaos,
kanál 2 – napětí u_a
kanál 1 - napětí u_i



Obr. 34 Časový průběh kotevního proudu a napětí u_i – chaos,
kanál 2 – kotevní proud
kanál 1 - napětí u_i



Obr. 35 Atraktory reálné soustavy a) perioda jedna, b) perioda dvě, c) perioda čtyři, d) chaotický atraktor

- Průběh sledovaných veličin v závislosti na čase, resp. vznik různých periodicky se opakujících maximálních hodnot, není dostatečně průkazný pro posuzování existence mezních stavů v systému. Na ustálené periodické chování však poukazuje uzavřená trajektorie ve stavovém prostoru.
- Chaotické chování je jednoznačně popsáno neuzavřenou stavovou trajektorií. Neuzavřená stavová trajektorie znamená, že se stav systému v čase může opakovat, ale nedá se předpovědět. Tato trajektorie navíc probíhá v určité ohraničené oblasti. Úhlová rychlost ω a kotevní proud nepřekročí určitou hranici a sledovaný DC motor není vystaven přímému ohrožení, vlivem libovolné velikosti procházejícího proudu ani v chaotickém stavu.
- Vzhledem k relativně malému napájecímu napětí a téměř nulovému zátěžnému momentu je i malý kotevní proud. To způsobuje sníženou kvalitu při záznamu atraktorů.

8. Závěr

Předkládáme studii o deterministickém chaosu v elektromechanických pohonových soustavách. Výzkum bifurkačního chování (a případných chaotických stavů) u elektromechanických pohonových soustav, především soustav s malými stejnosměrnými motorky v mechatronických aplikacích, má význam nejen jako příklad analýzy chování nelineárního systému v extrémních limitních situacích, ale má význam z hlediska vývoje diagnostických metod, z hlediska optimalizace regulačních struktur a z hlediska výběru a nastavení regulačních parametrů (Kratochvíl a kol., 2007)

Navíc se ukazuje, že poznání a případné řízení chaotických stavů může mít i praktická využití. Namátkou uvádíme některé možnosti:

- solární články, pohonová soustava pro jejich natáčení může v určitém módu zavibrovat a zbavit články povrchových nečistot.
- stěrače automobilů, iregulární pohyby mohou zlepšit jejich účinnost při extrémních provozních stavech,
- vibrátory ve funkci třídění na sítech,
- mísiče a míchadla, například v chemickém průmyslu, při výrobě léků a pod.,
- nejrůznější servomechanizmy v leteckém a automobilovém průmyslu a v robotice,
- teplovzdušné ventilátory napodobující například vánek,
- pohony bubnů praček, může se dosáhnout menší spotřeby chemických detergentů a může se zlepšit i kvalita pracího procesu.

Při hlubším rozboru můžeme najít řadu dalších možných využití chaotických efektů v průmyslové oblasti i dopravě.

9. Poděkování/Acknowledgement

Published results were acquired with the support of the research plan of Ministry of education, Youth and Sports, nr. MCM0021630518 and Grant agency of Czech republic, grant nr. 101/08/0282

10. Použitá literatura

Nayfeh, A.H., Balachandran, B. (1995) Applied Nonlinear Dynamics, *J. Willey & Sons*, Inc., New York.

Kratochvíl, C., Procházka, F. (2002) Úvod do modelování pohonových soustav, *CERM Brno*, ISBN 80-7204-256-4.

Nykodým, P.: Electric drive as nonlinearcomplexdynamic system, *dipl. práce ÚVEE FEKT*, VUT Brno

Nykodým, P., Koláčný, J. (2003) Motor s PWM řízením a bifurkační analýza, Brno, *EPVE 2003*, ISBN 80-214-2497-4

Byrtus, M. (2006) Kmitání převodových ústrojí se silnými nelinearitami ve vazbách, disertační práce FAV ZČU v Plzni.

Dhamola, M., Lai, Y.C. (1999) Controling transient chaosin deterministic flows with applications to electric power systems and ecology, *Int. Journal Power System and Ecology*, vol. 59, no 2, Feb. 1999

Honzák, A. (2001) Komplexní nelineární dynamický systém se změnou parametru, *Diplomová práce*, FEKT VUT Brno.

Kříž, R. (2007) chaos v komplexních dynamických systémech, diplomová práce ÚVEE FEKT, *VUT Brno*.

Kratochvíl, C., Houfek, L., Houfek, M., Krejsa, J., Koláčný, J., Kříž, R. (2007) Bifurcation and chaos intechnical systems, 11th *Intern. scientific Seminar on Developement in Machinery Design and Control*, Černý Kláštor, Slovenská republika

Kratochvíl, C., Houfek, M., Koláčný, J., Kříž, R., Houfek, L. Krejsa, J. (2007) Chaos in drive systems, *Applied Mechanics*, pp. 121-126, Nečtiny, 2007