

## PULSATING FLOW IN PIPE

L. Hružík\*

**Summary:** *Paper deals with the analysis of pulsating flow of mineral oil in long circular pipe with throttle valve at its end. Pulsating pressure was numerically simulated by software Flowmaster using one-dimensional model of the pipe with continuously distributed parameters, and using the software Matlab SimHydraulics, where the long pipe was divided into segments with concentrated parameters. The pulsating pressure was also measured using experimental equipment for generation of pressure pulses. Amplitude frequency characteristics of pressure changes in the long pipe with throttle valve at its end was determined from numerically simulated and measured time histories.*

### 1. Úvod

Při pulzujícím proudění kapaliny v dlouhém potrubí s danou budicí frekvencí mají časové průběhy pulzujícího tlaku v jednotlivých místech po délce potrubí odlišnou amplitudu a jsou vzájemně časově posunuty. Amplituda a fáze pulzujícího tlaku v daném místě potrubí je frekvenčně závislá.

### 2. Numerická simulace – potrubí se spojitě rozloženými parametry

Matematický model nestacionárního proudění jednorozměrného sloupce stlačitelné kapaliny se spojitě rozloženými parametry v pružném kruhovém potrubí a hydraulickými ztrátami je popsán v (Zymák, 1994) pohybovou rovnicí (1) a rovnicí kontinuity (2):

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} + p_z(x, t) + H \cdot \frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{C} \cdot \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Obdobný popis rovnic (1), (2) je uveden v (Kozubková, 2003). Tlak  $p$  a průtok  $Q$  jsou funkcí polohy  $x$  a času  $t$ .

Člen  $p_z(x, t)$  vyjadřuje tlakové ztráty při proudění kapaliny. Pro tlakové ztráty při turbulentním proudění platí:

$$p_z(x, t) = R_N \cdot Q \cdot |Q| \quad (3)$$

---

\* Dr. Ing. Lumír Hružík, Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení, Fakulta strojní, VŠB - TU Ostrava; 17. listopadu 15; 708 33 Ostrava; tel.: +420.59 732 4384, fax: +420.59 732 4233; e-mail: lumir.hruzik@vsb.cz

$R_N$  je nelineární odpor proti pohybu kapaliny v potrubí jednotkové délky:

$$R_N = \frac{8 \cdot \lambda_T \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d^5} \quad (4)$$

kde  $\lambda_T$  je třecí součinitel odpovídající turbulentnímu proudění,  $\rho$  – měrná hmotnost kapaliny,  $d$  – vnitřní průměr potrubí. Pro tlakové ztráty při laminárním proudění platí:

$$p_z(x, t) = R_L \cdot Q \quad (5)$$

$R_L$  představuje lineární odpor proti pohybu kapaliny v potrubí jednotkové délky:

$$R_L = \frac{128 \cdot \nu \cdot \rho}{\pi \cdot d^4} \quad (6)$$

kde  $\nu$  je kinematická viskozita kapaliny.

$H$  vyjadřuje odpor proti zrychlení sloupce kapaliny jednotkové délky:

$$H = \frac{\rho}{S} \quad (7)$$

$S$  je plocha průřezu sloupce kapaliny.

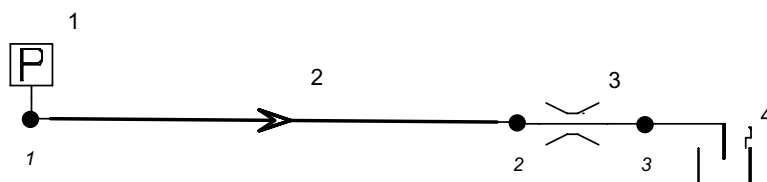
$C$  je hydraulická kapacita soustavy kapalina v potrubí jednotkové délky:

$$C = \frac{S}{K} \cdot \left( 1 + \frac{K \cdot d}{E \cdot s} \right) \quad (8)$$

kde  $K$  je modul pružnosti kapaliny včetně vlivu bublin plynu v kapalině,  $E$  – modul pružnosti materiálu potrubí,  $s$  – tloušťka stěny potrubí.

Soustavu parciálních diferenciálních rovnic (1), (2) je možno řešit metodou charakteristik uvedenou v (Kozubková, 2003), kdy parciální diferenciální rovnice přecházejí na obyčejné diferenciální rovnice. Metoda charakteristik je využívána programem Flowmaster pro numerické řešení nestacionárního proudění v potrubí se spojitě rozloženými parametry. Pomocí uvedeného programu byl simulován pulzující průtok v potrubí se spojitě rozloženými parametry, což je uvedeno v (Hružík, 2008; Palíková, 2008).

Na obr. 1 je simulační schéma pulzujícího proudění zpracované v programu Flowmaster. Skládá se ze zdroje tlaku 1, potrubí se spojitě rozloženými parametry 2, škrticího ventilu 3 a nádrže 4. Prvky jsou zobrazeny velkými písmeny, propojovací uzly malými písmeny.



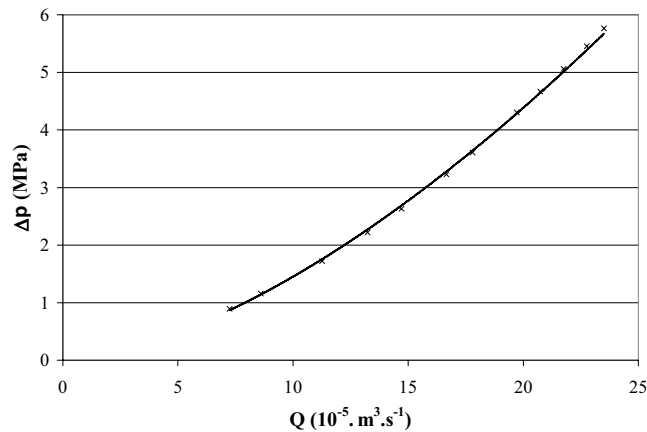
Obr. 1 Simulační schéma ve Flowmasteru

Bylo modelováno potrubí délky  $L = 59,18$  m s vnitřním průměrem  $d = 0,012$  m, tloušťkou stěny  $s = 0,002$  m a modulem pružnosti  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Pa. Změřené fyzikální vlastnosti minerálního oleje byly následující: měrná hmotnost  $\rho = 869,7$   $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , kinematická viskozita

$v = 5,06 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  (měřeno při teplotě  $t_t = 35,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ), rychlost zvuku v kapalině včetně vlivu potrubí:  $c = 1314,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Modul pružnosti  $K_{op}$  soustavy olej + potrubí byl vypočten z experimentálně stanovené rychlosti zvuku soustavy olej + potrubí dle vztahu:

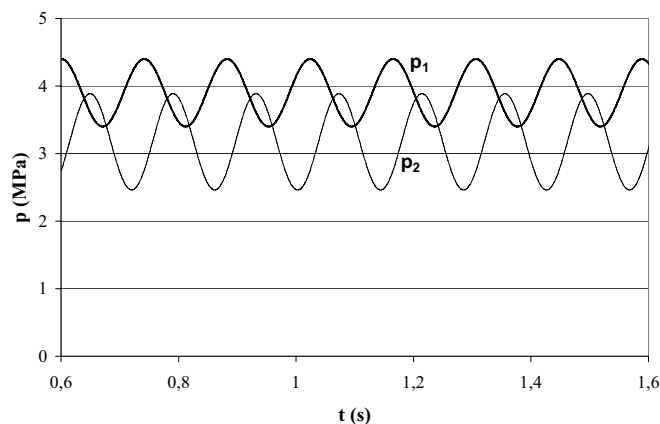
$$K_{op} = c^2 \cdot \rho = 1,5 \cdot 10^9 \text{ Pa} \quad (9)$$

Škrticí ventil byl popsán experimentálně stanovenou  $\Delta p - Q$  charakteristikou, která je měřena při teplotě oleje  $t_t = 35,5 \text{ }^\circ\text{C}$  a kinematické viskozitě oleje  $v = 5,06 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .



Obr. 2  $\Delta p - Q$  charakteristika škrticího ventilu

Pomocí zdroje tlaku byl na vstupu do potrubí generován harmonický tlakový signál různých frekvencí s amplitudou 0,5 MPa kmitající kolem střední hodnoty tlaku 3,9 MPa. Byl vyhodnocen průběh pulzujícího tlaku  $p_2$  ve vzdálenosti 6,2 m od konce potrubí a pulzujícího tlaku  $p_1$  na vstupu do potrubí. Příklad simulovaných časových průběhů tlaků  $p_1$  a  $p_2$  při budicí frekvenci  $f = 7,08 \text{ Hz}$  je na obr. 3. Tlaky  $p_1$  a  $p_2$  mají odlišné amplitudy a jsou vzájemně časově posunuty.

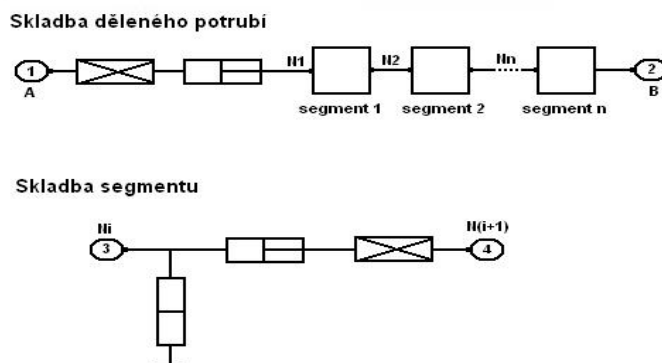


Obr. 3 Simulované časové průběhy tlaků  $p_1$  a  $p_2$ ,  $f = 7,08 \text{ Hz}$ , (Flowmaster)

### 3. Numerická simulace – segmentované potrubí se soustředěnými parametry

Potrubí dané délky se rozdělí příčnými řezy na zvolený počet segmentů se soustředěnými parametry. Při simulaci segmentovaného potrubí v programu Matlab SimHydraulics se

v případě jednoho segmentu jedná o symetrický T článek se soustředěnými parametry. Každý další segment je počítán jako L článek se soustředěnými parametry, což je uvedeno v (Palíková, 2008). Zapojení hydraulických odporů potrubí proti pohybu R, proti zrychlení H a proti deformaci D je u segmentovaného potrubí zřejmé z obr. 4.

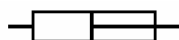


Obr. 4 Skladba segmentovaného potrubí

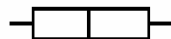
Na obr. 5 až 7 jsou uvedeny značky jednotlivých hydraulických odporů použité v obr. 4.



Obr. 5 Značka odporu proti pohybu R



Obr. 6 Značka odporu proti zrychlení H



Obr. 7 Značka odporu proti deformaci D

Pro tlakové spády na hydraulických odporech proti pohybu R, proti zrychlení H a proti deformaci D platí:

$$\Delta p = R \cdot Q^n \quad (10)$$

Při laminárním proudění je  $n = 1$ , při turbulentním proudění  $n = 2$ .

$$\Delta p = H \cdot \frac{dQ}{dt} \quad (11)$$

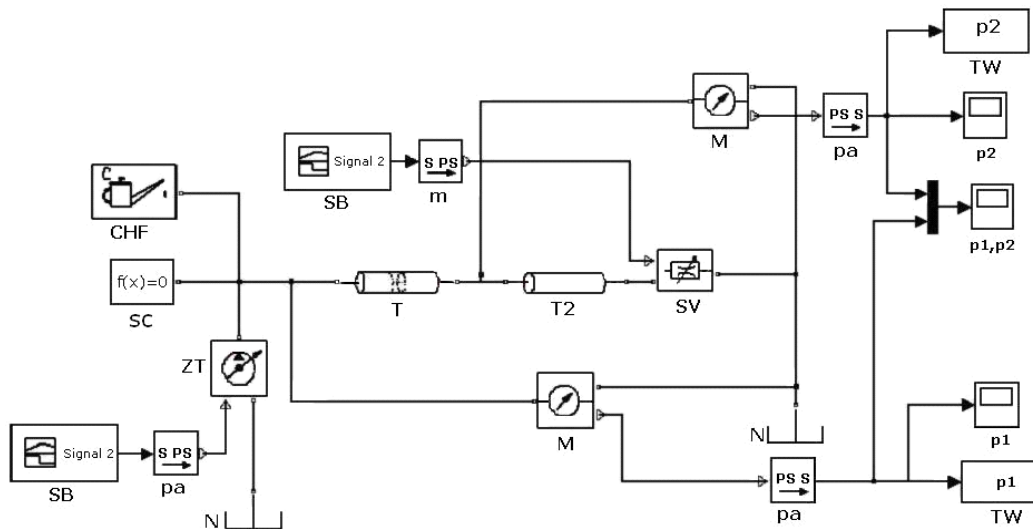
$$\Delta p = D \cdot \int Q \cdot dt \quad (12)$$

Hydraulický odpor proti deformaci D je roven převrácené hodnotě hydraulické kapacity C. Odpory R, H, D ve vztazích (10), (11), (12) se stanoví z odporů jednotkové délky definovaných ve vztazích (4), (6), (7) a (8) jejich násobením příslušnou délkou potrubního segmentu.

Pomocí programu Matlab SimHydraulics byl simulován pulzující tlak v segmentovaném potrubí, což je popsáno v (Hružík & Palíková, 2008). Simulační schéma je na obr. 8. Olej teče z ideálního zdroje tlaku ZT (ideal hydraulic pressure source) přes potrubí T (segmented pipe-

line), potrubí T2 (hydraulic pipeline), dále přes škrticí ventil SV (variable orifice) do nádrže N (tank).

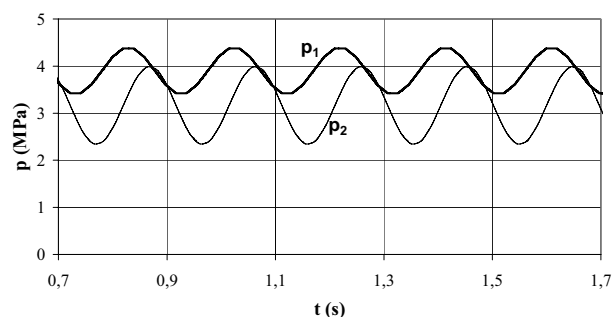
Potrubí délky  $L = 59,18$  m bylo rozděleno na dva úseky, tj. na potrubí T délky  $l_1 = 52,98$  m a potrubí T2 délky  $l_2 = 6,2$  m. Pro potrubí T byl použit model segmentovaného potrubí s počtem segmentů 60. Potrubí T2 bylo definováno jako jeden článek se soustředěnými parametry uvažující odpor proti pohybu a odpor proti deformaci, viz manuál SimHydraulics Reference. Vnitřní průměr obou potrubí byl  $d = 0,012$  m. Stěna obou potrubí byla zvolena tuhá. Pomocí členu parametry kapaliny CHF (custom hydraulic fluid) byly zvoleny stejné fyzikální parametry kapaliny (měrná hmotnost, modul pružnosti a viskozita) jako v kapitole 1.



Obr. 8 Simulační schéma v Matlab SimHydraulics

Časové průběhy budicího harmonického signálu byly generovány použitím členu tvořič signálu SB (signal builder) umístěným na vstupu zdroje tlaku ZT. Prvek pa (S PS) simulink měnič (simulink converter) mění bezrozměrný signál simulinku na fyzikální signál (tlak). Podmínky simulace byly zadány ve výpočtovém členu SC (solver configuration). Tlaky byly odečítány pomocí komponentů snímač tlaku M (ideal hydraulic pressure sensor) a prvků pa (PS S) simulink měnič (simulink converter). Prvky pa (PS S) mění fyzikální signál ze snímače tlaku M na bezrozměrný signál. Prvky pro vizualizaci výpočtu  $p_1$ ,  $p_2$  a  $p_1, p_2$  (scopes) zobrazují časové průběhy tlaků  $p_1$ ,  $p_2$ . Prvek TW (to workspace) zapisuje vstupy daného pole do pracovní oblasti Matlabu. Na konci potrubí T2 byl umístěn škrticí ventil SV definovaný  $\Delta p - Q$  charakteristikou jako prvek variabilní otvor (variable orifice).  $\Delta p - Q$  charakteristika škrticího ventilu je uvedena v kap. 1 na obrázku 2. Otevření škrticího ventilu bylo definováno prvky tvořič signálu (signal builder) SB a simulink měnič m (S PS) (simulink converter).

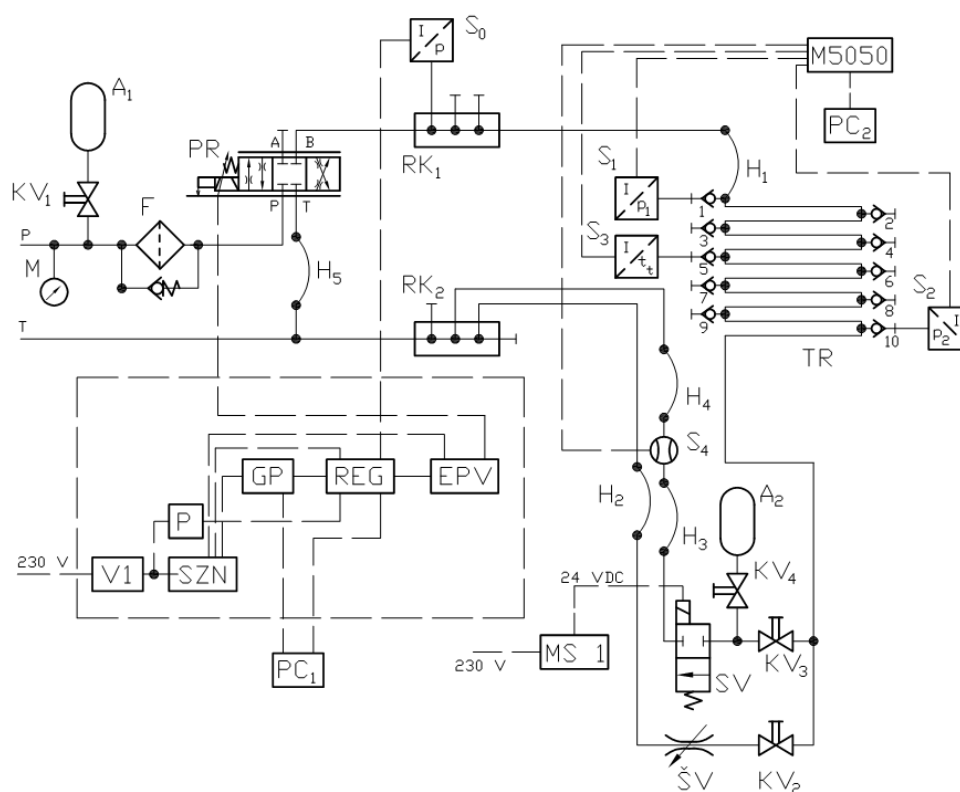
V programu Matlab SimHydraulics byly pro různé frekvence simulovány časové průběhy harmonického tlaku  $p_1$  na vstupu a  $p_2$  na konci potrubí T. Příklad simulovaných časových průběhů tlaků  $p_1$  a  $p_2$  při budicí frekvenci  $f = 5,127$  Hz je na obr. 9.



Obr. 9 Simulované časové průběhy tlaků  $p_1$  a  $p_2$ ,  $f=5,127$  Hz, (Matlab SimHydraulics)

#### 4. Experimentální vyhodnocení

Pro ověření výsledků numerické simulace byly experimentálně vyhodnoceny časové průběhy pulzujícího tlaku v ocelovém potrubí TR délky  $L = 59,18$  m s vnitřním průměrem  $d = 0,012$  m a tloušťkou stěny  $s = 0,002$  m. Potrubí bylo stočeno do spirály o průměru 1,83 m (viz obr. 11) a bylo zapojeno v obvodu pro generování tlakových pulzů. Schéma hydraulického obvodu pro generování a měření tlakových pulzů je na obr. 10. Jedná se o univerzální obvod pro měření dynamických vlastností potrubí. Uvedený obvod je včetně změřených tlakových průběhů popsán v (Hružík & Kozubková 2006).



Obr. 10 Schéma obvodu pro generování tlakových pulzů

Legenda : P – tlakový výstup z hydraulického agregátu,  $A_1$ ,  $A_2$  – hydraulické akumulátory, F – tlakový filtr s indikátorem znečištění, PR – proporcionální rozváděč,  $RK_1$ ,  $RK_2$  – rozváděcí kostky,  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  – snímače tlaku (přesnost 0,5%),  $S_3$  – snímač teploty (přesnost 1%),

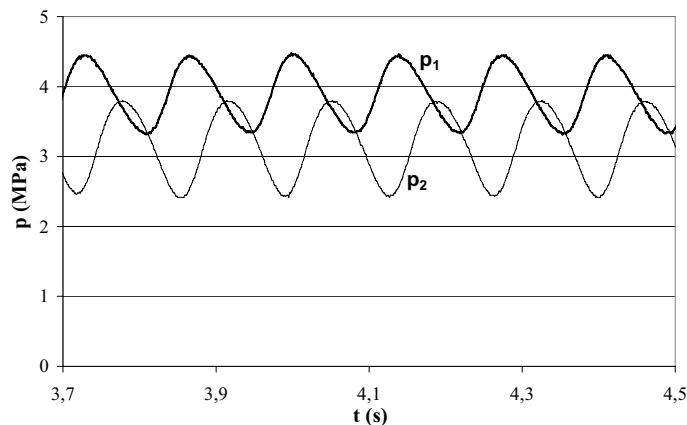
$S_4$  – snímač průtoku (přesnost 1%),  $KV_1, KV_2, KV_3, KV_4$  – kulové ventily,  $SV$  – sedlový ventil,  $\check{S}V$  – škrticí ventil,  $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5$  – hadice,  $TR$  – měřená trubka s Minimes přípojkami 1 až 10,  $EPV$  – elektronika proporcionálního rozváděče,  $REG$  – regulátor,  $GP$  – generátor pulzů,  $V1$  – vypínač,  $SZN$  – stabilizovaný zdroj,  $P$  – přepínač,  $M5050$  – univerzální měřicí přístroj,  $PC_1, PC_2$  – počítače,  $T$  odpadní větve do nádrže.

Zdrojem tlakové kapaliny byl hydraulický agregát s regulací na konstantní tlak. Pulzující tlak na vstupu do trubky  $TR$  byl generován proporcionálním rozváděčem  $PR$ . Kapalinou byl minerální olej s vizkozitou, měrnou hmotností a modulem pružnosti, které jsou uvedeny v kapitole 1. Minerální olej tekł ze zdroje tlaku (vstup  $P$ ) přes proporcionální rozváděč  $PR$ , rozváděcí kostku  $RK_1$ , hadici  $H_1$ , trubku  $TR$ , kulový ventil  $KV_2$ , škrticí ventil  $\check{S}V$ , hadici  $H_2$  a rozváděcí kostku  $RK_2$  zpět do nádrže. Pomocí měřicího přístroje  $M 5050$  Hydrotechnik byly měřeny časové závislosti pulzujících tlaků  $p_1$  na snímači  $S_1$  a  $p_2$  na snímači  $S_2$ . Dále byla měřena teplota  $t_t$  snímačem  $S_3$ .



Obr. 11 Dlouhé potrubí v obvodu pro generování tlakových pulzů

Příklad naměřených časových průběhů pulzujících tlaků  $p_1$  na vstupu do potrubí a  $p_2$  ve vzdálenosti 6,2 m od konce potrubí při budicí frekvenci  $f = 7,08$  Hz je na obr. 12.



Obr. 12 Naměřené časové průběhy tlaků  $p_1$  a  $p_2$ ,  $f = 7,08$  Hz

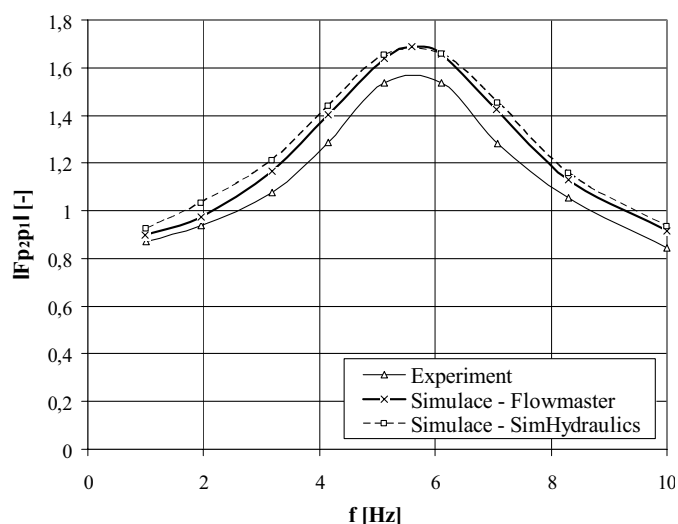
### 5. Amplitudová frekvenční charakteristika tlaku potrubí se škrticím ventilem

Ze simulovaných časových harmonických průběhů tlaků  $p_1$  a  $p_2$  byly při různých budicích frekvencích  $f$  vypočteny amplitudy frekvenčního přenosu  $|F_{p_2 p_1}|$  potrubí se škrticím ventilem na jeho konci jako poměr amplitud  $p_{2A}$  a  $p_{1A}$  obou tlaků:

$$|F_{p_2 p_1}| = \frac{p_{2A}}{p_{1A}} \quad (13)$$

Z naměřených časových periodických průběhů tlaků  $p_1$  a  $p_2$  byly nejdříve vypočteny jejich frekvenční spektra metodou rychlé Fourierovy transformace (FFT), ze kterých byly zjištěny amplitudy  $p_{1A}$  a  $p_{2A}$  harmonických složek obou tlaků odpovídajících dané budicí frekvenci. Vyhodnocení frekvenčního spektra z měřených časových záznamů pulzujících tlaků je uvedeno v (Hružík & Sikora, 2008). Následně byly dle vztahu (13) vypočteny amplitudy frekvenčního přenosu.

Z numericky simulovaných a naměřených dat byla vyhodnocena amplitudová frekvenční charakteristika tlaku potrubí jako závislost amplitudy frekvenčního přenosu  $|F_{p_2 p_1}|$  na frekvenci  $f$ , viz obr. 13.



Obr. 13 Amplitudová frekvenční charakteristika tlaku potrubí se škrticím ventilem na jeho konci, (simulace Flowmaster, simulace Matlab SimHydraulics, experiment)

Z obr. 13 je vidět obdobný průběh simulované charakteristiky pro model potrubí se spojitě rozloženými parametry (Flowmaster) a pro model segmentovaného potrubí se soustředěnými parametry (Matlab SimHydraulics). Průběhy amplitudových frekvenčních charakteristik simulovaných pomocí programu Flowmaster (potrubí se spojitě rozloženými parametry) a simulovaných v programu Matlab SimHydraulics (segmentované potrubí se soustředěnými parametry) prakticky odpovídají experimentálně zjištěnému průběhu této charakteristiky. Malý rozdíl mezi simulovanými charakteristikami a experimentálně zjištěnou charakteristikou může být způsoben nepřesnostmi při měření. Z obr. 13 je zřejmá první vlastní frekvence uvedené soustavy  $f = 5,5$  Hz, kdy amplituda frekvenčního přenosu  $|F_{p_2 p_1}|$  dosahuje svého maxima.

Tlakové pulzace mají vliv na snížení životnosti hydraulických prvků v obvodu, přičemž v oblasti rezonančních frekvencí mohou vést až k havárii zařízení. Presentovaný způsob generování pulzujícího tlaku může najít využití také při výzkumu únavy materiálu na dutých



vzorcích zatížených vnitřním přetlakem. Vliv neproporcionality aplikovaných zatížení je v posledních letech intenzivně zkoumán experimentálně i numericky s ohledem na možnost akumulace cyklické plastické deformace (ratchetingu) u potrubí (Rojíček & Halama 2007).

## 6. Závěr

Při simulaci pulzujícího proudění minerálního oleje (newtonské viskózní kapaliny) v daném dlouhém potrubí délky 59 m bylo pro rozsah budicích frekvencí  $f = (0 \div 10)$  Hz dosaženo dobrých výsledků jak s modelem potrubí se spojitě rozloženými parametry, tak rovněž s modelem segmentovaného potrubí se soustředěnými parametry. Simulované průběhy amplitudové frekvenční charakteristiky prakticky odpovídají experimentu. Výsledek numerické simulace je významně závislý na rychlosti zvuku v kapalině (modulu pružnosti kapaliny), která byla pro ověření matematických modelů stanovena experimentálně.

Z obr. 13 je zřejmý nárůst amplitudy pulzujícího tlaku na konci potrubí v oblasti budicích frekvencí blízkých se první vlastní frekvenci soustavy  $f = 5,5$  Hz.

## 7. Literatura

Flowmaster International Limited, England. (1996) *User Manual, Fluid Power Steady State & Transient*.

Hružík, L. (2008) Dynamics of Pulsating Flow. In: *TRANSFER 2008 – Zborník prednášok*. Fakulta špeciálnej techniky. Trenčianska univerzita Alexandra Dubčeka v Trenčíne, Trenčín, CD ROM, 6 s. ISBN 978-80-8075-356-6.

Hružík, L. & Kozubková, M. (2006) *Dynamika tekutinových mechanizmů – návody do cvičení*. VŠB-TU Ostrava, 82 s. <<http://www.338.vsb.cz/dynamikanavody.pdf>>.

Hružík, L. & Palíková, B. (2008) Experience with the Dynamics Flow in the Pipeline Modelling Using Matlab – SimHydraulics. *ACTA HYDRAULICA ET PNEUMATICA*, č. 2/2008 (6), s. 14-17. ISSN 1336-7536.

Hružík, L. & Sikora, R. (2008) Experimental Determination of Amplitude Frequency Characteristic of Pressure for a Long Pipe Using Frequency Analysis. *ACTA HYDRAULICA ET PNEUMATICA*, č. 1/2008 (5), s. 24-28. ISSN 1336-7536.

Kozubková, M. (2003) *Aplikovaná mechanika*. VŠB-TU Ostrava, 96 s. <<http://www.338.vsb.cz/aplmech2003.pdf>>.

Palíková, B. (2008) *Dynamické vlastnosti obvodu s dlouhým potrubím*. Diplomová práce. VŠB-TU Ostrava, 73 s.

Pochylý, F. (1990) *Dynamika tekutinových systémů*. VUT Brno, 107 s.

Rojíček, J. & Halama, R. (2007) Numerical Simulations of Pipeline Tests Considering Ratchetting Effect. In: *Book of Extended Abstracts, National Conference Engineering Mechanics*, AVČR Institute of Thermomechanics, Svratka, 2 s. ISBN 978-80-87012-06-2.

The MathWorks, USA. (2007) *Matlab Simulink User's Guide, SimHydraulics User's Guide, Reference*

Vašina, M. (2000) *Energeticky úsporné hydraulické systémy zvedacích a nakládacích zařízení montovaných na nákladní automobily*. Disertační práce. VŠB-TU Ostrava, 152 s.

Zymák, V. (1994) *Dynamika pulzujícího průtoku (Teorie, měření, aplikace, zkušenosti)*. PC-DIR Brno, 210 s. ISBN 80-85895-00-5.