

## OVERHEATING LIMIT FOR THE VELOCITY MEASUREMENT BY CTA HOT-WIRE ANEMOMETRY

**P. Antoš\***

**Summary:** *Paper deals with the velocity measurement by means of the CTA. Hot-wire anemometry is based on the heat transfer from the hot wire to the fluid. Heat loss of the heated wire is characterized by two cooling parameters. Measurement of these parameters has been performed with a number of hot-wire probes. The overheating of each probe has a limit, which depends on its geometry.*

### 1. Úvod

Príspevek se zabýva mērením rychlosti proudu pomocí žhavených sond v režimu konstantní teploty čidla. Pro každou reálnou sondu existuje jistý minimální žhavicí poměr, který je potřebný pro vyhodnocení měřené rychlosti standardní metodikou. Ochlazování drátku lze charakterizovat pomocí parametrů ochlazování. Z měření ochlazování drátků sady sond v oblasti nízkého žhavení bylo zjištěno, že je pro hodnotu limitu žhavení rozhodující geometrie sondy. Zásadní vliv má štíhlost drátku.

### 2. Rozložení teploty na drátku

Čidlo anemometrické žhavené sondy je tvořeno tenkým drátkem kruhového průřezu o celkové délce  $l_w$ . Předpokládá se homogenní rychlostní pole tekutiny kolmé na osu drátku a konstantní hodnota součinitele přestupu tepla  $h$  podél drátku. Rezistivitu materiálu drátku  $\chi_\xi$  při teplotě  $T_\xi$  lze popsat pomocí teplotních součinitelů odporu prvního a druhého řádu  $\alpha_0$  a  $\beta_0$ , vztažených k referenční teplotě  $T_0$ :

$$\chi_\xi = \chi_0 \left[ 1 + \alpha_0 (T_\xi - T_0) + \beta_0 (T_\xi - T_0)^2 \right]. \quad (1)$$

Pro odvození průběhu místní teploty drátku  $T_\xi = T_\xi(\xi)$  se vychází z tepelné bilance elementu o délce  $d\xi$  a konstantním průměrem  $d_w$  a to vede (např. Antoš 2006) na diferenciální rovnici rozložení teploty na drátku:

$$\frac{\partial^2 (T_\xi - T_a)}{\partial \xi^2} + C_1 (T_\xi - T_a) + C_2 (T_\xi - T_a)^2 + C_3 = 0, \quad (2)$$

kde  $T_a$  je teplota tekutiny a  $\xi$  bezrozměrná souřadnice. Řešením rovnice je:

$$T_\xi = T_a + \frac{\Psi^2}{\Phi^2} \left[ 1 - \frac{\cosh(2\Phi\xi)}{\cosh \Phi} \right]. \quad (3)$$

---

\* Ing. Pavel Antoš, Ph.D.: Institute of Thermomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Dolejškova 5, CZ-18200 Prague 8, Czech Republic. E-mail: antos@it.cas.cz.

### 3. Parametry ochlazování

Parametry  $\Phi$  a  $\Psi$  jsou definovány:

$$\Phi = \begin{cases} \Lambda \sqrt{\frac{\lambda}{k_w} Nu_\infty - \frac{\alpha_0 + 2\beta_0(T_a - T_0)}{\pi k_w l_w} Q_0} & ; \pi l_w \lambda Nu_\infty \geq [\alpha_0 + 2\beta_0(T_a - T_0)] Q_0 \\ -\Lambda \sqrt{\frac{\alpha_0 + 2\beta_0(T_a - T_0)}{\pi k_w l_w} Q_0 - \frac{\lambda}{k_w} Nu_\infty} & ; \pi l_w \lambda Nu_\infty < [\alpha_0 + 2\beta_0(T_a - T_0)] Q_0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\Psi = \Lambda \sqrt{\frac{1 + \alpha_0(T_a - T_0) + \beta_0(T_a - T_0)^2}{\pi k_w l_w} Q_0} \quad , \quad (5)$$

kde  $\Lambda = l_w/d_w$  je štíhlost drátku,  $Nu_\infty = Q_{conv}/\pi l_w \lambda (T_w - T_a)$  je skutečné Nusseltovo číslo a  $Q_0$  je teplo, které vzniká v drátku o odporu  $R_0$  (tedy odporu při referenční teplotě  $T_0$ ) průchodem elektrického proudu intenzity  $I$ :

$$Q_0 = R_0 I^2 = \frac{l_w}{A_w} \chi_0 I^2 = \frac{1}{a} R_w I^2 = \frac{1}{a} \frac{E_w^2}{R_w} = \frac{1}{a} Q_{el} \quad . \quad (6)$$

### 4. Měření parametrů

Parametry ochlazování  $\Phi$  a  $\Psi$  pro konkrétní sondu a nastavené žhavení lze zjistit též experimentálně. Parametr  $\Psi$  lze vypočítat přímo z definice (5), neboť známe rozměry drátku  $l_w$  a  $A_w$ , tepelnou vodivost drátku  $k_w$ . Součinitele  $\alpha_0$  a  $\beta_0$  se zjistí z teplotní kalibrace sondy a dodávané teplo  $Q_{el}$  se určí dle vztahu (6) ze změřeného proudu  $I$ , resp. napětí na drátku  $E_w$ , a nastaveného pracovního odporu drátku  $R_w$ . Skutečná velikost střední teploty drátku  $T_w$  je dána pracovním odporem  $R_w$ , nastaveným na anemometru, resp. žhavicím poměrem  $a = R_w / R_0$ . Integrací vztahu (3) přes bezrozměrnou souřadnici  $\xi$  získáme teoretickou střední teplotu drátku. Z rovnosti těchto středních teplot:

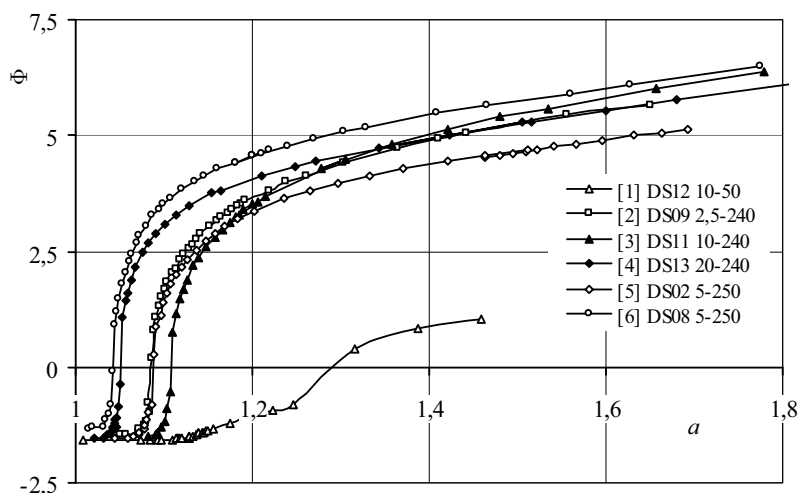
$$\underbrace{T_w(a, \alpha_0, \beta_0, T_0)}_{\text{měřené } T_w} = \underbrace{T_w(\Phi, \Psi, T_a)}_{\text{teoretické } T_w} = T_a + \frac{\Psi^2}{\Phi^2} \left[ 1 - \frac{\text{tgh } \Phi}{\Phi} \right] \quad (7)$$

vyplývá implicitní vztah pro  $\Phi$ , neboť  $\Psi$  již známe:

$$\frac{\Phi^3}{\Phi - \text{tgh } \Phi} = \frac{\Psi^2}{T_w - T_a} \quad . \quad (8)$$

Experimentální zjištění parametrů ochlazování několika anemometrických sond se provádělo na aerodynamické trati popsané v (Antoš 2005). Sondy byly proměřeny zvláště podrobně v oblasti nízkého žhavení. Jednalo se o dvě komerční sondy Dantec typů 55P11 a 55P01 a čtyři další sondy vyrobené v laboratoři Dynamiky tekutin Ústavu termomechaniky. Sondy mají wolframové drátky s různými štíhlostmi  $\Lambda = l_w/d_w = 50-250$  a ke žhavení byl použit laboratorní Wheatstonův most Metra MLLk.

Ukázalo se, že štíhlost  $\Lambda$  má na ochlazování drátku při nízkém žhavení klíčový vliv. U běžných sond ( $\Lambda \approx 250$ ) se při  $Re \approx 12$  v oblasti středního žhavení  $\Phi$  pohybuje v rozmezí 3–7. Velmi nízké hodnoty  $\Phi$  vykazuje sonda s drátkem malé štíhlosti  $\Lambda = 50$ . Změřené závislosti parametru  $\Phi$  použitých sond na žhavení  $a$  při konstantní rychlosti  $u$  jsou v grafu 1.



Graf 1. Průběh parametru  $\Phi$  při  $Re \approx 12$  v závislosti na žhavení  $a$  pro sondy: [1] DS12;  $d_w=10 \mu\text{m}$ ;  $\Lambda=50$ ; [2] DS09;  $d_w=2,5 \mu\text{m}$ ;  $\Lambda=240$ ; [3] DS11;  $d_w=10 \mu\text{m}$ ;  $\Lambda=240$ ; [4] DS13;  $d_w=20 \mu\text{m}$ ;  $\Lambda=240$ ; [5] DS02;  $d_w=5 \mu\text{m}$ ;  $\Lambda=250$  (Dantec 55P11); [6] DS08;  $d_w=5 \mu\text{m}$ ;  $\Lambda=250$  (Dantec 55P01).

Při snižování žhavení dochází k poklesu parametru  $\Phi$ . U drátků obvyklé štíhlosti se při nízkém žhavení vyskytují záporné hodnoty ( $\Phi < 0$ ). Pro žhavení  $a \rightarrow 1$  se parametr blíží k limitní hodnotě  $\Phi \rightarrow -\pi/2$ .

Při anemometrických měřeních v režimu konstantní teploty čidla (CTA) je  $a = \text{konst.}$  a mírou rychlosti  $u$  je velikost  $\Phi$ . Pro měření je výhodné, když je sonda žhavena v místě ploché charakteristiky  $\Phi = f(a)$ , kde má velkou citlivost na rychlost. Standardní vyhodnocení rychlosti z měřeného napětí nelze použít tehdy, je-li parametr  $\Phi$  záporný. Tím je určen limit žhavení. Pro mezní žhavicí poměr je určující poměr tepla odváděného z drátku kondukcí a konvekcí. Tento poměr je mírou odchylky chování reálné sondy od chování ideálního – nekonečně štíhlého – drátku. Poměr konduktivního a konvektivního tepla závisí, mimo fyzikálních vlastností drátku, výhradně na parametru ochlazování  $\Phi$ .

## 5. Závěr

Experiment prokázal, že pro měření rychlosti sondou nelze využít celého rozsahu žhavení. Na velikost mezního teplotního poměru má zásadní vliv štíhlost sondy. Na štíhlosti závisí nejmenší teplotní poměr, při kterém lze sondou měřit. Použitelná oblast pro měření je tím větší, čím má drátek větší štíhlost.

## 6. Poděkování

Práce byla vykonána v rámci řešení projektu GA MŠMT ČR OC 114-COST 732.

## 7. Literatura

- Morrison, G. L. (1976): *Errors in heat transfer laws for constant temperature hot wire anemometers*. J. Phys. E: Sci. Instrum., 9: 50–52.
- Antoš, P. (2005): *Kalibrace žhavených anemometrických sond pro měření v neisotermním proudu*. 19. Symposium on Anemometry: Proceedings. ÚH AVČR, Praha. s. 3–6. ISBN 80-239-4871-7.
- Antoš, P. (2006): *Vliv nelinearity teplotní závislosti rezistivity na střední teplotu žhaveného drátku*. 20. Symposium on Anemometry: Proceedings. ÚH AVČR, s. 3–6. ISBN 80-239-7144-1.