

SIMPLIFIED DYNAMIC MODEL OF THE TRANSMISSION II

V. Čech*, J. Jevický**

Summary: *Within the framework of the grant project FT-TA3/103 of Ministry of Industry and Trade of the CR, the prototype of the passive optoelectronic rangefinder (POERF) as a mechatronic system is developed. A number of subsystems of this rangefinder needs to be solved in this connection. One of these subsystems is the transmission. The mathematical model of the rangefinder aiming system (special positional servomechanism) is published in Čech (2006). The dynamic model of the transmission is one of its important parts. The corresponding sub-models were described in two papers Čech & Jevický (2008). These problems are closely analyzed in this paper. It makes possible the accuracy analysis of the acquisition process of the target angle coordinates. The outcomes of our paper is possible to use for analyze of other mechatronic systems.*

1. Úvod

V našem příspěvku se zabýváme problematikou specifického pohonu, jež je součástí příslušného servomechanismu. Struktura pohonu je zřejmá z Obr. 1.

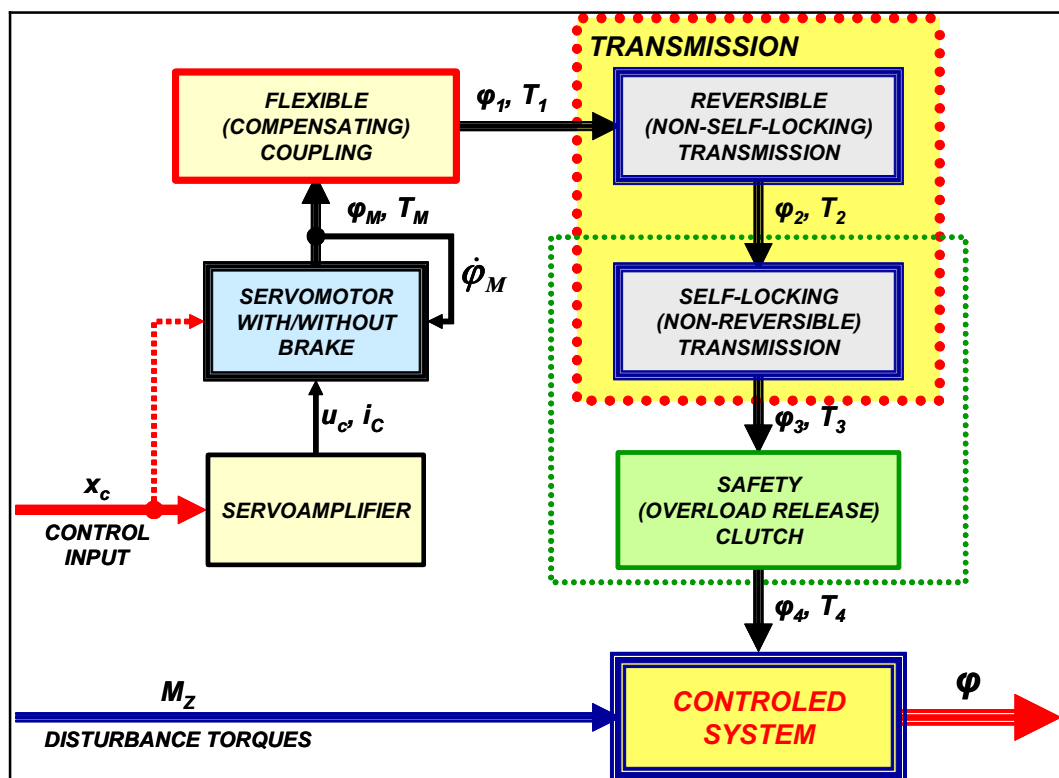
V příspěvku na Inženýrské mechanice 2008 – IM 2008 (Čech & Jevický (2008)) jsme předpokládali použití stejnosměrného motoru s cizím buzením (a stálým polem). Nově předpokládáme použití 2p - pólového střídavého (AC) synchronního motoru s permanentními magnety na rotoru (dále *PMSM*) a se zapojením statorových vinutí do hvězdy spolu se servo-zesilovačem, který realizuje jeho *vektorové řízení* (*Vector Control = Field Oriented Control – FOC*) v režimu *rychlostního* systému (*Speed FOC*) – Obr. 2. Model stejnosměrného motoru s cizím buzením je pak podmnožinou použitého modelu PMSM.

Vstupní hřídel převodovky je připojen k hřídeli motoru pomocí vyrovnávací spojky. Nejčastěji je používána Oldhamova spojka (radiální spojka s křížovým kotoučem). Spojka kompenzuje osové dilatace, přesazení os a úhlové vychylky os. V předchozích příspěvcích spojka nebyla uvažována.

Převodovku lze rozdělit na část nesamosvornou (reverzibilní) a samosvornou (nereverzibilní). Nesamosvorná převodovka je použita téměř vždy. Uvádíme její kompletní model vhodný pro potřeby automatické regulace.

* Doc. Ing. Vladimír Čech, CSc., Oprox, a.s., Vnitřní 10, 602 00 Brno; e-mail: cech-vladimir@volny.cz

** Doc. RNDr. Jiří Jevický, CSc., Department of Mathematics and Physics, University of Defence, Kounicova 65, 602 00 Brno; e-mail: jiri.jevicky@unob.cz



Obr. 1 Struktura modelovaného pohonu

V řadě aplikací je potřeba zaručit, že po vypnutí nebo dočasném přerušení činnosti motorického pohonu nedojde vlivem působícího vektoru poruchových momentů M_Z k nežádoucímu pohybu řízeného objektu (systému). V takovém případě lze použít dvě opatření resp. i jejich kombinaci.

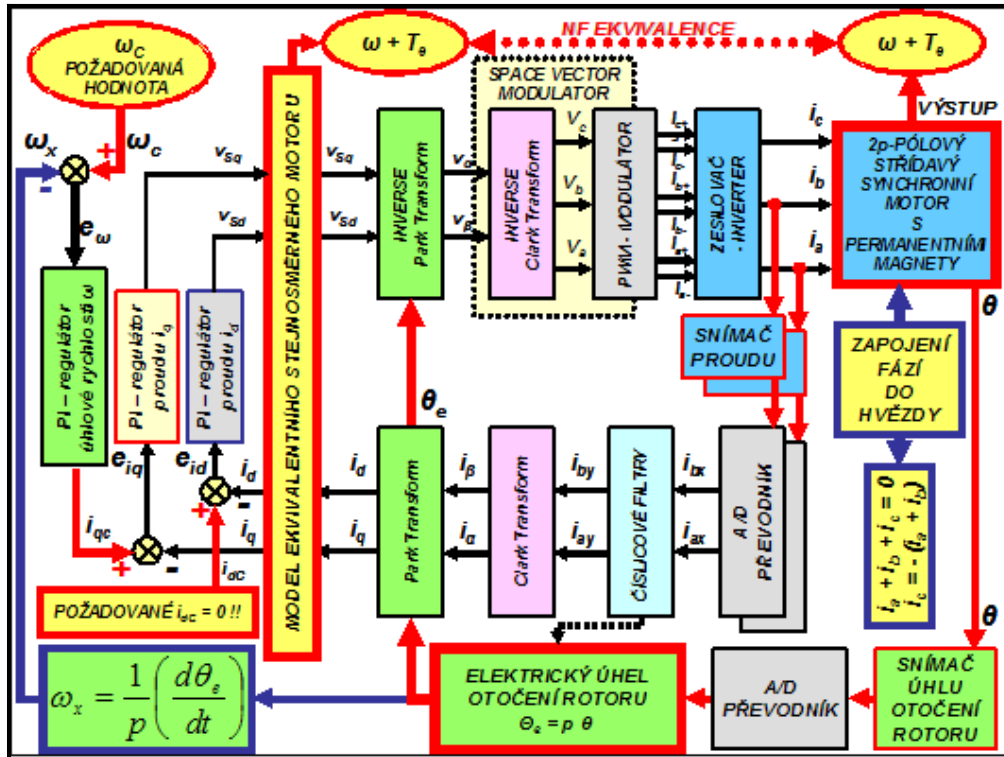
V prvním případě je motor vybaven elektromagneticky ovládanou brzdou, která je odbržděna pouze v případě, že pohon je zapnut. Ve druhém případě je použita samosvorná (nereverzibilní) převodovka. Zpravidla se jedná o převodovku šnekovou (Obr. 8).

Hrozí-li reálné nebezpečí, že poruchové momenty mohou přetížit soustavu tak, že by mohlo dojít k poškození samosvorné převodovky, vkládá se mezi ní a řízený objekt pojistná spojka. Nejčastěji se jedná o prokluzování spojku (třecí spojka lamelová a kuželová - Obr. 8). Méně často jsou použity spojky vysmekávací. Problematikou samosvorné převodovky a pojistných spojek jsme se již zabývali v příspěvku Čech & Jevický (2005). Nyní uvádíme nové poznatky.

Budeme předpokládat nejjednodušší řízený objekt – jedno rotačně symetrické těleso uložené v ložiscích tak, že může vykonávat pouze rotační pohyb (jediný stupeň volnosti).

2. Servomotor a servozesilovač

Jak již bylo uvedeno je uvažován 2p – pólový střídavý (AC) synchronní motor s permanentními magnety na rotoru (dále *PMSM*) se zapojením statorových vinutí do hvězdy a servozesilovač, který realizuje jeho vektorové řízení (*Vector Control = Field Oriented Control – FOC*) v režimu rychlostního systému (*Speed FOC*) – Obr. 2. Pro analýzu chování a jeho



Obr. 2 Princip rychlostního vektorového řízení (Speed Vector Control = Speed Field Oriented Control - FOC) střídavého synchronního motoru s permanentními magnety na rotoru (AC permanent magnet synchronous motor – PMSM) – Čech et al. (2009)

vlastní řízení takového systému se používá *model ekvivalentního stejnosměrného motoru* (dále jen DC motor). Jedná se o speciální variantu *neadaptivního řízení s modelem*.

Ekvivalence spočívá v tom (Čech et al. (2009)), že *model ekvivalentního DC motoru poskytuje dostatečně přesné odhady nízkofrekvenčních (NF) složek úhlové rychlosti ω resp. otáček n a vnitřního (elektromagnetického) momentu motoru $T_e = M_e$* . Vysokofrekvenční (VF) složky vznikají v důsledku použitého zesilovače, který pracuje v režimu spínání odpovídajícím PWM modulaci. VF složky jsou silně tlumeny účinky vlastní indukčnosti statorových vinutí motoru. V důsledku toho rozdíly mezi měřeními na motoru (ω, T_e) a souběžnými modelovými odhady (paralelní simulací v reálném čase) jsou malé.

Princip vektorového řízení je založen na práci s rotujícími *ekvivalentními vektory (space vector)* statorového proudu \mathbf{i}_S , napětí $\mathbf{v}_S = \mathbf{u}_S$ a magnetického toku (magnetic flux) $\mathbf{\psi}_S = \mathbf{\Phi}_S$, které rotují *synchronní (elektrickou) úhlovou rychlostí ω_{eS}* , již odpovídá elektrický úhel (electrical angle) θ_{eS} . Zároveň rotuje i ekvivalentní magnetický moment rotoru \mathbf{M}_{mR} , kterému odpovídá vektor ekvivalentního magnetického toku rotoru $\mathbf{\psi}_R = \mathbf{\Phi}_R$ a to elektrickou úhlovou rychlostí rotoru $\omega_e = p \cdot \omega$, kde p je *počet pólových dvojic (Pole Pair)* a ω je (mechanická) úhlová rychlost rotoru. Elektrické úhlové rychlosti ω_e odpovídá elektrický úhel $\theta_e = p \cdot \theta$, přičemž θ je (mechanický) úhel otočení rotoru měřený snímačem otočení. Rozdíl $\alpha = \theta_{eS} - \theta_e$ se nazývá *úhel zatížení (zátěžný úhel, load (torque) angle)*. Předpokladem správné činnosti synchronního motoru je, že absolutní hodnota úhlu zatížení $|\alpha|$ nesmí podstatně a po delší dobu překročit 90° . Úhlu zatížení odpovídá okamžitá *skluzová (elektrická úhlová) rychlost $\omega_R = \omega_{eS} - \omega_e$* a *skluz (Slip)* je dán vztahem $s_R = (\omega_R / \omega_{eS})$.

Vzhledem k tomu, že je použito zapojení fází statoru do hvězdy, postačuje měřit pouze proud ve dvou fázích statoru (i_a, i_b) – Obr. 2. Změřené veličiny jsou digitalizovány (i_a, i_b)_x a jsou zatíženy chybou měření a digitalizace. Následně jsou vyhlazovány nízkofrekvenčními číslicovými filtry – odhady (i_a, i_b)_y. Číslicové filtry se mohou uplatnit i při výpočtu elektrického úhlu otočení rotoru θ_e .

Clarkova transformace převádí odhady proudů (i_a, i_b)_y na složky ekvivalentního vektoru statorového proudu (i_α, i_β)_s. V našem případě platí

$$i_\alpha = i_{ay} \quad a \quad i_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (i_{ay} + 2 \cdot i_{by}), \quad (1)$$

Parkova transformace převádí složky (i_α, i_β)_s vektoru statorového proudu i_s z nerotující souřadné soustavy (α, β) do souřadné soustavy (d, q) rotující synchronně s rotorem resp. vektorem ekvivalentního magnetického toku rotoru $\psi_R = \Phi_R$. Transformace má tvar

$$\begin{bmatrix} i_d = i_{Sd} \\ i_q = i_{Sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = T_P \cdot \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$i_s = \sqrt{i_{Sd}^2 + i_{Sq}^2} = \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2} \leq i_{s \max}$$

kde i_s je odhad velikosti ekvivalentního vektoru i_s statorového proudu.

V souřadné soustavě (d, q) je definován model ekvivalentního DC motoru – Obr. 2 a to soustavou dvou linearizovaných diferenciálních rovnic (Čech et al. (2009))

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{di_d}{dt} \right) \\ \left(\frac{di_q}{dt} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+\xi) \cdot T_q} & \frac{-\omega_e}{1+\xi} \\ (1+\xi) \cdot \omega_e & \frac{1}{T_q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \frac{1}{(1+\xi) \cdot T_q} \cdot \left(\frac{v_{Sd}}{R_S} \right) \\ \frac{1}{T_q} \cdot \left(\frac{v_{Sq} - \omega_e \cdot \psi_{PM}}{R_S} \right) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

kde $T_q = \frac{L_q}{R_S}$ je elektromagnetická časová konstanta proudového obvodu „q“,

$T_d = \frac{L_d}{R_S} = (1+\xi) \cdot T_q$ je elektromagnetická časová konstanta proudového obvodu „d“,

$\xi = \left(\frac{L_d}{L_q} \right) - 1 = \left(\frac{T_d}{T_q} \right) - 1 = \frac{3 \cdot L_{m1}}{L_S - (3/2) \cdot L_{m1}} \in \langle 0,1 \rangle$ je součinitel geometrické a elektromagnetic-

ké nesymetrie soustavy stator – rotor (*Saliency Ratio*) (V literatuře lze nalézt i hodnotu $\xi^* = -\xi, \xi^* \leq 0$),

$L_d = L_S + (3/2) \cdot L_{m1}$ je redukovaná indukčnost proudového obvodu „d“,

$L_q = L_S - (3/2) \cdot L_{m1}$ je redukovaná indukčnost proudového obvodu „q“ ($L_q \leq L_d$),

$L_S = L_{S1} + M_S = L_{2Ph} / 2$ je vlastní indukčnost jednoho vinutí statoru,

L_{S1} je základní hodnota vlastní indukčnosti jednoho vinutí statoru [H],

M_S je základní hodnota vzájemné indukčnosti dvou vinutí statoru [H],

L_{m1} je amplituda oscilační složky indukčnosti jednoho vinutí statoru [H],

L_{2Ph} je změřená indukčnost přes dvě fáze (vinutí statoru) [H],

$RS = (R_{2Ph}/2)$ je celkový odpor jednoho vinutí statoru [Ω],

R_{2Ph} je změřený celkový odpor přes dvě fáze (vinutí statoru) [Ω],

$v_S = \mathbf{u}_S = [v_{Sd}, v_{Sq}]^T$ je vektor statorového napětí v souřadné soustavě (d, q)

$\psi_{PM} = \psi_R = \left(\frac{60}{2\pi \cdot p}\right) \cdot \left(\frac{K_E}{1000}\right) = \frac{2 \cdot K_M}{3 \cdot p}$ je velikost vektoru ekvivalentního magnetického toku rotoru (permanentních magnetů) [Wb],

KE je napěťová konstanta motoru [(V/1000)/min],

KM je momentová konstanta motoru [Nm/A].

Vnitřní (elektromagnetický) moment motoru je

$$T_e = M_e = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot p \cdot [\psi_{PM} + \xi \cdot T_q \cdot i_d] \cdot i_q \approx \left(\frac{3}{2}\right) \cdot p \cdot \psi_{PM} \cdot i_q \quad (4)$$

Součinitel ξ je výrazněji odlišný od nuly pouze pro motory s vyjádřenými (vyniklými) póly (salient pole), což je typické pro krokové motory resp. reluktanční motory. Ve většině případů lze u servomotorů předpokládat, že $\xi \approx 0$.

Působení PI regulátorů (Obr. 2) lze vyjádřit vztahy

$$\begin{aligned} e_\omega &= \omega_C - \omega_x, & e_{iq} &= i_{qC} - i_q & a & e_{id} = i_{dC} - i_d = -i_d \\ i_{qC} &= K_{P\omega} \cdot e_\omega + K_{i\omega} \cdot \int_0^t e_\omega(\tau) \cdot d\tau & a & |i_{qC}| \leq i_{qCmax} \\ v_{Sq} &= K_{Pq} \cdot e_{iq} + K_{iq} \cdot \int_0^t e_{iq}(\tau) \cdot d\tau & a & |v_{Sq}| \leq v_{Sqmax} \\ v_{Sd} &= K_{Pd} \cdot e_{id} + K_{id} \cdot \int_0^t e_{id}(\tau) \cdot d\tau & a & |v_{Sd}| \leq v_{Sdmax} \end{aligned} \quad (5)$$

kde integrály jsou počítány numerickou integrací. Omezení výstupu z PI regulátorů maximální přípustnou hodnotou je zde naznačeno symbolicky, reálně se omezuje pouze velikost integrálů – proces se označuje jako Antiwind-up.

Pro úhel zatížení α platí

$$\sin \alpha = \frac{i_q}{i_S} \quad a \quad \cos \alpha = \frac{i_d}{i_S} \quad (6)$$

a pro fázový úhel φ (účinník = $\cos \varphi$) statorové soustavy platí

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_v - \alpha \\ v_S &= \sqrt{[v_{Sd}^2 + v_{Sq}^2]} \leq v_{Smax}, \quad \sin \varphi_v = \frac{v_{Sq}}{v_S} \quad a \quad \cos \varphi_v = \frac{v_{Sd}}{v_S} \end{aligned} \quad (7)$$

kde v_S je odhad velikosti ekvivalentního vektoru v_S statorového napětí.

Vypočtená napětí (v_{Sd}, v_{Sq}) jsou zpětně transformována *inverzní Parkovou transformací* – Obr. 2 na odpovídající napětí (v_α, v_β), která jsou následně přepočtena *inverzní Clarkovou transformací* na napětí (V_a, V_b, V_c) a ta slouží k řízení *PWM modulátoru*, jehož výstup pak ovládá *zesilovač*. Zesilovač napájí vlastní motor. Je třeba upozornit, že napětí (V_a, V_b, V_c) jsou generována složitěji s ohledem na vlastnosti použitého HW. Proces je označován jako *Discrete Space Vector Modulation* nebo v jiné variantě jako *Space Vector Pulse Width Modulation*.

Přesně vzato, ve vztazích (5) mají být přibližné odhady proudů (i_d, i_q), které byly získány transformací a úpravou měřených proudů (i_a, i_b) stejně tak, jako je uvažován odhad ω_x úhlové rychlosti rotoru motoru ω – Obr. 2, kdežto proudy (i_d, i_q) a elektrická úhlová rychlost rotoru ω_e v diferenciálních rovnicích (3) jsou chápány jako naprosto přesně zjištěné hodnoty příslušných veličin. V důsledku toho je nutno před dosazením vztahů (5) do diferenciálních rovnic (3) učinit předpoklad, že platí přibližně ($i_d \approx i_{dq}, i_q \approx i_{dq}$ a $\omega \approx \omega_x$).

Model *stejnoseměrného motoru* (DC motor) s cizím buzením a se stálým polem (nejlépe s permanentními magnety) odpovídá volbě (rovnice (3)) $i_d \equiv 0$ a $i_a = i_q$, kde i_a je proud kotvy DC motoru. Časová konstanta T_q odpovídá elektromagnetické (momentové) časové konstantě DC motoru τ_a .

Schéma řízení PMSM se podstatně zjednoduší, pokud je použita metoda přímého řízení momentu motoru (DTC – Direct Torque Control). Zjednodušení (vypuštění snímače úhlu otčení hřídele motoru a PI regulátorů proudu (i_d, i_q) – Obr. 2) je možné za cenu použití kvalitnějších snímačů proudu a rychlejších analogově digitálních převodníků, takže kmitočet spínání zesilovače se zvýší z obvyklých cca 20 kHz (FOC) na alespoň 40 kHz. V důsledku toho dojde k nejméně čtyřem regulačním zásahům za dobu odpovídající nejmenším velikostem časové konstanty T_q resp. τ_a servomotorů, takže servomotor účinně vyhlazuje proudové pulsy jako nízkofrekvenční filtr. Výsledný moment motoru tak již neobsahuje vysokofrekvenční složky a má relativně hladký průběh, což je předpokladem plynulého chodu motoru.

Pohybová rovnice rotoru motoru má tvar

$$J_M \cdot \ddot{\varphi}_M + b_M \cdot \dot{\varphi}_M = T_M - T_{FC}, \quad (8)$$

kde J_M je moment setrvačnosti rotoru motoru [kgm^2],

b_M je součinitel viskózního tlumení (redukována hodnota) [$\text{Nm}/(\text{rad/s})$]. Často se zavádí mechanická časová konstanta $\tau_M = J_M/b_M$ [s].

φ_M je úhel natočení hřídele rotoru motoru [rad],

T_{FC} je moment přenášený vyrovnávací spojkou – Obr. 1,

T_M je mechanický (vnější) moment motoru (T_{MR} je jeho jmenovitá hodnota)

$$T_M = \begin{bmatrix} T_e - T_{M0} \cdot \text{sign} \dot{\varphi}_M & \dot{\varphi}_M \neq 0 \\ T_e - T_{M0} \cdot \text{sign}(T_e - T_{FC}) & \dot{\varphi}_M = 0 \quad \& \quad |T_e - T_{FC}| \geq T_{M0} \\ 0 & \dot{\varphi}_M = 0 \quad \& \quad |T_e - T_{FC}| \leq T_{M0} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$\dot{\varphi}_M = \omega_M$ je úhlová rychlost rotoru [rad/s] a $n_M = \left(\frac{60}{2\pi}\right) \cdot \omega_M$ jsou otáčky motoru [ot/min]

(ω_{MR} a n_{MR} jsou jejich jmenovité hodnoty),

T_e je vnitřní (elektromagnetický) moment motoru (vztah (4)) a

T_{M0} je moment suchého tření na hřídeli motoru. Obvykle se předpokládá, že je konstantní.

Parametry (b_M , τ_M , T_{M0}) se volí spolu s elektrickými parametry motoru tak, aby byly co nejlépe aproximovány jeho vnější charakteristiky.

Model pro výpočet momentu T_e je linearizovaný. V případě potřeby je nutno použít model nelineární, který respektuje nelinearity elektrických obvodů.

3. Vyrovnávací spojka

Zatím nebyl uveden ještě jeden závažný důvod pro zahrnutí vlastností vyrovnávací spojky do modelu. Není-li spojka uvažována, výraz (9) pro moment T_M bude daleko složitější a v důsledku toho vznikají značné komplikace při programování modelu v prostředí MATLAB/Simulink.

Moment přenášený spojkou je dán zjednodušeným výrazem (index FC – Flexible Couple)

$$T_{FC} = \begin{cases} 0 & |\Delta\varphi_1| \leq \Delta\varphi_{10} \\ k_{FC} \cdot (\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{10}) & |\Delta\varphi_1| \geq \Delta\varphi_{10} \end{cases}, \quad (10)$$

kde

$$k_{FC} = \begin{cases} k_{FC0} & \Delta\varphi_1 \cdot \Delta\dot{\varphi}_1 \geq 0 \\ \eta_{FC} \cdot k_{FC0} & \Delta\varphi_1 \cdot \Delta\dot{\varphi}_1 \leq 0 \end{cases},$$

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_M - \varphi_1, \quad \Delta\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_1$$

$\Delta\varphi_1$ je ekvivalentní „zkroucení“ vyrovnávací spojky jako torzní pružiny s vůlí,

k_{FC0} je ekvivalentní torzní tuhost vyrovnávací spojky [Nm/rad],

η_{FC} je účinnost vyrovnávací spojky jako ekvivalentní pružiny ($\eta_{FC} =$ cca 0,8 až 0,9),

$2 \cdot \Delta\varphi_{10}$ je celková úhlová vůle ve vyrovnávací spojce [rad] ($2 \cdot \Delta\varphi_{10} =$ cca 0,3 až 3 mrad),

φ_1 je úhel natočení vstupní hřídele převodovky – Obr. 1 a

$\dot{\varphi}_1 = \omega_1$ je úhlová rychlost otáčení vstupní hřídele převodovky a n_i jsou odpovídající otáčky (ω_{1R} a n_{1R} jsou odpovídající jmenovité hodnoty).

Velikost torzní tuhosti můžeme odhadnout ze vztahu $k_{FC0} \approx 4\pi^2 \cdot J_M (f_{M0})^2$, kde f_{M0} je vlastní kmitočet rotoru motoru při zcela zabržděné převodovce ($\varphi_1 = 0$). Jeho velikost se volí s přihlédnutím k vhodné velikosti integračního kroku.

4. Nesamosvorná převodovka

Naše pozornost je zaměřena na reverzibilní „bezvůlové“ převodovky. Jde zejména o harmonické a cykloidní převodovky, neboť ty se mohou uplatnit v přesných mechatronických systémech. V příspěvku na IM 2008 (Čech & Jevický (2008)) jsme objasnili postup, kterým lze z katalogových údajů resp. z měření získat odhady parametrů převodovek, jež jsou nutné pro modelování vlastností převodovek. Na konferenci Computational Mechanics 2008 – CM 2008 (Čech & Jevický (2008)) jsme objasnili postup, kterým lze uvedené parametry aproximovat dostatečně přesnými empirickými vztahy. V odstavci objasníme princip tvorby aproximačních vztahů a jejich použití v simulačním modelu.

Pohybová rovnice vstupního hřídele převodovky má tvar

$$J_{1R} \cdot \ddot{\varphi}_1 + b_1 \cdot \dot{\varphi}_1 = T_{1C}, \quad (11)$$

kde J_{1R} je moment setrvačnosti převodovky redukováný na její vstupní hřídel [kgm^2],
 b_1 je součinitel viskózního tlumení (redukováná hodnota) [$\text{Nm}/(\text{rad/s})$]. Často se zavádí
 mechanická časová konstanta $\tau_{MI} = J_{1R}/b_1$ [s].

$$T_{1C} = \begin{cases} T_{FC} - T_1 & T_2 \neq 0 \text{ .OR. } \dot{\varphi}_1 \neq 0 \\ T_{FC} - T_{10} \cdot \text{sign}T_{FC} & T_2 = 0 \text{ \& } \dot{\varphi}_1 = 0 \text{ \& } |T_{FC}| \geq T_{10} \\ 0 & T_2 = 0 \text{ \& } \dot{\varphi}_1 = 0 \text{ \& } |T_{FC}| \leq T_{10} \end{cases},$$

$T_1 = T_1(\omega_1, T_2)$ je moment působící na vstupním hřídeli převodovky – Obr. 1, jehož velikost závisí na velikosti jeho úhlové rychlosti ω_1 a na momentu působícím na výstupním hřídeli převodovky T_2 (T_{2R} je jmenovitá hodnota, $T_{1R} = T_{2R}/i_1$ je *smluvní* jmenovitá hodnota),

$T_{10} = T_1(\omega_1 = 0, T_2 = 0)$ je klidová hodnota momentu T_1 , která má význam momentu suchého tření a číselně je blízká (měřenému) rozběhovému momentu převodovky a

$i_1 = i_C$ je (kinematický) převodový poměr nesamosvorné převodovky [-].

Platí (Obr. 1, 3)

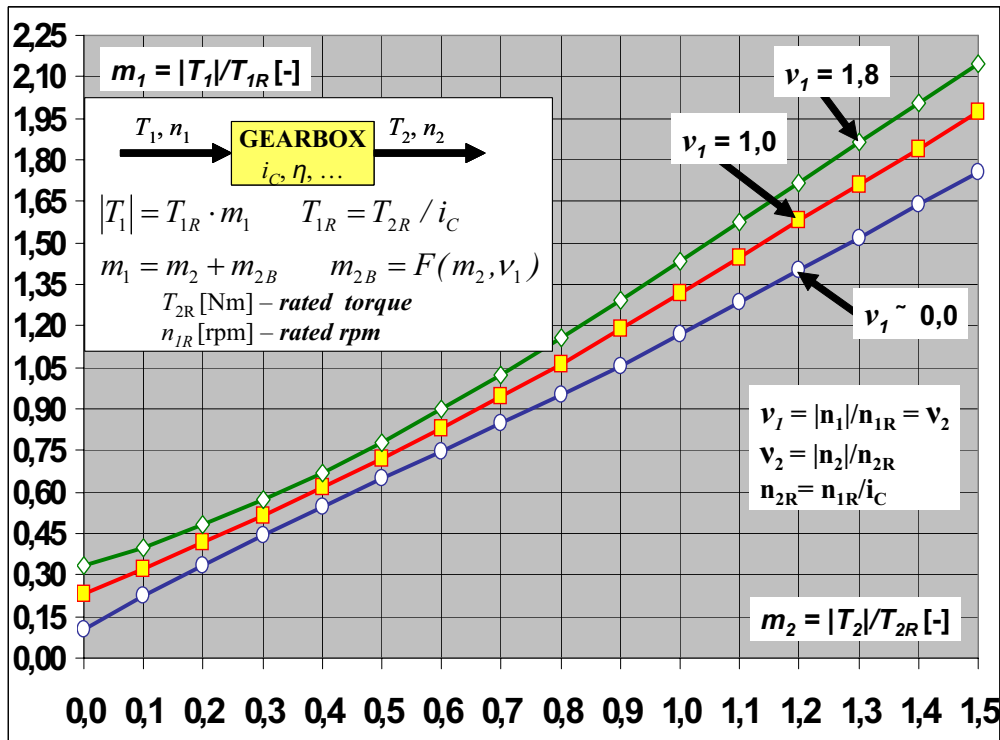
$$T_1 = \begin{cases} T_{1R} \cdot m_1 \cdot \text{sign}T_2 & T_2 \neq 0 \\ T_{1R} \cdot m_1 \cdot \text{sign}\dot{\varphi}_1 & T_2 = 0 \text{ \& } \dot{\varphi}_1 \neq 0 \\ T_{1R} \cdot m_1(0,0) = T_{10} \geq 0 & T_2 = 0 \text{ \& } \dot{\varphi}_1 = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

$$T_2 = T_{2R} \cdot m_2 \cdot \text{sign}T_2$$

kde m_1, m_2 jsou normované absolutní velikosti příslušných momentů.

Dále budeme používat normované hodnoty úhlových rychlostí vstupního v_1 a výstupního v_2 hřídele nesamosvorné převodovky, přičemž n_2 jsou otáčky výstupního hřídele a $\dot{\varphi}_2 = \omega_2$ je odpovídající úhlová rychlost ($n_{2R} = n_{1R}/i_1$ resp. $\omega_{2R} = \omega_{1R}/i_1$ jsou *smluvní* jmenovité hodnoty) – Obr. 1, 3.

Na Obr. 3 je uveden příklad změřených (katalogové údaje) a následně aproximovaných stacionárních vnějších charakteristik nesamosvorné převodovky (Čech & Jevický (CM 2008)), jež jsou platné pro ustálený chod ($v_1 = \text{konst}$ a $m_2 = \text{konst}$). Charakteristiky jsou nelineární s efektem suchého tření pro $v_1 = 0$.



Obr. 3 Příklad aproximovaných katalogových stacionárních vnějších charakteristik nesamosvorné převodovky (Čech & Jevický (CM 2008)) pro $v_1 = konst$ a $m_2 = konst$

Prvním krokem výpočtů je stanovení momentu T_2 . Pro základní hodnotu momentu T_2 platí (Čech & Jevický (IM 2008))

$$T_{2P} = |T_{2P}| \cdot \text{sign} \Delta \varphi_2, \quad (13)$$

kde

$$|T_{2P}| \cong \begin{bmatrix} k_{21} \cdot |\Delta \varphi_2| & |\Delta \varphi_2| \leq \Delta \varphi_{21} \\ T_{2P1} + k_{22} \cdot (|\Delta \varphi_2| - \Delta \varphi_{21}) & |\Delta \varphi_2| \in \langle \Delta \varphi_{21}, \Delta \varphi_{22} \rangle \\ T_{2P2} + k_{23} \cdot (|\Delta \varphi_2| - \Delta \varphi_{22}) & |\Delta \varphi_2| \geq \Delta \varphi_{22} \end{bmatrix}$$

$\Delta \varphi_2 = \varphi_1 / i_1 - \varphi_2$ je „zkroucení“ prvků převodovky jako ekvivalentního hřídele resp. pružiny; následně platí $\Delta \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 / i_1 - \dot{\varphi}_2$ pro úhlovou rychlost „zkroucování“ a pro úhlové zrychlení „zkroucování“ platí $\Delta \ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_1 / i_1 - \ddot{\varphi}_2$,

$k_2(\Delta \varphi_2)$ je redukováná torzní tuhost převodovky jako ekvivalentního hřídele, která je v souladu s katalogovými údaji aproximována lineárně ve třech úsecích k_{2i} , $i = 1, 2, 3$, přičemž $k_{2max} = \max(k_{21}, k_{22}, k_{23})$, $\kappa_{2i} = k_{2i}/k_{2max}$, například $k_{2max} = 26,5 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$, $\Delta \varphi_{2i}$, $i = 1, 2$, jsou hraniční hodnoty pro přechod mezi úsecy 1 a 2 resp. 2 a 3, přičemž $\Delta \varphi_{22} = \psi_{22} \cdot \Delta \varphi_{21}$ (např. $\Delta \varphi_{21} = 0,6 \text{ mrad}$, $\psi_{22} = 5$, $\kappa_{21} = 0,1$, $\kappa_{22} = 0,8$, $\kappa_{23} = 1,0$) a $T_{2P1} = k_{21} \cdot \Delta \varphi_{21}$ a $T_{2P2} = T_{2P1} + k_{22} \cdot (\Delta \varphi_{22} - \Delta \varphi_{21})$ jsou odpovídající hraniční hodnoty momentů.

Pro moment T_2 platí

$$T_2 = T_{2P} + \Delta T_{2H}(t), \quad (14)$$

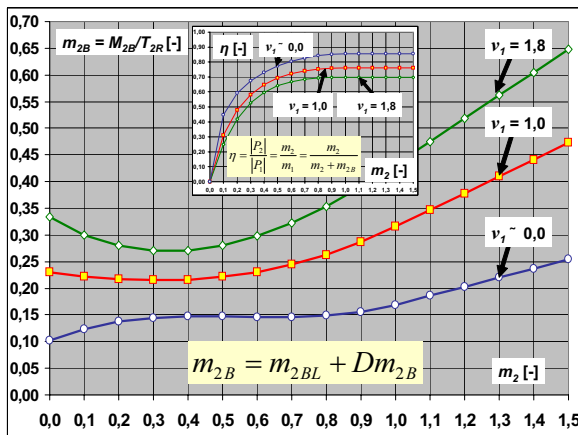
kde $\Delta T_{2H}(t)$ je korekce momentu na vliv hystereze převodovky (v prvním přiblížení ji lze zanedbat),

$$\Delta T_{2H}(t) = \Delta T_{Hi} \cdot \text{sign} \Delta \ddot{\phi}_2(t_{0i}) \quad \text{for } t \in \langle t_i, t_{i+1} \rangle$$

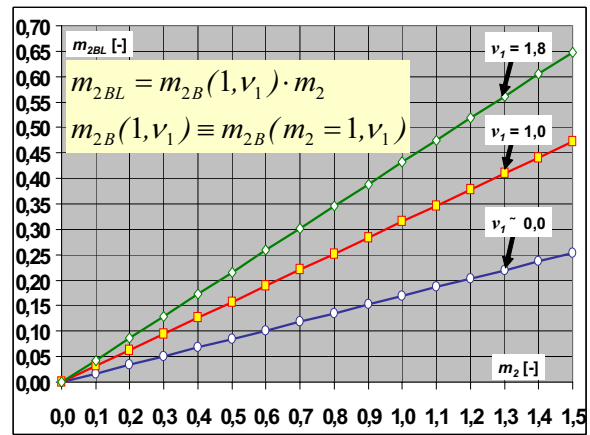
$$\Delta T_{Hi} = \frac{1}{2} \cdot (1 - \eta_H) \cdot |T_{2P}(t_{0i})| \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (15)$$

t_{0i} , $i = 0, 1, 2, \dots$ je rostoucí posloupnost okamžiků ve kterých je splněna podmínka $\Delta \dot{\phi}_2(t) = 0$,

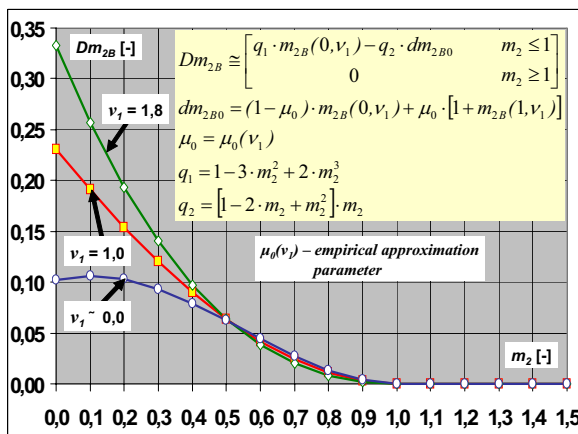
η_H je průměrná účinnost převodovky z hlediska hysterezního procesu ($\eta_H =$ např. 0,93). Jedná se o účinnost ekvivalentní pružiny (srovnejte se vztahem (10)).



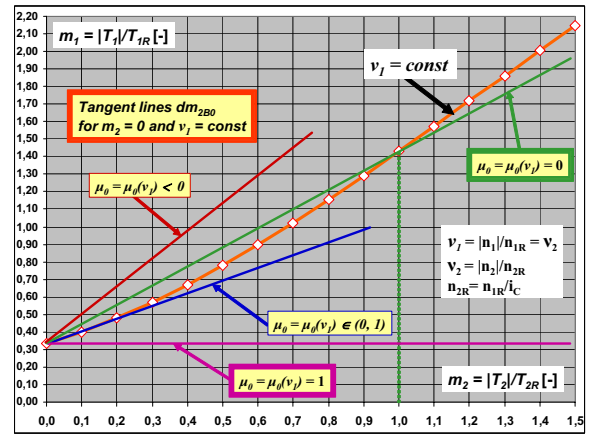
Obr. 4 Příklad grafu součinitele ztrát nesamosvorné převodovky



Obr. 5 Graf průběhu lineární složky součinitele ztrát



Obr. 6 Graf průběhu nelineární složky součinitele ztrát



Obr. 7 K objasnění významu aproximačního parametru μ_0 [-]

Je-li známa velikost momentu T_2 , je tudíž známa i normovaná hodnota m_2 . Z řešení soustavy pohybových rovnic je určena hodnota $\dot{\phi}_1 = \omega_1$ a tudíž lze určit normovanou hodnotu v_1 , takže lze nalézt odhad $m_1 = m_1(m_2, v_1)$ a následně určit s pomocí vztahu (12) velikost momentu T_1 .

Předpokládáme (Čech & Jevický (IM 2008), Obr. 3), že platí $m_1 = m_2 + m_{2B}$, kde m_{2B} je součinitel ztrát (normovaná hodnota ztrátového momentu M_{2B} – Obr. 4). Součinitel ztrát úzce souvisí s účinností převodovky η – Obr. 4. Součinitel ztrát vyjádříme jako součet (Obr. 4) složky lineární m_{2BL} – Obr. 5 a korekční složky nelineární Dm_{2B} – Obr. 6. Příslušné výpočtové vztahy jsou uvedeny na Obr. 5 a 6.

K výpočtu je nutno znát hodnoty aproximačních funkcí $m_{2B}(0, v_1)$, $m_{2B}(1, v_1)$ a $\mu_0(v_1)$.

Pro odhad hodnot $m_{2B}(0, v_1) = m_{2B}(0)$, $m_{2B}(1, v_1) = m_{2B}(1)$ a $\mu_0(v_1)$ lze v prvním přiblížení použít linearizované vztahy

$$\begin{aligned} m_{2B}(1) &\cong m_{2B0}(1) + \alpha(1) \cdot v_1 \\ m_{2B}(0) &\cong m_{2B0}(0) + \alpha(0) \cdot v_1 \\ \mu_0 &= \mu_0(v_1) \cong \mu_0(0) + [\mu_0(1) - \mu_0(0)] \cdot v_1 \end{aligned} \quad (16)$$

přičemž každou z aproximačních konstant $m_{2B0}(1), m_{2B0}(0), \alpha(1), \alpha(0), \mu_0(1), \mu_0(0)$ lze vyjádřit jako funkci teploty okolí T_A [°C] ve kterém převodovka pracuje předepsanou dobu, např. dvě hodiny, v ustáleném režimu (katalogové údaje).

V prvním přiblížení postačuje k aproximaci parabola

$$\begin{aligned} w_i &\approx b_{0i} + b_{1i} \cdot T_A + b_{2i} \cdot T_A^2 \\ w_i &\leftrightarrow m_{2B0}(1), m_{2B0}(0), \alpha(1), \alpha(0), \mu_0(1), \mu_0(0) \end{aligned} \quad (17)$$

takže údaje o ztrátách v převodovce se zredukuje na 18 hodnot aproximačních parametrů (b_{0i}, b_{1i}, b_{2i}), $i = 1$ až 6. Například pro harmonickou převodovku Harmonic Drive CSF (Housed Unit), Size 20, $i_l = i_c = 100$, $T_{2R} = 40$ Nm, $n_{1R} = 2000$ rpm, Mazivo: Harmonic grease 4B No. 2 (vazelína pro provoz za nízkých teplot) jsou aproximační konstanty ($T_A \in \langle -10, 40 \rangle$ °C) uvedeny v Tabulce 1.

Tabulka 1

	w_i	b_{2i}	b_{1i}	b_{0i}
$m_{2B}(0)$	$m_{2B0}(0)$	3,00E-05	-2,60E-03	0,1423
	$\alpha(0)$	1,00E-04	-9,00E-03	0,2682
$m_{2B}(1)$	$m_{2B0}(1)$	5,00E-05	-3,30E-03	0,2152
	$\alpha(1)$	1,00E-04	-1,07E-02	0,3200
μ_0	$\mu_0(0)$	2,00E-04	-1,15E-02	-0,0300
	$\mu_0(1)$	2,00E-04	-2,48E-02	0,5830

Zbývá objasnit význam aproximační funkce μ_0 . Jedná se o normovanou hodnotu parciální derivace dm_{2B0} křivky $m_{2B}(m_2, v_1 = konst)$ podle m_2 v počátku ($m_2 = 0$), přičemž geometrický význam normování je zřejmý z Obr. 7 a vlastní *smluvní* normovací výraz má tvar

$$\mu_0 = \mu_0(v_1 = konst) = \frac{dm_{2B0} - m_{2B}(0)}{[1 + m_{2B}(1)] - m_{2B}(0)} \quad (18)$$

Velikost součinitele μ_0 se volí tak, aby aproximované hodnoty $[m_{2B}(m_2, v_1 = konst)]_{\text{aprox}}$ součinitele ztrát se na intervalu $m_2 \in (0, 1)$ co nejvíce blížily hodnotám změřeným. Nakonec je hledána aproximace $\mu_0(v_1)$.

Převodovka pracuje obvykle v nestacionárním teplotním režimu, takže teplotu okolí T_A je nutno volit tak, aby došlo k co nejlepší shodě výsledků simulace s měřeními. Součinitel ztrát závisí i na opotřebením převodovky, což lze vystihnout nepřímo změnou T_A . Z uvedeného je zřejmé, že teplota okolí T_A má význam průběžně identifikovaného parametru při adaptivním řízení s modelem.

5. Samosvorná šneková převodovka

Nejčastěji se jako samostatná samosvorná převodovka resp. druhý stupeň kombinované převodovky používá jednostupňová šneková převodovka, neboť je konstrukčně kompaktní a lehčí. Nevýhodou je její nižší účinnost. Také u této převodovky lze dosáhnout téměř bezvůlový převod a to dvěma základními způsoby.

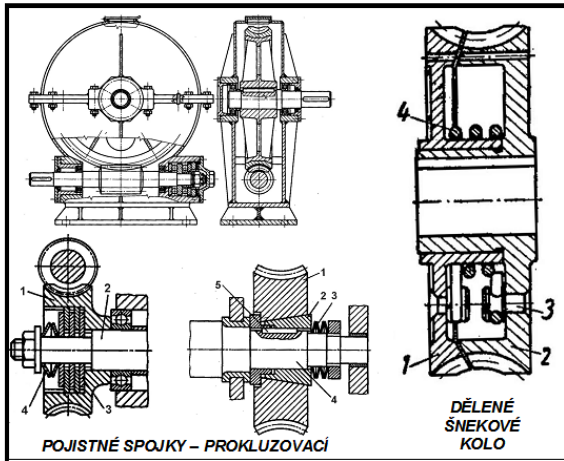
První způsob spočívá v použití děleného šnekového kola – Obr. 8. Ve druhém případě je použit výrobně náročnější šnek s evolventním ozubením v provedení „duplexní šnek“ tj. šnek s proměnnou šířkou zubu. Jeho vhodným osovým posunutím (stavěcí mechanismus) vůči šnekovému kolu lze vůle v ozubení téměř eliminovat.

Samosvornosti převodovky lze dosáhnout vhodnou volbou velikosti úhlu stoupání střední šroubovice zubu šneku γ . Platí-li, že $\gamma < \gamma_{lim} = \varphi'(v_S = 0)$, je převodovka samosvorná, přičemž γ_{lim} je mezní hodnota úhlu γ , která je rovna statickému úhlu tření $\varphi'(0)$ tj. třecímu úhlu pro nulovou skluzovou rychlost (worm-gear sliding velocity) v_S (v_{SR} je její jmenovitá hodnota odpovídající jmenovitým otáčkám vstupního hřídele převodovky n_{1R}).

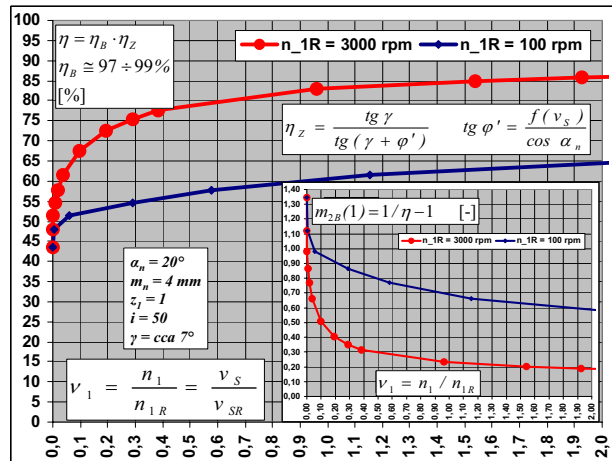
Je-li převodovka samosvorná, pak účinnost šnekového převodu η_Z pro otáčky vstupního hřídele velmi blízké nule je menší jak 50 %. Účinnost převodovky η (Obr. 9) je dána hodnotou η_Z korigovanou účinností ložisek převodovky η_B . Samosvorné jsou prakticky všechny šnekové převodovky s převodovými poměry i většími jak cca 50.

Velikost třecího úhlu (kinetického i statického) $\varphi'(v_S)$ závisí na (Obr. 9) úhlu profilu zubu v normální rovině α_n a na závislosti součinitele tření (kinetický i statický) $f = f(v_S)$ na skluzové rychlosti v_S a použité kombinaci materiálu zubů šneku a šnekového kola včetně jejich tepelné úpravy a jakosti opracování jejich povrchů. Průběhy účinnosti převodovky na Obr. 9 odpovídají kombinaci kalená ocel (šnek) – cínofosforový bronz (šnekové kolo), což je kombinace s nejmenším součinitelem tření a tedy dávající nejvyšší účinnost za jinak stejných podmínek ($\gamma_{lim} = \text{cca } 8,8^\circ$).

Průběhy účinnosti převodovky uvedené na Obr. 9 vycházejí z normalizovaného postupu pro návrh šnekové převodovky (Bolek, A. & Kochman, J. et al. (1990); *Design of a Worm-Gear*), proto lze předpokládat, že v tomto případě je $m_2 \approx 1$. Za použitého předpokladu je vypočten průběh součinitele ztrát $m_{2B}(1) = m_{2B}(m_2 = 1, v_1)$. Průběh se značně liší od téměř lineárních průběhů typických pro harmonické i cykloidní převodovky, které navíc s růstem v_1 monotonně rostou. Zatím se nepodařilo získat více informací o průběhu součinitele ztrát samosvorné šnekové převodovky $m_{2B}(m_2, v_1)$.



Obr. 8 Příklad šnekové převodovky a pojistných třecích spojek



Obr. 9 Příklad účinnosti šnekové převodovky η a součinitele ztrát m_{2B}

Pohybová rovnice vstupního hřídele samosvorné převodovky má tvar

$$J_{1RSL} \cdot \ddot{\varphi}_2 + b_2 \cdot \dot{\varphi}_2 = T_{2C}, \quad (19)$$

kde J_{1RSL} je moment setrvačnosti samosvorné převodovky (index SL – self-locking) redukováný na její vstupní hřídel [kgm²],

b_2 je součinitel viskózního tlumení (redukováná hodnota) [Nm/(rad/s)]. Často se zavádí mechanická časová konstanta $\tau_{M2} = J_{1RSL}/b_2$ [s].

$$T_{2C} = \begin{cases} T_{2E} & \dot{\varphi}_2 \neq 0 \\ T_{2E} & \dot{\varphi}_2 = 0 \quad \& \quad \text{sign}T_{2E} = \text{sign}T_2 \\ 0 & \dot{\varphi}_2 = 0 \quad \& \quad \text{sign}T_{2E} \neq \text{sign}T_2 \end{cases}$$

$$T_{2E} = T_2 - T_{1SL} \cdot \text{sign}T_2$$

$T_{1SL} = T_{1SLR} \cdot m_{1SL} \geq 0$ je moment působící na vstupní hřídel samosvorné převodovky a je analogický k momentu T_1 nesamosvorné převodovky, avšak s tím rozdílem, že se vždy jedná o moment suchého tření; $T_{1SLR} = T_{2SLR}/i_2$, obdobně

$T_3 = T_{2SL} = T_{2SLR} \cdot m_{2SL} \cdot \text{sign}T_3$ je moment působící na výstupní hřídel samosvorné převodovky a je zcela analogický k momentu T_2 nesamosvorné převodovky. Jeho velikost závisí na „zkroucení“ převodů samosvorné převodovky

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_2 / i_2 - \varphi_3, \quad \Delta\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_2 / i_2 - \dot{\varphi}_3, \quad \Delta\ddot{\varphi}_2 = \ddot{\varphi}_2 / i_2 - \ddot{\varphi}_3,$$

i_2 je kinematický převodový poměr samosvorné převodovky. Jsou-li použity současně nesamosvorná a samosvorná převodovka, pak celkový kinematický převodový poměr této soustavy je $i_C = i_1 \cdot i_2$.

Moment $T_3 = T_{2SL}$ se počítá stejným postupem jako moment T_2 , tedy podle analogických vztahů ke vztahům (13) až (15), přičemž se používají parametry platné pro samosvornou převodovku.

Normovaná hodnota m_{1SL} momentu T_{1SL} je dána vztahem $m_{1SL} = m_{2SL} + m_{2BSL}$ a zároveň $m_{2SL} = |T_3|/T_{2SLR}$. Výpočet součinitele ztrát samosvorné převodovky m_{2BSL} se bude provádět obdobným způsobem jako u převodovky nesamosvorné (s ohledem na znalost jednotlivých aproximačních vztahů). Jmenovité hodnoty (T_{2SLR} , ω_{1SLR} resp. n_{1SLR}), přičemž platí vztah $v_{1SL} = \omega_2/\omega_{1SLR} = n_2/n_{1SLR}$, odpovídají jmenovitým hodnotám (T_{2R} , ω_{1R} resp. n_{1R}) nesamosvorné převodovky.

6. Řízený objekt a pojistná spojka

Je-li použita pojistná spojka, je nutno analyzovat souběžně dvě pohybové rovnice a to pohybovou rovnici vstupního hřídele pojistné spojky (zároveň výstupní „hřídel“ samosvorné převodovky) a pohybovou rovnici řízeného objektu. Dále se budeme zabývat pouze pojistnými prokluzovacími spojkami třecími – Obr. 8. Řídící veličinou je pak skluzová rychlost $\Delta\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4$ spojky.

Platí-li v daném okamžiku, že $\Delta\dot{\varphi}_3 \neq 0$, pak je nutno řešit současně dvě pohybové rovnice:
- *pohybová rovnice vstupního hřídele pojistné spojky (index SC- Safety Clutch)*

$$J_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 + b_3 \cdot \dot{\varphi}_3 = T_3 - T_{SC} \cdot \text{sign}\Delta\dot{\varphi}_3, \quad (20)$$

kde J_3 je moment setrvačnosti vstupního hřídele spojky s příslušenstvím [kgm^2],

b_3 je součinitel viskózního tlumení (redukováná hodnota) [$\text{Nm}/(\text{rad}/\text{s})$]. Často se zavádí mechanická časová konstanta $\tau_{M3} = J_3/b_3$ [s].

T_{SC} je velikost momentu třecí spojky. V prvním přiblížení lze použít aproximaci

$$T_{SC} \cong T_{SCB} - [T_{SCM} - T_{SCB}] \cdot \exp[-(|\Delta\dot{\varphi}_3| \cdot \tau_{SC})], \quad (21)$$

T_{SCM} je maximální velikost momentu přenášeného třecí spojkou,

$T_{SCB} \leq T_{SCM}$ je nejmenší velikost momentu přenášeného spojkou při jejím plném prokluzu,

τ_{SC} je časová konstanta třecí spojky [s]. Její velikost je vhodné volit co nejmenší.

- *pohybová rovnice řízeného objektu (systému, zátěže)*

$$J_4 \cdot \ddot{\varphi}_4 + b_4 \cdot \dot{\varphi}_4 = T_{4C}, \quad (22)$$

kde J_4 je konstantní redukovány moment setrvačnosti řízeného objektu [kgm^2],

b_4 je součinitel viskózního tlumení (redukováná hodnota) [$\text{Nm}/(\text{rad}/\text{s})$]. Často se zavádí mechanická časová konstanta $\tau_{M4} = J_4/b_4$ [s].

$$T_{4C} = \begin{cases} \Delta T_{SC} - M_{Z0} \cdot \text{sign}\dot{\varphi}_4 & \dot{\varphi}_4 \neq 0 \\ \Delta T_{SC} - M_{Z0} \cdot \text{sign}(\Delta T_{SC}) & \dot{\varphi}_4 = 0 \quad \& \quad |\Delta T_{SC}| \geq M_{Z0} \\ 0 & \dot{\varphi}_4 = 0 \quad \& \quad |\Delta T_{SC}| \leq M_{Z0} \end{cases}$$

$$\Delta T_{SC} = T_{SC} \cdot \text{sign}\Delta\dot{\varphi}_3 - M_Z$$

M_{Z0} je výsledný moment celkového suchého tření,

M_Z je výsledný moment všech sil a momentů působících na řízený objekt s výjimkou momentů suchého tření.

Platí-li v daném okamžiku, že $\Delta\dot{\varphi}_3 = 0$, pak *třecí spojka neprokluzuje* a je nutno moment T_{SC} ze soustavy rovnic (20) a (22) vyloučit. Po úpravě získáme společnou pohybovou rovnici pro řízený objekt otáčející se synchronně se vstupní hřídelí pojistné třecí spojky ($\varphi_3 \equiv \varphi_4, \dot{\varphi}_3 \equiv \dot{\varphi}_4, \ddot{\varphi}_3 \equiv \ddot{\varphi}_4$.)

$$(J_4 + J_3) \cdot \ddot{\varphi}_4 + (b_4 + b_3) \cdot \dot{\varphi}_4 = T_{34C}, \quad (23)$$

kde

$$T_{34C} = \begin{cases} \Delta T_{34} - M_{Z0} \cdot \text{sign} \dot{\varphi}_4 & \dot{\varphi}_4 \neq 0 \\ \Delta T_{34} - M_{Z0} \cdot \text{sign}(\Delta T_{34}) & \dot{\varphi}_4 = 0 \quad \& \quad |\Delta T_{34}| \geq M_{Z0} \\ 0 & \dot{\varphi}_4 = 0 \quad \& \quad |\Delta T_{34}| \leq M_{Z0} \end{cases}$$

$$\Delta T_{34} = T_3 - M_Z$$

Rovnice (23) je v daném okamžiku platná, pokud jsou následující podmínky splněny současně $|T_3| \leq T_{SCM}$ a $\Delta\dot{\varphi}_3 = 0$. Není-li splněna alespoň jedna z těchto podmínek, platí v daném okamžiku soustava rovnic (20) a (22).

Nejprve testujeme v daném okamžiku resp. integračním kroku, pokud platí $\Delta\dot{\varphi}_3 = 0$, platnost rovnice (23). Jestliže podmínka $|T_3| \leq T_{SCM}$ není splněna, zopakujeme výpočty pro soustavu rovnic (20) a (22).

Jestliže v předchozích vztazích byly testovány podmínky typu „x = konstanta“, je nutno ve skutečnosti pracovat s podmínkou „x = konstanta $\pm \varepsilon$ “, kde $\varepsilon \rightarrow 0$ je numerická tolerance platnosti rovnosti.

Není-li aplikována pojistná spojka, platí vždy rovnice (23). Obvykle je $J_3 = 0$ a $b_3 = 0$.

Není-li použita ani samosvorná převodovka, pak $\varphi_2 \equiv \varphi_3 \equiv \varphi_4, \dot{\varphi}_2 \equiv \dot{\varphi}_3 \equiv \dot{\varphi}_4, \ddot{\varphi}_2 \equiv \ddot{\varphi}_3 \equiv \ddot{\varphi}_4$, a v rovnici (23) je nutno nahradit moment T_3 momentem T_2 .

7. Závěr

V příspěvku je uveden kompletní model typického pohonu, který je určen k simulačním výpočtům, případně jako výchozí model pro adaptivní řízení s modelem příslušného servomechanismu.

Vzhledem k našim současným potřebám nepředpokládáme, že bychom dohledné době rozvíjeli model se samosvornou převodovkou a pojistnou spojkou. Jsme však ochotni na takovém modelu spolupracovat s vážnými zájemci.

V následujícím období se zaměříme na naprogramování a odladění příslušných programů. Výhledově pak simulační program využijeme pro sestavení programu pro řízení servomechanismů pasivního optoelektronického dálkoměru (POED).

8. Poděkování

Tato práce vznikla za podpory z finančních prostředků projektu průmyslového výzkumu MPO ČR, kód projektu: FT – TA3/103, Název projektu: Výzkum high-end technologií a metod pro rozpoznání pohybujících se objektů, stanovení parametrů pohybu objektů a pro systémy automatického sledování pohybujících se objektů.

9. Literatura

Balátě, J. (2004) *Automatic control* (2nd edition). Praha, BEN , 664 pages.

Bolek, A. & Kochman, J. et al. (1990) *Machine elements. 2nd volume* (Technický průvodce 6). Praha, SNTL, 712 pages.

Čech, V. & Jevický, J. (2005) Simplified dynamic model of the self-locking transmission. (In Czech.) In *Proceedings of Colloquium Dynamics of Machines 2005*, Praha, 8.- 9.2.2005, pp. 15-22, ISBN 80-85918-79-X.

Čech, V. (2006) *Systemic study to the evaluation of system solution and the accuracy of measurement of targets range by passive optoelectronic rangefinder*. (In Czech.) The part of the industrial research project of MIT CR FT – TA3/103. Brno. 281 pages.

Čech, V. & Jevický, J. (2008) Simplified dynamic model of the transmission. In: *Book of Extended Abstracts of Engineering Mechanics 2008 and Proceedings on CD-ROM*, Editor: Fuis, V. and Pásek, M., Svratka, 12. - 15. 5. 2008, pp. 44-45 and pp. 128-143, ISBN 978-80-87012-11-6.

Čech, V. & Jevický, J. (2008) Simplified dynamic model of the gearbox. In: *Proceedings on CD-ROM, 24th Conference with International Participation – Computational Mechanics*, Hrad Nečtiny, 3. - 5. 11. 2008, ISBN 978-80-7043-712-4.

Čech, V. et al. (2009) *Final Research Report of the Industrial Research Project of MIT CR FT – TA3/103 "Research of high-end technologies and methods for recognition of moving objects, determination of parameters of objects' motion and for systems of automatic tracking of moving objects"*. Brno. 175 pages.

Juliš, K. – Brepta, R. et al. (1987) *Mechanics – Dynamics – Technický průvodce 66*, Praha, SNTL, 688 pages.

Catalogues of Twinspin Bearing Reducers (Cycloidal reducers), Kimex, s.r.o., Košice. www.twinspin.sk .

Catalogues of Harmonic Drive LLC. *Harmonic drive gearing*. Precision Gearing and motion. Control. Miniature gearheads. www.harmonicdrive.net/products/gearheads/ .

Design of a Worm Gear. www.roytech.co.uk/Useful_Tables/Drive/Worm_Gears.html