

National Conference with International Participation

# **ENGINEERING MECHANICS 2008**

Svratka, Czech Republic, May 12 – 15, 2008

# INFLUENCE OF NOTCH WIDTH AND LENGTH ON CRACK INITIATION IN 3PB SPECIMENS

# VLIV ŠÍŘKY A HLOUBKY ZÁŘEZU NA INICIACI TRHLINY VE VZORCÍCH NAMÁHANÝCH TŘÍBODOVÝM OHYBEM

# S. Seitl<sup>\*</sup>, J. Klusák<sup>\*\*</sup>, Z. Keršner<sup>\*\*\*</sup>

**Summary:** The paper presents the influence of the various notch depths for the range of starting notch width on a crack initiation in three-point bending specimens. These specimens are the most frequently used for fracture laboratory testing, especially of quasi-brittle cement-based composites. It is shown that the values of fracture toughness obtained from the tests of specimens with larger widths with various length of the starting notch can be overestimated.

## **Keywords:**

Notch geometry, 3PB specimens, fracture parameters, cement-based composites

## Úvod

Ve stavební praxi se dlouhodobě masivně uplatňují cementové kompozity, které zařazujeme mezi kvazikřehké materiály vzhledem k projevům tahového změkčení ve zjišťovaných závislostech síla–posun. Mezi velmi perspektivní třídu materiálů nosných stavebních konstrukcí lze řadit např. betony s vysokými užitnými vlastnostmi, kompozity ultravysokých pevností na bázi ultrajemných reaktivních složek apod. (Aïtcin, 1998/2005). Tyto pokročilé stavební materiály doplňují dále např. bezslínkové kompozity či geopolymery, k jejichž přednostem patří také šetrnost k životnímu prostředí.

Připomeňme, že při zatěžování konstrukcí dochází k velkým koncentracím napětí v okolí mikroporuch v materiálu (mikrotrhliny, póry a jiné nehomogenity), které jsou pro uvedené pokročilé kompozity charakteristické. K porušení konstrukcí dochází vytvořením velkých trhlin a lomů po vyčerpání únosnosti, což je předcházeno vznikem a formováním tzv. lomových procesních zón. Proto se při návrhu či posouzení únosnosti a použitelnosti těchto

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Dr. Stanislav Seitl: Institute of Physics of Materials, Academy of Sciences of the Czech Republic, 616 62 Brno, Žižkova 22, Czech Republic; tel.: +420 532 290 348, e-mail: seitl@ipm.cz

<sup>\*\*</sup> Dr. Jan Klusák: dtto, e-mail: klusak@ipm.cz

<sup>\*\*\*</sup> Assoc. Prof. Zbyněk Keršner: Institute of Structural Mechanics, Faculty of Civil Engineering, Brno University of Technology, 602 00 Brno, Veveří 331/95; tel.: +420 541 147 362, e-mail: kersner.z@fce.vutbr.cz

konstrukcí, ani při oceňování jejich životnosti nelze obejít bez relevantních hodnot parametrů, které kvantifikují odolnost materiálu proti šíření trhlin – např. lomová houževnatost.

Experimentální zjišťování hodnot lomově mechanických charakteristik stavebních materiálů jsou standardně prováděna na vzorcích s různou geometrií (např. Karihaloo, 1995). Mezi nejčastěji používané konfigurace se řadí zkouška tříbodovým ohybem vzorku s centrálním zářezem v tahové oblasti – viz obr. 1. V případě uvedené zkoušky se magistrální trhlina iniciuje ze zářezu vyrobeného ve vzorku frézováním nebo řezáním (Seitl et al., 2007).

Cílem předkládaného příspěvku je analyzovat vliv počáteční hloubky zářezu  $a_n$  pro typický interval šířek zářezu  $b_n$  na stanovování lomových parametrů ze standardně používaných vzorků vybrané velikosti při zkoušce tříbodovým ohybem.



Obr. 1. Konfigurace zkoušky tříbodovým ohybem vzorku s centrálním zářezem, kde  $a_n$  – hloubka zářezu,  $b_n$  – šířka zářezu; v případě trhliny  $a_n = a$ ,  $b_n = 0$ .

#### Metodika stanovení lomových parametrů a numerický model

Kritickou aplikovanou silou  $P_{\rm C}$  budeme dále rozumět zatížení, při němž dochází ve vrcholu zářezu k iniciaci trhliny, případně k jejímu dalšímu šíření. Kritická síla je volena pro přehlednější interpretaci výsledků, protože má pro oba koncentrátory napětí (vrub i trhlina) stejný fyzikální význam.

Na základě numerického modelování zkušebního tělesa se zářezem jsou v ostrém vrubu stanoveny hodnoty zobecněných součinitelů intenzity napětí  $H_{\rm I}$  (I – normálový mód) a  $H_{\rm II}$  (II – smykový mód). Tyto hodnoty byly vypočteny pomocí přímé metody srovnáním numericky zjištěných hodnot tangenciálního napětí s analytickým vyjádřením této veličiny – viz (Klusák et al., 2002). Poměru stanovených hodnot  $H_{\rm II}/H_{\rm I}$  jednoznačně odpovídá předpokládaný směr iniciace trhliny  $\theta_0$  (Klusák et al., 2007).

Připomeňme, že pro výpočet výše uvedené kritické aplikované síly je nutné kromě hodnot zobecněných součinitelů intenzity napětí znát i jejich kritickou hodnotu. Uvážíme-li, že pro iniciaci trhliny je rozhodující zatěžovací mód I, lze vyjít při určení kritických podmínek z hodnoty lomové houževnatosti  $K_{\rm IC}$ , na jejímž základě se vyjádří kritická hodnota obecného singulárního koncentrátoru napětí  $H_{\rm IC}$ . Tuto hodnotu lze určit například pomocí kritéria střední hodnoty napětí před vrcholem vrubu (Knésl, 1991). Pro kombinovaný mód zatížení v sobě kritická hodnota  $H_{\rm IC}$  zahrnuje i příspěvek jednotlivých módů zatěžování (Klusák et al., 2007):

$$H_{IC} = 2K_{IC} \left/ \left( \frac{d^{\frac{1}{2} - p_I}}{1 - p_I} F_{\theta \theta I}(\theta_0) + h \frac{d^{\frac{1}{2} - p_{II}}}{1 - p_{II}} F_{\theta \theta II}(\theta_0) \right),$$
(1)

kde  $p_{\rm I} = 0,4555$  a  $p_{\rm II} = 0,0915$  představují exponenty singularity napětí pro jednotlivé zatěžovací módy,  $F_{\theta\theta\rm I}(\theta_0)$  a  $F_{\theta\theta\rm II}(\theta_0)$  jsou tvarové funkce ze vztahů pro rozložení napětí v okolí ostrého vrubu určené pro hodnoty předpokládaných úhlů iniciace  $\theta_0$  a *d* označuje vzdálenost, přes kterou je počítáno střední napětí. Hodnota  $h = \frac{H_{II}}{H_I} = \frac{H_{IIC}}{H_{IC}}$  vyjadřuje příspěvek jednotlivých zatěžovacích módů pro konkrétní konfiguraci. Vzhledem ke

příspěvek jednotlivých zatěžovacích módů pro konkrétní konfiguraci. Vzhledem ke skutečnosti, že se změnou absolutní velikosti zatížení zůstává zatěžovací mód stejný a zároveň poměr hodnot  $H_{\text{II}}/H_{\text{I}}$  = konst., je zřejmé, že bude tento poměr stejný i v případě kritických hodnot  $H_{\text{IC}}$  a  $H_{\text{IIC}}$ .

Pro výpočet velikosti zatěžovací síly implikující iniciaci trhliny použijeme (stejně jako v Seitl et al., 2007) vztah vycházející ze srovnání hodnot  $H_{I}$  a  $H_{IC}$ :

$$P_C = P \frac{H_{IC}}{H_I(P)}.$$
(2)

Jedním z používaných postupů jak stanovit lomové parametry kvazikřehkých materiálů je tzv. model efektivní trhliny, který pro lom betonu a obdobných materiálů navrhli Nallathambi a Karihaloo (Karihaloo, 1995). Tuhost v lineární oblasti se ve zmíněném modelu uvažuje úměrná modulu pružnosti *E* a ten může být vypočten z libovolné dvojice zatížení–průhyb  $P_i$ a  $d_i$  měřené v této oblasti. Tato tuhost se od konce lineární části diagramu do vrcholu zatížení postupně redukuje z hodnoty *E* na nulu. Směrnice přímky spojující bod maximálního zatížení a odpovídajícího průhybu ( $P_{max}$ ,  $d_p$ ) s počátkem je úměrná tzv. sečnovému modulu trámce s poměrem  $a_n/W$ . Můžeme na ni pohlížet také jako na počáteční (lineární) tuhost trámce se stejnými rozměry, ale se zářezem hloubky větší než  $a_n$  – s efektivní délkou  $a_e$ . Podle modelu efektivní trhliny nastane lom ve skutečné konstrukci/prvku tehdy, když faktor intenzity napětí, který odpovídá efektivní délce trhliny  $a_e$ , dosáhne kritické hodnoty  $K_{IC}^e$ 

$$K_I = K_{IC}^{e} (a_n = a_e). \tag{3}$$

Počátek lomu je tedy popsán dvěma parametry  $K_{\rm IC}^{\rm e}$  a  $a_{\rm e}$ , které závisejí do jisté míry na geometrii vzorku a uspořádání zatěžovací zkoušky. Délka efektivní trhliny  $a_{\rm e}$  klesá s rostoucí velikostí vzorku, takže v limitě pro "nekonečně" velký vzorek jde k  $a_{\rm n}$ , zatímco  $K_{\rm IC}^{\rm e}$  jde k hodnotě lomové houževnatosti  $K_{\rm IC}$ .

Numerické výsledky jsou získány pro níže popsanou konfiguraci tříbodového ohybu – běžně používanou při určování hodnot lomově mechanických parametrů kompozitů se silikátovou matricí – viz obr. 1. Označení a tomu odpovídající rozměry (v závorce se uvádí rozpětí podpor) jsou:

 $40 \times 40 \times 160$  (120); t = 40 mm, W = 40 mm, L = 160 mm, S = 120 mm,

šířka zářezu  $b_n$  byla zvolena tak, aby pokryla běžný interval zářezu a to následovně:  $b_n = 0$ ; 2 a 3 mm, kde nulová šířka zářezu odpovídá trhlině. Hloubka zářezu  $a_n$  se mění v závislosti na poměru  $a_n/W$ .

Hodnoty materiálových charakteristik pro cementové kompozity mají při měření nezanedbatelný rozptyl. Ve výpočtech jsme uvažovali Youngův modul E = 20 GPa, Poissonovo číslo v = 0,3 a pro výpočet iniciační kritické síly  $P_{\rm C}$  byla použita jako kritická hodnota součinitele intenzity napětí  $K_{\rm IC} = 1$  MPa m<sup>1/2</sup>. Detaily výpočtů metodou konečných prvků jsou uvedeny v (Seitl et al., 2007).

#### Získané výsledky a diskuse

#### Kritická síla

Presentované výsledky pro výše definovanou konfiguraci představují hodnoty kritické síly pro jednotlivé šířky zářezu  $b_n = 0$ ; 2 a 3 mm a jsou uvedeny na obr. 2. Z grafu je zřejmé, že v intervalu  $a_n/W$  (0,1; 0,6) je pro iniciaci trhliny z vrubu nutná vyšší kritická síla než pro její další růst z hypotetické trhliny stejné délky. To plyne ze skutečnosti, že exponent singularity napětí je u pravoúhlého vrubu nižší než u trhliny. V případě vrubu se tedy jedná o slabší koncentrátor napětí.



Obr. 2. Hodnota kritické síly potřebné k iniciaci a následnému růstu trhliny v trámci.



Obr. 3. Změna hodnoty efektivního součinitele intenzity napětí pro typické šířky počátečního zářezu.

### Efektivní součinitel intenzity napětí

Změna hodnoty efektivního součinitele intenzity napětí pro sledované šířky zářezů je vynesena v grafu na obr. 3. Z výsledků provedené numerické studie vyplývá, že vliv šířky vrubu na hodnoty součinitele intenzity napětí se projevuje po celém intervalu relativní

hloubky zářezu, přičemž nejvyšší narůst je pro nejmenší hloubku vrubu. Při experimentálních měření se obvykle pohybuje relativní hloubka zářezu v rozsahu  $a_n/W = 0,2$  až 0,4, zde dochází evidentně k nadhodnocení určovaných hodnot efektivní lomové houževnatosti pro typicky používané šířky zářezů. Takto vyhodnocené zkoušky a použití takto získaných nadhodnocených výsledků lomové houževnatosti jako vstupů do výpočtů může vést až k fatálním následkům podhodnocených konstrukcí.

### Závěr

V příspěvku byl studován vliv hloubky počátečního zářezu/vrubu na lomové chování vzorku vybrané velikosti namáhaného tříbodovým ohybem. Byly vytvořeny modely a provedeny odpovídající výpočty metodou konečných prvků, které se použily k analýze vlivu šířky zářezu  $b_n$  s měnící se jeho relativní hloubkou  $a_n/W$  na iniciační kritickou sílu.

Je zřejmé, že korektní určení hodnoty efektivní lomové houževnatosti musí zohlednit nejenom vliv hloubky vrubu, ale i jeho šířku (Seitl et al., 2007). Jestliže v současné době není takováto korekce prováděna, dochází evidentně při vyhodnocování reálných lomových zkoušek k nadhodnocení určovaných hodnot efektivní lomové houževnatosti – viz obr. 3.

### Poděkování

Tato práce vznikla za finanční podpory grantového projektu GA ČR reg. č. 103/08/0963 a záměru Ústavu fyziky materiálů AV ČR, v.v.i. č. AVOZ 20410507.

## Literatura

- Aïtcin, P.-C. (1998) *High Performance Concrete*. E&FN SPON, London and New York; (2005) v českém jazyce v překladu V. Bílka.
- Karihaloo, B. L. (1995) *Fracture mechanics of concrete*. Longman Scientific & Technical, New York.
- Klusák, J. & Knésl, Z. (2002) Evaluation of the threshold values for the propagation of a fatigue crack starting at a V-notch. *Computer Assisted Mechanics and Engineering Science*, 9, 459–468.
- Klusák, J., Knésl, Z. & Náhlík, L. (2007) Crack initiation criteria for singular stress concentrations, Part II: Stability of sharp and bi-material notches, *Engineering Mechanics*, Vol. 14, 2007, No. 6, p. 409–422.
- Knésl, Z. (1991) A criterion of V-notch stability, *International Journal of Fracture*, 48: (4) R79–R83.
- Seitl, S., Klusák, J. & Keršner, Z. (2007) The influence of notch width on crack growth for various configurations of three-point bending specimens. *Materials engineering*, 14, 3, pp. 213–219, v češtině.
- Seitl, S., Klusák, J., Keršner, Z. & Knésl, Z. (2007) Evaluation of notch geometry effect on behaviour of fracture toughness testing specimen. In: *Proceedings of Engineering mechanics* 2007 (Book of extended abstracts + CD ROM), Svratka, 243–244 + CD 8 p. (v češtině).