

**ACTION OF BACKLASHES IN DOUBLE – MOTOR
ELECTROMECHANICAL DRIVES****PŮSOBNÍ VŮLÍ VE DVOUMOTOROVÝCH
ELEKTROMECHANICKÝCH POHONOVÝCH SOUSTAVÁCH****J. Kalous***

Summary: *The paper deals with simulation analyses of influence of backlashes in a mechanical part on loading of connecting shafts in non-controlled double-motor dc drives during idle running. The drive motors are supplied by a wavy dc voltage caused by an unsatisfactory filtering in a source rectifier. When analyzing results of simulations the main attention was paid to forced mechanical movement in the drive mechanical parts.*

1. Úvod

Přítomnost vůlí a dalších nelinearit v pružných vazbách mezi jednotlivými mechanickými částmi elektromechanických pohonů ovlivňuje významným způsobem jejich dynamiku. Přitom se zejména vůle v průběhu provozování pohonů neustále zvětšují například vlivem opotřebení zubů v převodovkách či zubových spojkách apod. Z toho důvodu je třeba věnovat tomuto jevu náležitou pozornost jednak při projektování pohonů, ale též v průběhu jejich praktického využívání.

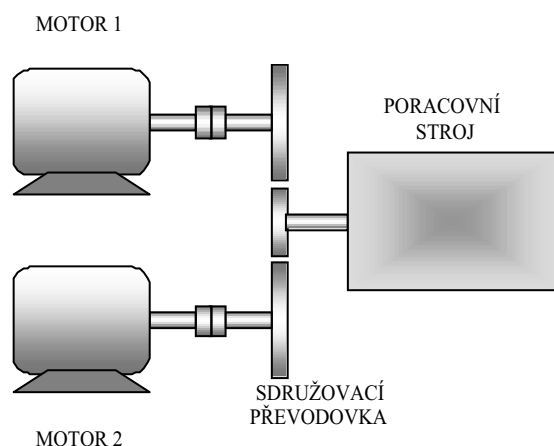
Tento příspěvek uvádí výsledky simulačního modelování a následných analýz vlivu vůlí na zatěžování spojovacích hřídelí ve dvou typech neregulovaných dvoumotorových pohonů s paralelním napájením při kolísání napájecího napětí motorů, způsobeného nedostatečnou filtrací v usměrňovači. Obdobné simulační analýzy byly uskutečněny i pro individuálně a sériově napájené motory.

2. Modely dvoumotorových pohonů

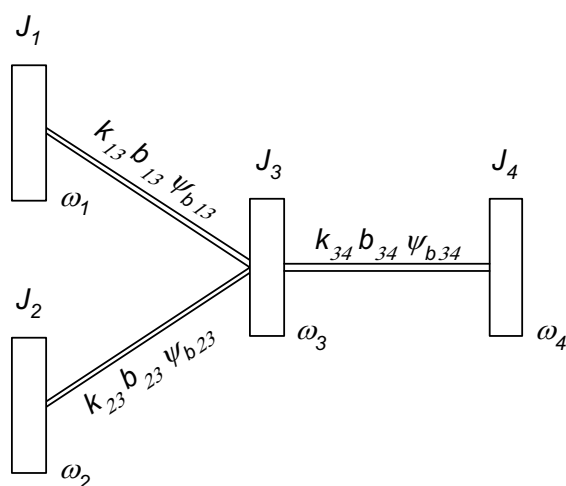
Dvoumotorové pohony mohou být konstrukčně uspořádány buď s motory vedle sebe nebo s motory za sebou. Přitom oba hnací stejnosměrné motory, napájené zpravidla z jediného zdroje (individuální napájení každého z motorů se používá ve zcela výjimečných případech), mohou mít obvody kotev zapojeny buď paralelně (paralelní napájení) nebo v sérii (sériové napájení). Každé z těchto konstrukčních uspořádání, stejně jako způsob zapojení obvodů kotev obou motorů mají své přednosti i nedostatky.

* Doc. Ing. Jaroslav Kalous, CSc., Fakulta vojenských technologií, Univerzita obrany v Brně, Kounicova 65, 612 00 Brno, tel.: +420.973 442 227; e-mail: jaroslav.kalous@unob.cz

Dvumotorový pohon, v němž jsou hnací motory konstrukčně řazeny vedle sebe, je uveden na Obr. 1. Je zřejmé, že v tomto uspořádání jsou hřídele obou motorů spojeny se sdrůžovací převodovkou a teprve její výstupní hřídel je spojen s poháněným strojem či mechanismem. Přitom vazby mezi jednotlivými částmi soustrojí jsou považovány za pružné a mohou se buď ve všech nebo alespoň v některých z nich vyskytovat vůle. Pro potřeby simulačních analýz byla v tomto případě zvolena soustava se čtyřmi setrvačnými dle Obr. 2.



Obr. 1 Dvumotorový pohon s motory vedle sebe



Obr. 2 Model mechanické části dvumotorového pohonu s motory vedle sebe

Její parametry, tj. torzní tuhosti k_{ij} , koeficienty proporcionálního tlumení b_{ij} , vůle ψ_{bij} a hmotné momenty setrvačnosti J_i byly redukovány na hřídele motorů, převody mezi pracovním strojem a oběma motory jsou stejné velikosti.

Celá soustava je poháněna dvěma shodnými stejnosměrnými motory s permanentními magnety, jejichž parametry jsou: odpor vinutí kotvy R_a , indukčnost kotvy L_a , momentová konstanta $c\Phi_m$, rychlostní konstanta $c\Phi_e$ a hmotný moment setrvačnosti rotoru J . Motory jsou napájeny z dvoucestného usměrňovače, jehož výstupní napětí je nedostatečně filtrováno (zvlnění je rovno cca 0,5 %), takže obsahuje proměnnou složku o základním kmitočtu 100 Hz.

Modelovaná soustava je popsána následující soustavou rovnic:

a) obvody kotev motorů

$$R_a I_{a1} + L_a \frac{dI_{a1}}{dt} + c\Phi_e \omega_1 = U_a (1 + 0,005 \sin 200\pi t), \quad (1)$$

$$R_a I_{a2} + L_a \frac{dI_{a2}}{dt} + c\Phi_e \omega_1 = U_a (1 + 0,005 \sin 200\pi t), \quad (2)$$

b) pohybové rovnice

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + M_{13} - c\Phi_m I_{a1} = 0, \quad (3)$$

$$J_2 \frac{d\omega_2}{dt} + M_{23} - c\Phi_m I_{a2} = 0, \quad (4)$$

$$J_3 \frac{d\omega_3}{dt} - M_{13} - M_{23} + M_{34} = 0, \quad (5)$$

$$J_4 \frac{d\omega_4}{dt} - M_{34} = -M_p, \quad (6)$$

c) úhlové výchylky

$$\frac{d\Delta\varphi_{13}}{dt} = \omega_1 - \omega_3, \quad \frac{d\Delta\varphi_{23}}{dt} = \omega_2 - \omega_3, \quad \frac{d\Delta\varphi_{34}}{dt} = \omega_3 - \omega_4, \quad (7)$$

d) pružné momenty

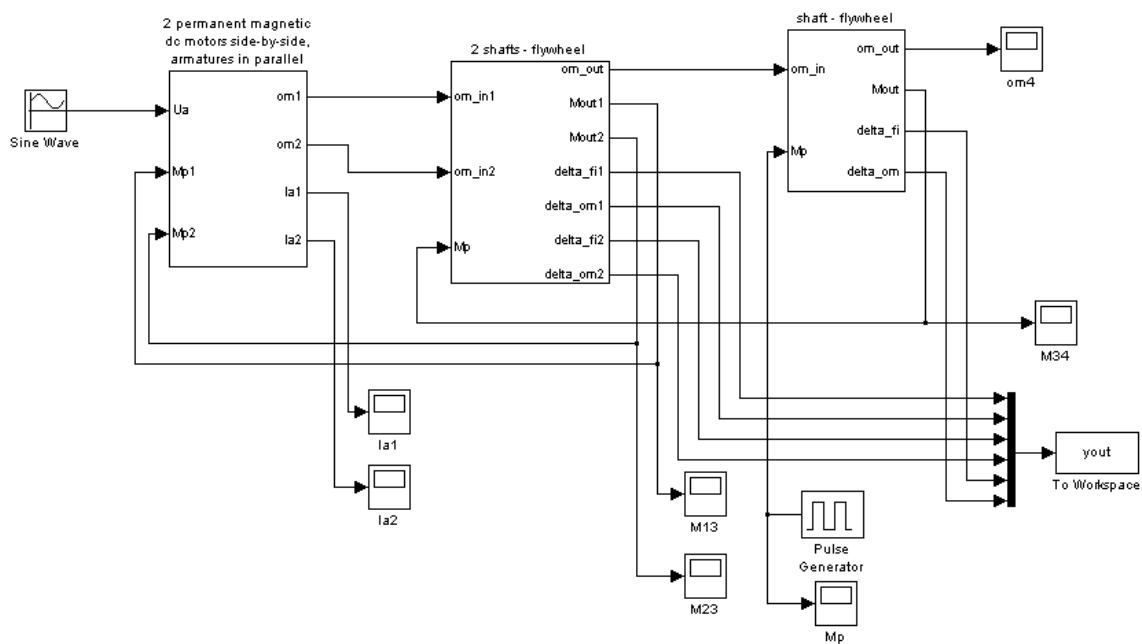
$$M_{13} = \begin{cases} k_{13} \left(\Delta\varphi_{13} - \frac{\Psi_{b13}}{2} \right) + b_{13} (\omega_1 - \omega_3) & \text{pro } \Delta\varphi_{13} \geq \frac{\Psi_{b13}}{2}, \\ k_{13} \left(\Delta\varphi_{13} + \frac{\Psi_{b13}}{2} \right) + b_{13} (\omega_1 - \omega_3) & \text{pro } \Delta\varphi_{13} \leq -\frac{\Psi_{b13}}{2}, \\ 0 & \text{pro } |\Delta\varphi_{13}| < \frac{\Psi_{b13}}{2}, \end{cases} \quad (8)$$

$$M_{23} = \begin{cases} k_{23} \left(\Delta\varphi_{23} - \frac{\Psi_{b23}}{2} \right) + b_{23} (\omega_2 - \omega_3) & \text{pro } \Delta\varphi_{23} \geq \frac{\Psi_{b23}}{2}, \\ k_{23} \left(\Delta\varphi_{23} + \frac{\Psi_{b23}}{2} \right) + b_{23} (\omega_2 - \omega_3) & \text{pro } \Delta\varphi_{23} \leq -\frac{\Psi_{b23}}{2}, \\ 0 & \text{pro } |\Delta\varphi_{23}| < \frac{\Psi_{b23}}{2}, \end{cases} \quad (9)$$

$$M_{34} = \begin{cases} k_{34} \left(\Delta\varphi_{34} - \frac{\Psi_{b34}}{2} \right) + b_{34} (\omega_3 - \omega_4) & \text{pro } \Delta\varphi_{34} \geq \frac{\Psi_{b34}}{2}, \\ k_{34} \left(\Delta\varphi_{34} + \frac{\Psi_{b34}}{2} \right) + b_{34} (\omega_3 - \omega_4) & \text{pro } \Delta\varphi_{34} \leq -\frac{\Psi_{b34}}{2}, \\ 0 & \text{pro } |\Delta\varphi_{34}| < \frac{\Psi_{b34}}{2}. \end{cases} \quad (10)$$

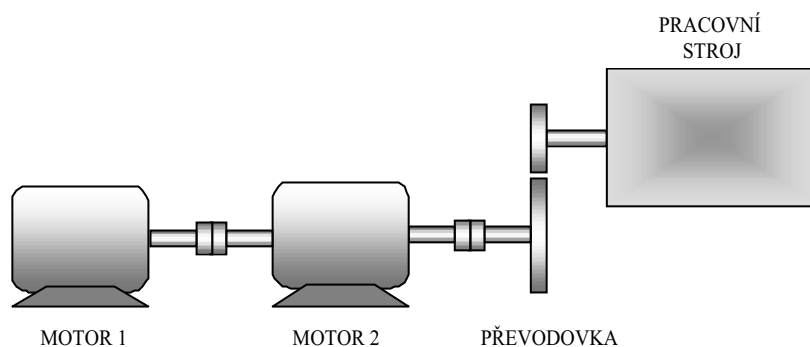
Na Obr. 3 je uveden simulační model dvoumotorového pohonu s motory vedle sebe v programu MATLAB/SIMULINK, vytvořený pomocí makromodelů jednotlivých subsystémů

(Kalous, 2008). Tento model samozřejmě vychází z popisujících rovnic (1) až (10) a umožňuje simulovat nejen chod naprázdno, ale i chod při stálém nebo pulsujícím zatížení.

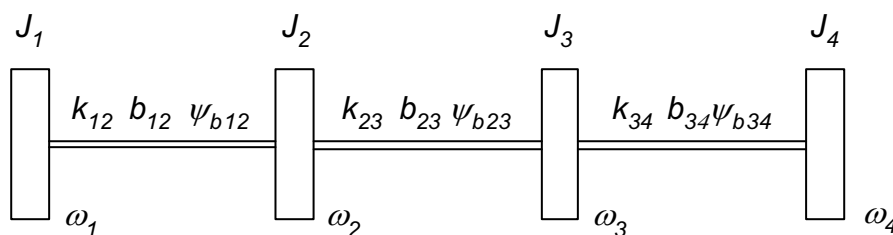


Obr. 3 Simulační model dvoumotorového pohonu s motory vedle sebe

Dvoumotorový pohon, v němž jsou motory konstrukčně řazeny za sebou (v tandemu), je uveden na Obr. 4. V tomto případě jsou spolu spojeny hřídele obou motorů 1 a 2 a poháněný stroj je spojen buď přímo nebo přes převodovku s motorem 2. Pro potřeby simulačních analýz byla v tomto případě zvolena soustava se čtyřmi setrvačnickými dle Obr. 5.



Obr. 4 Dvoumotorový pohon s motory za sebou



Obr. 5 Model mechanické části dvoumotorového pohonu s motory za sebou

Její parametry, tj. torzní tuhosti k_{ij} , činitele proporcionálního tlumení b_{ij} , vůle ψ_{bij} a hmotné momenty setrvačnosti J_i byly redukovány na hřídel motoru 2.

Celá soustava je opět poháněna dvěma shodnými stejnosměrnými motory s permanentními magnety, jejichž parametry jsou: odpor vinutí kotvy R_a , indukčnost kotvy L_a , momentová konstanta $c\Phi_m$, rychlostní konstanta $c\Phi_e$ a hmotný moment setrvačnosti rotoru J . Motory jsou napájeny z dvoucestného usměrňovače, jehož výstupní napětí je nedostatečně filtrováno (zvlnění je rovno cca 0,5 %), takže obsahuje proměnnou složku o základním kmitočtu 100 Hz.

Modelovaná soustava je popsána následující soustavou rovnic:

a) *obvody kotev motorů*

$$R_a I_{a1} + L_{a1} \frac{dI_{a1}}{dt} + c\Phi_e \omega_1 = U_a (1 + 0,005 \sin 200\pi t), \quad (11)$$

$$R_a I_{a2} + L_{a2} \frac{dI_{a2}}{dt} + c\Phi_e \omega_2 = U_a (1 + 0,005 \sin 200\pi t), \quad (12)$$

b) *pohybové rovnice mechanické části*

$$J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + M_{12} - c\Phi_m I_{a1} = 0, \quad (13)$$

$$J_2 \frac{d\omega_2}{dt} - M_{12} + M_{23} - c\Phi_m I_{a2} = 0, \quad (14)$$

$$J_3 \frac{d\omega_3}{dt} - M_{23} + M_{34} = 0, \quad (15)$$

$$J_4 \frac{d\omega_4}{dt} - M_{34} = -M_p, \quad (16)$$

c) *úhlové výchylky*

$$\frac{d\Delta\varphi_{12}}{dt} = \omega_1 - \omega_2, \quad \frac{d\Delta\varphi_{23}}{dt} = \omega_2 - \omega_3, \quad \frac{d\Delta\varphi_{34}}{dt} = \omega_3 - \omega_4, \quad (17)$$

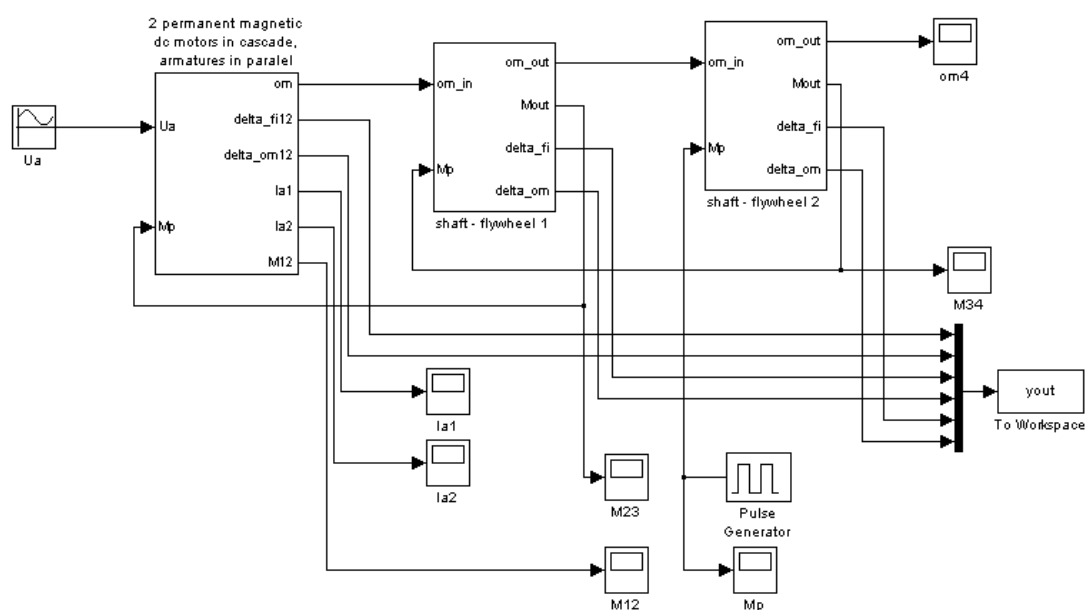
d) *pružné momenty*

$$M_{12} = \begin{cases} k_{12} \left(\Delta\varphi_{12} - \frac{\psi_{b12}}{2} \right) + b_{12} (\omega_1 - \omega_2) & \text{pro } \Delta\varphi_{12} \geq \frac{\psi_{b12}}{2}, \\ k_{12} \left(\Delta\varphi_{12} + \frac{\psi_{b12}}{2} \right) + b_{12} (\omega_1 - \omega_2) & \text{pro } \Delta\varphi_{12} \leq -\frac{\psi_{b12}}{2}, \\ 0 & \text{pro } |\Delta\varphi_{12}| < \frac{\psi_{b12}}{2}, \end{cases} \quad (18)$$

$$M_{23} = \begin{cases} k_{23} \left(\Delta\varphi_{23} - \frac{\psi_{b23}}{2} \right) + b_{23} (\omega_2 - \omega_3) & \text{pro } \Delta\varphi_{23} \geq \frac{\psi_{b23}}{2}, \\ k_{23} \left(\Delta\varphi_{23} + \frac{\psi_{b23}}{2} \right) + b_{23} (\omega_2 - \omega_3) & \text{pro } \Delta\varphi_{23} \leq -\frac{\psi_{b23}}{2}, \\ 0 & \text{pro } |\Delta\varphi_{23}| < \frac{\psi_{b23}}{2}, \end{cases} \quad (19)$$

$$M_{34} = \begin{cases} k_{34} \left(\Delta\varphi_{34} - \frac{\psi_{b34}}{2} \right) + b_{34} (\omega_3 - \omega_4) & \text{pro } \Delta\varphi_{34} \geq \frac{\psi_{b34}}{2}, \\ k_{34} \left(\Delta\varphi_{34} + \frac{\psi_{b34}}{2} \right) + b_{34} (\omega_3 - \omega_4) & \text{pro } \Delta\varphi_{34} \leq -\frac{\psi_{b34}}{2}, \\ 0 & \text{pro } |\Delta\varphi_{34}| < \frac{\psi_{b34}}{2}. \end{cases} \quad (20)$$

Na Obr. 6 je uveden simulační model dvoumotorového pohonu s motory vedle sebe v programu MATLAB/SIMULINK, vytvořený pomocí makromodelů jednotlivých subsystémů (Kalous, 2008). Tento model samozřejmě vychází z popisujících rovnic (11) až(20) a umožňuje simulovat nejen chod naprázdno, ale i chod při stálém nebo pulsujícím zatížení.



Obr. 6 Simulační model dvoumotorového pohonu s motory za sebou

Výstupem obou výše uvedených modelů jsou časové průběhy stejnosměrných kotevnic proudů obou motorů $I_{aij}(t)$, úhlových výchylek $\Delta\varphi_{ij}(t)$ a rozdílů úhlových rychlostí $\Delta\omega_{ij}(t)$ předních a zadních konců jednotlivých hřídelí a pružných momentů v těchto hřídelích $M_{ij}(t)$.

3. Výsledky simulací a jejich analýzy

Výše uvedené modely obou pohonů byly využity k simulačním analýzám vlivu všech možných kombinací rozložení vůlí na vynucené pohyby v jejich mechanických částech při chodu naprázdno, které byly vyvolány kolísáním napájecího napětí obou hnacích motorů (Půst et al., 2008).

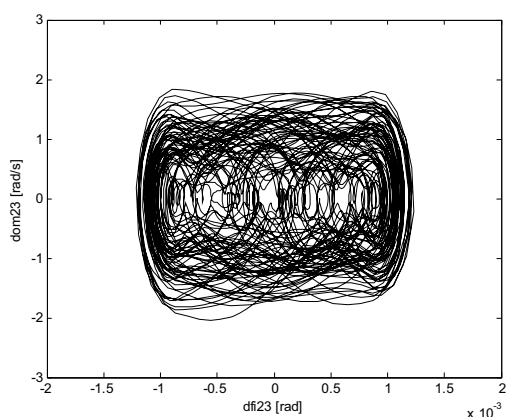
Před vlastní analýzou simulacemi získaných výsledků se ukázalo jako vhodné zjistit, jaké jsou frekvence vlastních kmitů uvažované soustavy bez vůlí, popř. další frekvence jednotlivých parciálních systémů při rozpojování pouze některých vůlí (Kalous, 2007). Dále bylo třeba brát při těchto analýzách v úvahu, že daný pohon byl napájen časově proměnným napětím, obsahujícím střídavou složku o frekvenci 100 Hz. Takto určený výčet frekvencí usnadňuje identifikaci některých složek jak v amplitudových spektrech, tak i ve výkonových spektrálních hustotách úhlových výchylek.

K vyhodnocení vlivu vůlí na pohyby v pohonech byly především vyšetřovány úhlové výchylky každé z hřídelí, které výstižně popisují pohyby v jednotlivých částech celého pohonu. Za tím účelem byly analyzovány jejich následující charakteristiky:

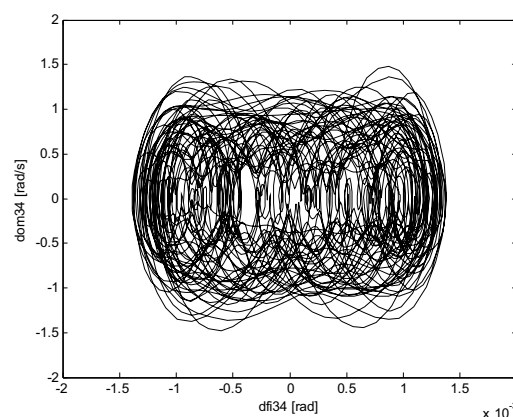
- fázové trajektorie - $\Delta\omega_{ij} \equiv \frac{d\Delta\varphi_{ij}}{dt} = f(\Delta\varphi_{ij})$,
- amplitudová spektra - $F_{ij}(f)$,
- výkonové spektrální hustoty - $S_{ij}(f)$ a
- autokorelační funkce - $R_{ij}(\tau)$.

Kromě toho byly zkoumány i časové průběhy momentů $M_{ij}(t)$, přenášených jednotlivými hřídeli. Všechny uvedené závislosti a charakteristiky byly zjišťovány pro ustálený stav, který byl dosažen po rozběhu pohonu na zadanou úhlovou rychlost motorů z nulových počátečních podmínek. K vytvoření příslušných grafických podkladů byly využity standardní nástroje programu MATLAB.

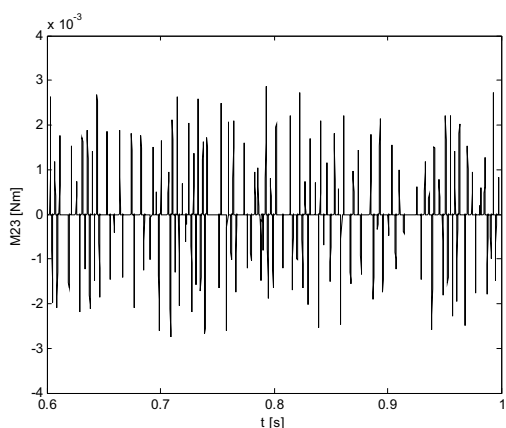
Na Obr. 7 a Obr. 8 jsou uvedeny fázová trajektorie $\Delta\omega_{23} = f(\Delta\varphi_{23})$ rozdílu úhlových výchylek předního a zadního konce a časový průběh pružného momentu $M_{23} = f(t)$ ve spojovací hřídeli 23, na Obr. 9 a Obr. 10 fázová trajektorie $\Delta\omega_{34} = f(\Delta\varphi_{34})$ a časový průběh pružného momentu $M_{34} = f(t)$ ve výstupní hřídeli 34 dvoumotorového pohonu s motory vedle sebe pro případ, kdy vůle $\psi_{b12} = 0$, zatímco vůle $\psi_{b13} \neq 0$ a $\psi_{b34} \neq 0$. Tyto průběhy byly získány simulacemi s použitím modelu na Obr. 3.



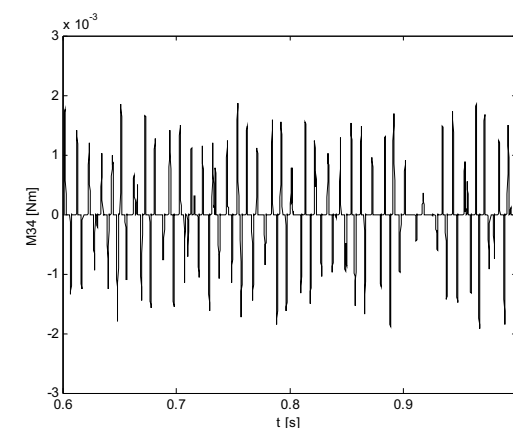
Obr. 7. Fázová trajektorie $\Delta\omega_{23} = f(\Delta\varphi_{23})$



Obr. 9. Fázová trajektorie $\Delta\omega_{34} = f(\Delta\varphi_{34})$

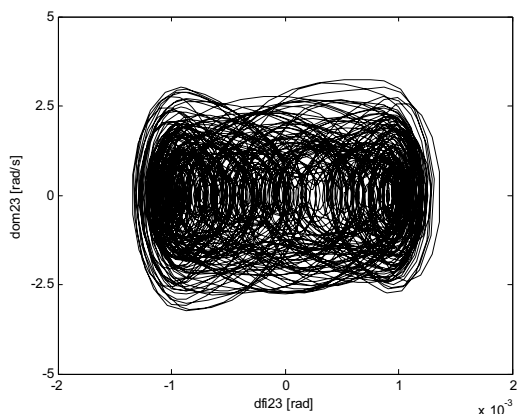


Obr. 8. Pružný moment $M_{23} = f(t)$

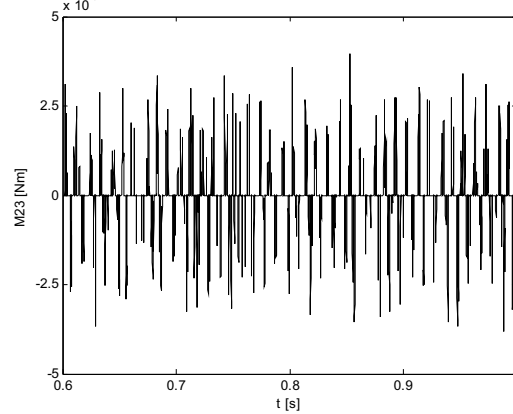


Obr. 10. Pružný moment $M_{34} = f(t)$

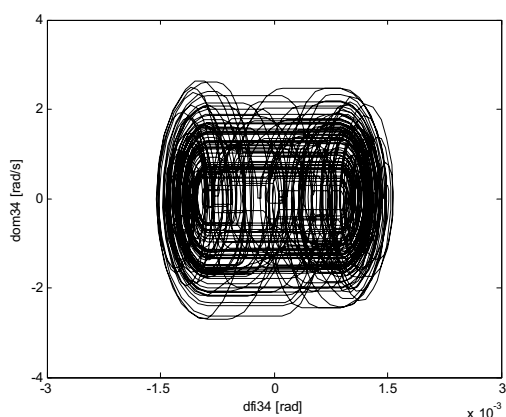
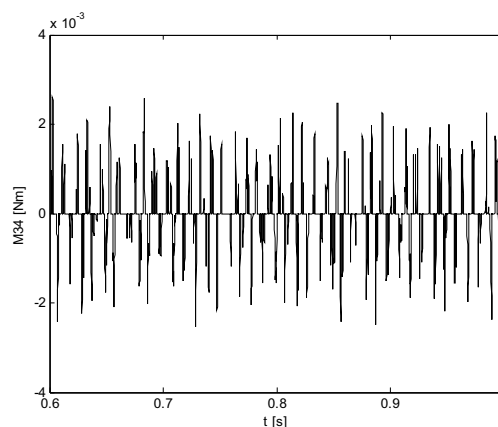
Na Obr. 11 a Obr. 12 jsou uvedeny fázová trajektorie $\Delta\omega_{23} = f(\Delta\varphi_{23})$ rozdílu úhlových výchylek předního a zadního konce a časový průběh pružného momentu $M_{23} = f(t)$ ve spojovací hřídeli 23, na Obr. 13 a Obr. 14 fázová trajektorie $\Delta\omega_{34} = f(\Delta\varphi_{34})$ a časový průběh pružného momentu $M_{34} = f(t)$ ve výstupní hřídeli 34 dvoumotorového pohonu s motory za sebou pro obdobné rozložení vůlí v pohonu, kdy vůle $\psi_{b12} = 0$, zatímco vůle $\psi_{b13} \neq 0$ a $\psi_{b34} \neq 0$. Uvedené průběhy byly získány simulacemi ovšem s použitím modelu na Obr. 6.



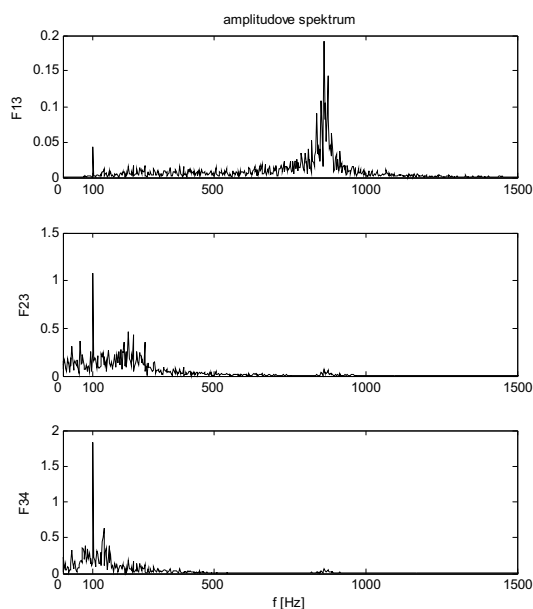
Obr. 11. Fázová trajektorie $\Delta\omega_{23} = f(\Delta\varphi_{23})$



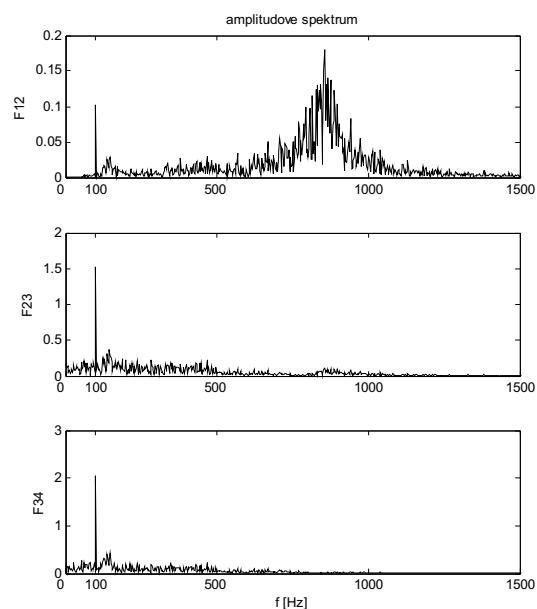
Obr. 12. Pružný moment $M_{23} = f(t)$

Obr. 13. Fázová trajektorie $\Delta\omega_{34} = f(\Delta\varphi_{34})$ Obr. 14 Pružný moment $M_{34} = f(t)$

Na Obr. 15 a Obr. 16 jsou uvedena amplitudová spektra úhlových výchylek všech tří hřídelí pro oba typy dvoumotorového elektromechanického pohonu.

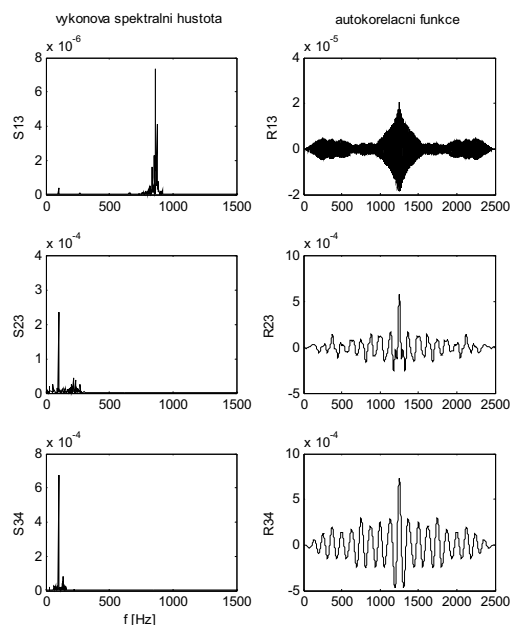


Obr. 15. Amplitudová spektra v dvoumotorovém pohonu s motory vedle sebe

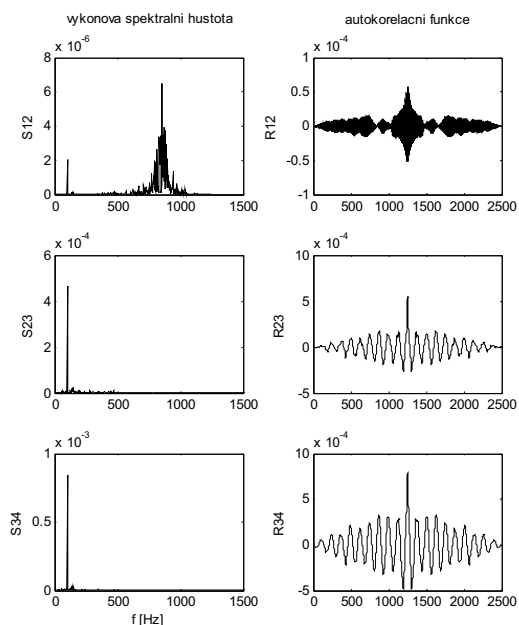


Obr. 16 Amplitudová spektra v dvoumotorovém pohonu s motory za sebou

Konečně na Obr. 17 a Obr. 18 jsou uvedeny výkonové spektrální hustoty a autokorelační funkce úhlových výchylek všech tří spojovacích hřídelí pro oba typy dvoumotorového elektromechanického pohonu.



Obr. 17. Výkonové spektrální hustoty a autokorelační funkce v dvumotorovém pohonu s motory vedle sebe



Obr. 18. Výkonové spektrální hustoty a autokorelační funkce v dvumotorovém pohonu s motory ze sebou

Na základě podrobných analýz výsledků simulací pro všechny možné kombinace vůlí u obou typů dvumotorových pohonů s paralelním a sériovým napájením lze formulovat následující všeobecné závěry (Půst, L., et al., 2008):

- v amplitudových spektrech i výkonových spektrálních hustotách existuje složka o frekvenci 100 Hz, odpovídající vnějšímu buzení, a dále složky, jejichž frekvence odpovídají frekvencím vlastních kmitů celého pohonu a jeho subsystémů. Navíc v případě dvumotorového pohonu s motory za sebou bylo zjištěno, že v některých amplitudových spektrech a ve výkonových spektrálních hustotách úhlových výchylek hřídel se objevily 3., 5. popř. i 7. harmonická složka vnějšího buzení, tj. složky s frekvencemi 300 Hz, 500 Hz, 700 Hz. To svědčí o periodičnosti časových průběhů úhlových odchylek $\Delta\varphi_{ij}$ s frekvencí kolísání napájecího napětí o velikosti 100 Hz.;
- rozdíly úhlových výchylek předního a zadního konce jednotlivých hřídel s vůlí vykazují v některých případech charakter chaotického pohybu, jehož spojité amplitudové frekvenční spektrum je však relativně úzké (maximálně do 1500 Hz);
- vzhledem k tomu, že ve všech uskutečněných simulacích byla zvolena stejná a poměrně malá velikost všech vůlí, objevily se pouze v některých případech tzv. mezní uzavřené cykly, které svými frekvencemi odpovídaly buď vnějšímu buzení nebo frekvenci vlastních kmitů některého subsystému;
- hřídele bez vůlí jsou namáhány spojitým momentem s výraznými krátkými špičkami o velikosti, která je v řadě případů srovnatelná se jmenovitým momentem hnacích motorů a jejich doba trvání je velmi krátká (řádově 10 μ s);
- hřídele s vůlemi jsou namáhány nespojitým momentem s výraznými špičkami o velikostech, které jsou v řadě případů srovnatelné se jmenovitým momentem hnacích motorů, a s poněkud delší dobou trvání (řádově v rozmezí od 10 μ s do 100 μ s).

4. Závěr

V tomto příspěvku jsou shrnuty výsledky simulačních analýz vlivu rozložení vůlí na pohyby v mechanické části pohonu a na zatěžování spojovacích hřídelí ve dvou typech neregulovaných dvumotorových pohonů s paralelním napájením při kolísání napájecího napětí motorů. Tyto výsledky si v žádném případě nečiní nárok na obecnou platnost, ale vztahují se pouze na oba typy dvumotorových pohonů s danými parametry. Nicméně zvolená metodika zkoumání může posloužit jako model možného přístupu k obdobným analýzám s ohledem na skutečnost, že existence vůlí ovlivňuje dynamické chování pohonů a je tedy třeba těmto problémům věnovat patřičnou pozornost.

5. Poděkování

Tato práce vznikla s finanční podporou výzkumného záměru ÚT AVČR čís. AVO Z29760514 a projektu GAČR čís. 101/06/0063.

6. Odkazy

Kalous, J. (2008) *Simulační modely rotačních elektromechanických soustav v prostředí MATLAB/SIMULINK*. Technická zpráva k výzkumnému záměru Fakulty vojenských technologií Univerzity obrany v Brně, čís. VZ FVT 0000403;

Kratochvíl, C. & Houfek, L., ed. (2007) *Komplexní pohonové soustavy*. ÚT AV ČR Praha – Centrum mechatroniky Brno, ISBN 978-80-214-3508-7;

Půst, L., et al. (2008) *Nonlinear Vibrations of Complex Electromechanical Systems*. ÚT AV ČR Praha – Centrum mechatroniky Brno, ISBN 978-80-214-3721-0.