

## ON MODELING PROCESS OF EXPRESSION OF THE FLUID SATURATED MEDIUM IN SCREW COMPRESSION MACHINE

E. Rohan\*, R. Cimrman\*<sup>+</sup>, J. Očenášek<sup>+</sup> <sup>1</sup>

**Summary:** *The paper deals with modeling the process of oil expression and filtration in rotating screw pressing machine. In this pilot study we consider linearized behavior of the compressed two-phase medium described by the Biot model of the poroelastic fluid-saturated material. The aim of the modeling reported here is to understand influences of various model parameters on the pressure and strain distributions during short stroke compression in the expression machine, which is featured by a small angle of the rotor rotation. In particular the boundary conditions and the model structure is discussed, also the friction phenomenon and accounted for. The model is implemented using the finite element method code SfePy. Numerical illustrations of the computer simulation are given.*

### 1. Úvod

Modelování tekutinou nasycených porézních materiálů (*fluid saturated porous medium – FSPM*) má dlouhou tradici spjatou s potřebou predikce chování zemin a stavebních hmot, v poslední době nabývá významu i v souvislosti rozvojem matematického popisu biomechaniky tkání (Huyghe and van Campen, 1995; Cimrman and Rohan, 2007).

Pro popis mnoha biogenních materiálů včetně olejnatých semen se používají modely původně vyvinuté pro konsolidaci a filtraci materiálů, jako jsou zeminy a kaolíny. Obsáhlý přehled problematiky a možných matematických popis mechanických a fyzikálních vlastností je uveden například v Olivier et al (2007). Obecné teoretické výsledky teorie porézních materiálů byly v poslední době shrnuty např. v pracích Coussy (2004); de Boor (2000). Na pracovišti autorského kolektivu byla modelování FSPM věnována pozornost i v souvislosti s víceškálovým popisem média zejména pro potřeby modelování biologických tkání (Rohan, 2006; Griso and Rohan, 2007).

V tomto příspěvku využíváme Biotova linearizovaného modelu FSPM pro potřeby modelování stlačování olejnaté hmoty v pracovní komoře šroubového lisu. Technologický proces lisování představuje z hlediska kontinuálního popisu velmi složitý problém s mnoha spřaženými fyzikálními jevy, zejména difuzí tekutiny, plastickou deformací komprimátu, třením, disipací a teplotními závislostmi i chemickými či strukturálními změnami, viz Očenášek et al (2008). Linearizovaný popis izotermního procesu založený na Biotově modelu je samozřejmě poměrně hrubou aproximací, avšak i při tomto zjednodušení se jedná o poměrně náročný úkol

<sup>1</sup> Doc. Dr. Ing. Eduard Rohan, Ing. Robert Cimrman, PhD., Ing. Jan Očenášek, PhD., (\*) Department of Mechanics, Faculty of Applied Sciences, (+) New Technologies Research Centre, UWB in Plzeň, Univerzitní 22, 306 14 Plzeň, Czech Republic, e-mail rohan@kme.zcu.cz

z hlediska numerické simulace i vzhledem ke složité geometrii oblasti a výskytu třecích okrajových podmínek. Účelem stávající studie je ověřit možnosti modelování stlačování SFPM v segmentu šroubového lisu a postupně identifikovat základní materiálové parametry mající význam v kontextu modelu FSPM. V další etapě bude tato “metodika” východiskem pro vývoj modelu proudění FSPM s uvažováním plastických deformací a dalších významných nelinearit, jako jsou změna permeability nebo zohlednění teplotní závislosti.

## 2. Dvojfázový model Biotova typu pro izotermní děje

Tento model (Biot, 1962), viz např. také Coussy (2004) popisuje chování materiálu sestávajícího z elastického porézního skeletu v němž penetruje intersticiální tekutina. Za předpokladu kvazistatických izotermických procesů (při pomalé deformaci a dostatečném odvodu tepla) je stav takového materiálu popsán polem posuvů,  $\mathbf{u} = (u_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  a tlakovým polem,  $p$ , jehož gradient je úměrný relativní rychlosti tekutiny vůči pevné fázi. Model charakterizují konstitutivní vztahy pro celkové napětí  $\sigma_{ij}$  jako funkci deformace  $e_{ij}(\mathbf{u})$  a tlaku  $p$  a lokální přírůstek objemu tekutiny  $\dot{v}^f$  (časová derivace),

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \left( K - \frac{2}{3}\mu \right) e_{kk}(\mathbf{u})\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}(\mathbf{u}) - b\delta_{ij}p, \\ \dot{v}^f &= \nabla \cdot (\kappa \nabla p) = \kappa \nabla^2 p,\end{aligned}\quad (1)$$

kde vystupují následující materiálové parametry

symbol	jednotky	popis veličiny
$K$	[Pa]	objemový elastický modul skeletu
$\mu$	[Pa]	smykový modul skeletu
$b$	[-]	Biotův koeficient
$M$	[Pa]	Biotův modul, viz (2)
$\kappa$	[m/(Pa.s)]	permeabilita.

Bilanční vztahy vyjadřují silovou (statickou) rovnováhu a přerozdělení kontrolního objemu hmoty mezi tekutou a pevnou fází; platí

$$\begin{aligned}-\frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij} &= f_i, \\ -\dot{v}^f + be_{kk}(\dot{\mathbf{u}}) + \frac{1}{M}\dot{p} &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

kde  $\mathbf{f} = (f_i)$  jsou objemové síly a  $M$  [Pa] je Biotův modul zahrnující jednak tuhost skeletu vůči změně porozity a jednak tuhost tekutiny; jeho reciproká hodnota vyjadřuje kapacitu porézního média akumulovat tlak díky “vnitřní” stlačitelnosti obou fází (nebo jen některé z nich).

Zde uvádíme jen základní vztahy, které jsou v dalším přímo využity pro konkrétní aplikaci lisování. Parametry  $b$  a  $M$  lze získat na základě rozboru mikromechaniky porézního materiálu, viz např. Thompson and Willis (1991), viz také Bemer (2004) ohledně experimentálního zjištění parametrů  $M$  a  $b$ . Biotův model je linearizovanou verzí obecnějších vztahů pro porézní médium podléhající konečným deformacím, viz např. (Coussy, 2004).

### 3. Referenční konfigurace a okrajové podmínky

K popisu procesu komprimace lisovaného materiálu lze přistupovat z pozice pozorovatele vázaného k šroubové komoře rotující kolem osy šneku, tedy rotoru; neuvažujeme setrvačné síly, tedy rotace vztažené soustavy se projeví jen v podobě okrajových podmínek na vstupu, výstupu a na styčném povrchu média se statorem – zde je třeba zohlednit relativní rychlost mající vliv na frikční okrajovou podmínku.

My se v tomto příspěvku omezíme na aproximovaný popis následující úlohy:

Médium vyplňuje segment šroubového lisu (šroubové komory), sleduje se malá změna deformací a tlaku intersticiální tekutiny následkem předepsaného posuvu na vstupu do komory, celkového napětí na výstupu z komory a tlaku intersticiální tekutiny na vstupu i výstupu z komory. Ostatní podmínky předepisované na plášti komory jsou vysvětleny v dalším textu.

V dalším použijeme tato označení:

$\Omega_R$	oblast odpovídající rotující kompresní komoře (uzavřené mezi dvěma závity šneku a statorem),
$\Gamma_R$	povrch rotorového závitu,
$\Gamma_S$	povrch komory, který je styčným povrchem se statorovou částí,
$\Gamma_{in}$	vstupní povrch komory,
$\Gamma_{out}$	výstupní povrch komory,
$\mathbf{u} = (u_i)$	vektorové pole posuvů materiálových bodů vůči $\Omega_R$ ,
$\dot{\mathbf{u}} = (\dot{u}_i)$	vektorové pole rychlostí materiálových bodů vůči $\Omega_R$ ,
$\mathbf{w} = (w_i)$	vektorové pole relativních difúzních rychlostí.

Kompresní komora  $\Omega_R$  je omezena čtyřmi základními povrchy, na něž lze celý povrch komory,  $\partial\Omega_R$ , rozložit takto:

$$\partial\Omega_R = \Gamma_R \cup \Gamma_S \cup \Gamma_{in} \cup \Gamma_{out} .$$

Okrajové podmínky pro simulaci procesu lisování jsou předepsány na hranicích  $\Gamma_R$ ,  $\Gamma_S$ ,  $\Gamma_{in}$  a  $\Gamma_{out}$ , které reprezentují po řadě povrchy rotoru (šneku), statoru (tzv. ceďáku), vstupu a výstupu komory. Přitom části vstupní a výstupní mohou být definovány příčným řezem kompresní komorou kdekoliv po její délce.

Pro rozklad hranice jsou relevantní následující okrajové podmínky.

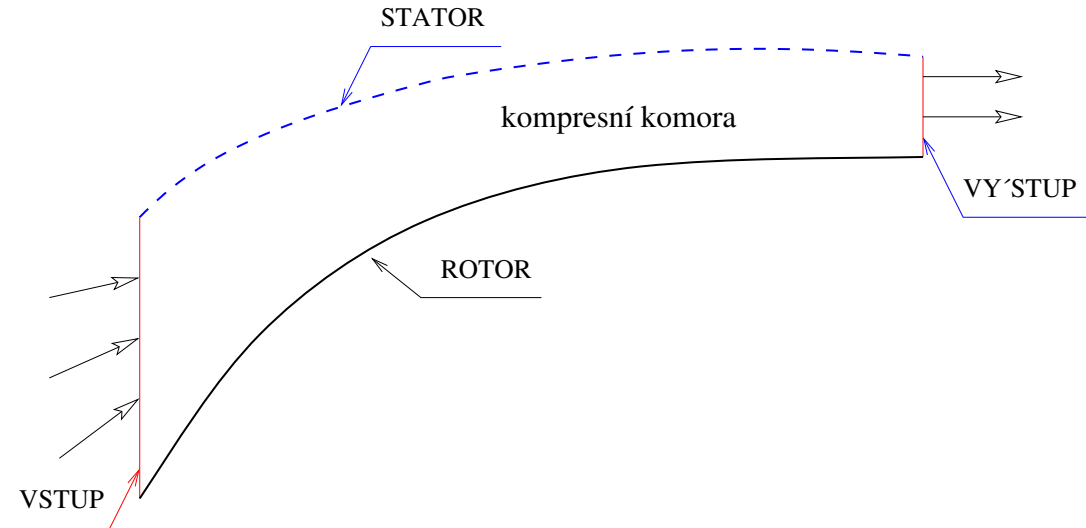
- *Vstupně-výstupní podmínky* určují rychlostní pole skeletu (pevné fáze) a tlak intersticiální tekutiny.
- *kontaktní podmínka neprostupnosti pevné fáze stěnou  $\Gamma$*  (jak povrchem rotoru tak i povrchem perforovaného statoru) a má tvar

$$\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad \text{na } \Gamma , \quad (3)$$

kde  $\mathbf{n}$  je normála k hranici  $\Gamma$ . Uvažujeme dokonalé přilnutí stlačovaného média ke stěně, takže není nutné předepisovat podmínku jednostranného kontaktu ve tvaru nerovnosti.

- *non-penetrační podmínka* se týká tekutiny a je využita na neperforované stěně:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = -n_i \kappa_{ij} \partial_j p = 0 \quad \text{na } \Gamma , \quad (4)$$



Obrázek 1: Schematické znázornění hranic kompresní komory s perforovanou stěnou statorového povrchu.

- *penetrační podmínka* odpovídá výtoku tekutiny perforovanou stěnou do volného prostoru

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = -n_i \kappa_{ij} \partial_j p = \varkappa p \quad \text{na } \Gamma, \quad (5)$$

kde  $\varkappa$  je permeabilita porézní stěny.

- *frikční podmínka s prokluzem* upravuje třecí sílu na jednotku plochy povrchu stěny – *frikční napětí*. Uvažujeme-li ideální stav pohybu média kompresní komorou, pak na všech stěnách (rotoru i statoru) dochází k prokluzu skeletu (komprimátu) vůči stěně, čímž je zavedena rychlost prokluzu  $\mathbf{v}^r = (v_i^r)$ . Frikční napětí je jistě ovlivněno objemovým poměrem tekutiny,  $\phi$ , a lze je definovat takto:

$$\tau_i = -\sigma_n^- f(\phi, \mathbf{v}^r) \frac{v_i^r}{|\mathbf{v}^r|},$$

$$\text{kde } \sigma_n = n_i n_j \sigma_{ij} \quad \dots \text{ celkové napětí obou fází } , \quad (6)$$

$$\sigma_n^- = \max\{0, -\sigma_n\} \geq 0 \quad \dots \text{ tlak } ,$$

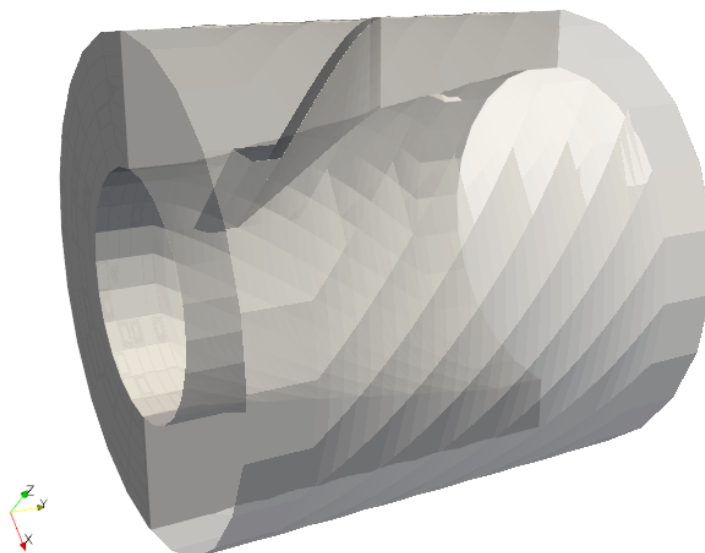
$$f(\phi, \mathbf{v}^r) \quad \dots \text{ frikční součinitel závislý na } \phi \text{ a } \mathbf{v}^r ,$$

$$\mathbf{n} = (n_i) \quad \dots \text{ normála k hranici } .$$

Na obr. 1 jsou vyznačeny základní části hranice kompresní komory, na nichž předepisujeme tyto podmínky:

- VSTUP – hranice  $\Gamma_{in}$ : vstupní podmínka ve formě předepsaného tlaku intersticiální tekutiny a rychlosti pohybu komprimátu vůči rotoru.
- VÝSTUP – hranice  $\Gamma_{out}$ : výstupní podmínka ve formě předepsaného tlaku intersticiální tekutiny (zřejmě  $p = 0$ ) a normálového celkového napětí (rovněž zřejmě  $n_i \sigma_{ij} = 0$ ).
- ROTOR – hranice  $\Gamma_R$ : předepsána kontaktní podmínka (3) a frikční podmínka (6), kde  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}} = \mathcal{V}$ , pro relativní rychlost komprimátu ve směru normálovém a tečném k  $\Gamma_R$ . Dále je předepsána non-penetrační podmínka (4).

- STATOR – hranice  $\Gamma_S$ : předepsána kontaktní podmínka (3) a frikční podmínka (6), kde  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{v}^R$  ( $\mathbf{v}^R$  je obvodová rychlost rotoru), pro relativní rychlost komprimátu ve směru normálovém a tečném k  $\Gamma_R$ . Protékání oleje mezi lamelami statoru (cedáku) je respektováno podmínkou (5).



Obrázek 2: Geometrický model segmentu kompresní komory s jednou lopatkou. Komora má tvar konicky se zužujícího prstence, který je přerušen lopatkou rotoru. Vnější plášť představuje porézní stěnu statoru.

#### 4. Zjednodušený model

Tento model je určen k testování různých závislostí odezvy (tlak a posuvy skeletu) na typu a kombinaci různých okrajových podmínek. Model lze chápat jako aproximaci jedné iterace odpovídající výpočtu na nelineárním modelu konečných deformací pro jeden časový přírůstek (při uvažování Lagrangeova popisu). Nyní ukážeme odvození *slabé formulace zjednodušeného modelu*, která je východiskem pro numerické řešení metodou konečných prvků. Uvažujeme proces stlačování z nezatíženého a nedeformovaného stavu v časovém úseku  $\Delta t$ , tedy rychlost částic skeletu a rychlost tlakové změny jsou aproximovány takto:

$$\dot{\mathbf{u}} \approx \frac{\mathbf{u}}{\Delta t}, \quad \dot{p} \approx \frac{p}{\Delta t}. \quad (7)$$

Okrajové podmínky diskutované v sekci 3. nabývají tuto konkrétní podobu.

- Okrajové podmínky na vstupu a výstupu:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \bar{\mathbf{u}} && \text{na } \Gamma_{\text{in}}, \\ n_j \sigma_{ij} &= n_i \sigma_1 = 0 && \text{na } \Gamma_{\text{out}}, \\ p &= p_0 && \text{na } \Gamma_{\text{in}}, \\ p &= p_1 = 0 && \text{na } \Gamma_{\text{out}}, \end{aligned} \quad (8)$$

- Okrajové podmínky na ploše rotoru

$$\begin{aligned} n_i u_i &= 0 \quad \text{na } \Gamma_R, \\ n_i \sigma_{ij} t_j &= -\sigma_n^- f_R \frac{\mathbf{u}^r \cdot \mathbf{t}}{|\mathbf{u}^r|} \quad \text{na } \Gamma_R, \\ n_i \kappa_{ij} \partial_j p &= 0 \quad \text{na } \Gamma_R, \end{aligned} \quad (9)$$

kde  $\mathbf{t}$  je libovolný tečný vektor vůči  $\Gamma_R$  a  $\mathbf{u}^r$  je relativní posun vůči  $\Gamma_R$ , platí  $\mathbf{u}^r = \mathbf{u}$  a  $\sigma_n = \sigma_{ij} n_i n_j$  je normálové napětí.

- Okrajové podmínky na ploše statoru

$$\begin{aligned} n_i u_i &= 0 \quad \text{na } \Gamma_S, \\ n_i \sigma_{ij} t_j &= -\sigma_n^- f_S \frac{\mathbf{u}^r \cdot \mathbf{t}}{|\mathbf{u}^r|} \quad \text{na } \Gamma_S, \\ n_i \kappa_{ij} \partial_j p &= -\varkappa p \quad \text{na } \Gamma_S, \end{aligned} \quad (10)$$

kde  $\varkappa$  je permeabilita statoru (vliv konstrukce lamel),  $\mathbf{t}$  je libovolný tečný vektor vůči  $\Gamma_S$  a  $\mathbf{u}^r$  je relativní posun vůči  $\Gamma_S$ ; platí  $\dot{\mathbf{u}}^r = \dot{\mathbf{u}} + R\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}$ , kde  $R$  je poloměr statoru,  $\boldsymbol{\omega}$  úhlová rychlost rotoru a  $\mathbf{n}$  normála plochy statoru.

S ohledem na výše uvedené podmínky zavedeme množiny přípustných a testovacích polí, které odpovídají Dirichletovým podmínkám omezujícím pole posuvů nebo tlakové pole na segmentech hranice.

$$\begin{aligned} V_0 &= \{\mathbf{v} \in \mathbf{H}^1(\Omega_R) \mid \mathbf{v} = 0 \text{ na } \Gamma_{\text{in}}, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ na } \Gamma_R \cup \Gamma_S\}, \\ Q_0 &= \{q \in H^1(\Omega_R) \mid q = 0 \text{ na } \Gamma_{\text{in}} \cup \Gamma_{\text{out}}\}, \\ V_{\bar{\mathbf{u}}} &= \{\mathbf{v} \in \mathbf{H}^1(\Omega_R) \mid \mathbf{v} = \bar{\mathbf{u}} \text{ na } \Gamma_{\text{in}}, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ na } \Gamma_R \cup \Gamma_S\}, \\ Q_{p_0} &= \{q \in H^1(\Omega_R) \mid q = p_0 \text{ na } \Gamma_{\text{in}}, \quad q = 0 \text{ na } \Gamma_{\text{out}}\}, \end{aligned} \quad (11)$$

kde  $\mathbf{H}^1(\Omega)$  je Sobolevův prostor vektorových funkcí s první zobecněnou derivací, analogicky ve skalárním případě jsme označili prostor  $H^1(\Omega)$ .

Podmínky rovnováhy vyplývají z (1)<sub>1</sub> a (2)<sub>1</sub>

$$\int_{\Omega_R} e_{ij}(\mathbf{v}) (C_{ijkl} e_{kl}(\mathbf{u}) - b_{ij} p) = \int_{\partial\Omega_R} n_i \sigma_{ij} v_j dS, \quad (12)$$

pro všechna kinematically přípustná virtuální posunutí,  $\mathbf{v} \in V_0$ , kde  $b_{ij} = b\delta_{ij}$  a kde  $C_{ijkl}$  je elastický tensor

$$C_{ijkl} = \left( K - \frac{2}{3}\mu \right) \delta_{kl} \delta_{ij} + \mu (\delta_{ki} \delta_{jl} + \delta_{kj} \delta_{il}). \quad (13)$$

Bilance hmotnosti vyplývá z (1)<sub>2</sub> a (2)<sub>2</sub>

$$\int_{\Omega_R} \left( q b_{ij} e_{ij}(\dot{\mathbf{u}}) + q \frac{\dot{p}}{M} + \partial_i q \kappa_{ij} \partial_j p \right) = \int_{\partial\Omega_R} q \kappa_{ij} \partial_j p n_i dS, \quad (14)$$

pro všechny testovací tlaky,  $q \in Q_0$ , kde následně zavedeme aproximace časových derivací (7).

Nyní lze upravit hraniční integrály v (12) a (14). V (12) uvažujeme testovací funkce  $\mathbf{v} \in V_0$ , proto pro všechna  $\mathbf{t}$  splňující  $\mathbf{t} \cdot \mathbf{n} = 0$  s.v. na  $\Gamma_{R,S}$  platí

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_R} \sigma_{ij} n_i v_j dS &= \int_{\Gamma_R} \sigma_{ij} n_i t_j (\mathbf{t} \cdot \mathbf{v}) dS = - \int_{\Gamma_R} \sigma_n^- f_R \frac{\mathbf{u}^r \cdot \mathbf{t}}{|\mathbf{u}^r|} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v} dS \\ &= - \int_{\Gamma_R} \sigma_n^- f_R \frac{\mathbf{u}^r \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}^r|} dS, \end{aligned} \quad (15)$$

kde poslední rovnost plyne z restrikce  $\mathbf{u}^r \cdot \mathbf{n} = 0$ . Pro integrál na  $\Gamma_S$  získáme analogický výraz. Konečně na  $\Gamma_{in}$  je  $\mathbf{v} = 0$ , viz (11)<sub>1</sub>, na  $\Gamma_{out}$  je  $\mathbf{n}\sigma_1 = 0$ , tedy platí

$$\int_{\Gamma_{in} \cup \Gamma_{out}} \sigma_{ij} n_i v_j dS = \int_{\Gamma_{out}} \sigma^1 \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS = 0. \quad (16)$$

S ohledem na výše deklarované okrajové podmínky povrchový integrál v (14) má tvar

$$\int_{\partial\Omega_R} q \kappa_{ij} \partial_j p n_i dS = - \int_{\Gamma_S} q \varkappa p q dS. \quad (17)$$

Zjednodušený model představuje řešení následující úlohy: nalézt  $\mathbf{u} \in V_{\bar{u}}$  a  $p \in Q_{p0}$ , takové, že

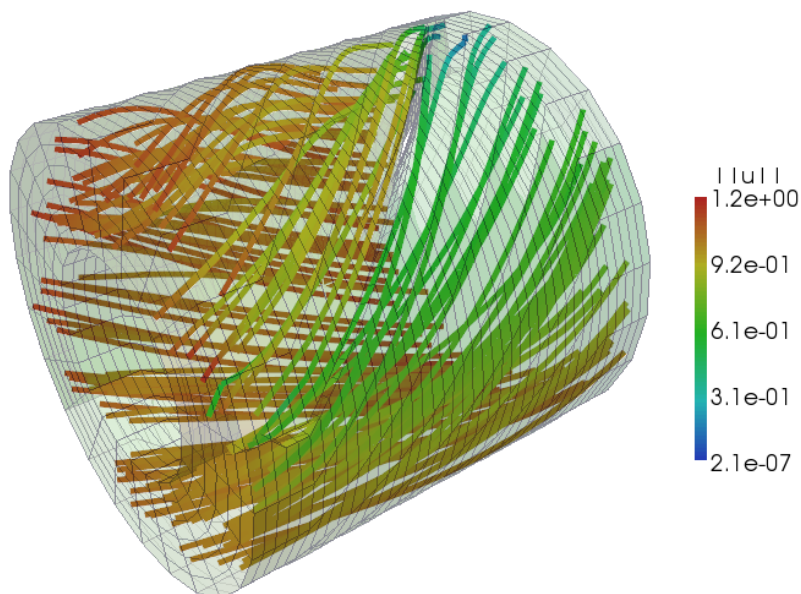
$$\begin{aligned} \int_{\Omega_R} e_{ij}(\mathbf{v}) (C_{ijkl} e_{kl}(\mathbf{u}) - b_{ij} p) + \int_{\Gamma_R} \sigma_n^- f_R \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} dS + \int_{\Gamma_S} \sigma_n^- f_S \frac{(\mathbf{u} + \mathbf{u}^R) \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u} + \mathbf{u}^R|} dS &= 0 \quad \forall \mathbf{v} \in V_0, \\ \int_{\Omega_R} \left( q b_{ij} e_{ij}(\mathbf{u}) + q \frac{p}{M} + \Delta t \partial_i q \kappa_{ij} \partial_j p \right) + \Delta t \int_{\Gamma_S} \varkappa p q dS &= 0 \quad \forall q \in Q_0, \end{aligned} \quad (18)$$

kde  $\mathbf{u}^R = \Delta t R \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}$  je posuv na obvodě rotoru za čas  $\Delta t$ . Připomeňme předpoklad, že v čase  $t = 0$  je médium *nedeformované bez jakéhokoliv zatížení*.

Třetí podmínka vnaší do úlohy nelinearitu. Proto je nutné najít řešení iterativně, např. Newtonovou metodou, využívaje linearizace “třecích členů” v (18)<sub>2</sub>. Označme  $\delta_u, \delta_p$  variace vzhledem k proměnným  $\mathbf{u}$  a  $p$ , pak platí (předpokládáme konstantní koeficienty  $f_R, f_S$ )

$$\begin{aligned} \delta_u \int_{\Gamma_R} \sigma_n^- f_R \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} dS &= \int_{\Gamma_R} \delta_u(\sigma_n^-) f_R \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} dS + \int_{\Gamma_R} \sigma_n^- f_R \delta_u \left( \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} \right) \cdot \mathbf{v} dS, \\ \delta_p \int_{\Gamma_R} \sigma_n^- f_R \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} dS &= \int_{\Gamma_R} \delta_p(\sigma_n^-) f_R \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}|} dS, \\ \delta_u(\sigma_n^-) &= \begin{cases} 0 & \text{pro } \sigma_n^- = 0 \\ n_i n_j C_{ijkl} e_{kl}(\delta \mathbf{u}) & \text{pro } \sigma_n^- > 0, \end{cases}, \\ \delta_p(\sigma_n^-) &= \begin{cases} 0 & \text{pro } \sigma_n^- = 0 \\ -n_i n_j b_{ij} \delta p & \text{pro } \sigma_n^- > 0, \end{cases}, \\ \delta_u \left( \frac{u_i}{|\mathbf{u}|} \right) &= \frac{\delta u_j}{|\mathbf{u}|} \left( \delta_{ij} - \frac{u_i u_j}{|\mathbf{u}|^2} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

kde (19)<sub>3,4</sub> platí mimo “semiaktivní případ”; pro matematicky korektní vyjádření by bylo třeba zjišťovat subdiferenciál. Analogický vztah platí pro integrál přes  $\Gamma_S$ , kde  $\delta_u \mathbf{u}^R = 0$ .



Obrázek 3: Ilustrace výpočtu – znázornění pole posuvů v podobě proudnic.

## 5. Závěrečné poznámky

Zjednodušený model stlačování dvojfázového média byl implementován pomocí metody konečných prvků v kódu `SfePy` (Cimrman et al, 2008), jenž je vyvíjen na pracovišti NTC Západočeské univerzity v Plzni, (Cimrman et al, 2008). Pole posuvů i tlaků byla aproximována lineárními izoparametrickými prvky. V okamžiku redakce tohoto příspěvku byly k dispozici jen výsledky modelu bez tření na plášti komory, tj. pro model (18) s nulovou pravou stranou v  $(18)_1$ . Na obr. 3 a obr. 4 jsou ilustrovány výstupy modelování, jehož účelem je zjistit vliv parametrů procesu na množství vylisované tekutiny.

Pro proces stlačování a filtrace tekutiny storem šnekového lisu je ovšem vliv tření velmi významný, proto bude modelování třecích podmínek věnována náležitá pozornost. Zejména identifikace závislosti frikčního součinitele na stavových parametrech stlačovaného média, tj. alespoň na frakci oleje, rychlosti prokluzu a popřípadě na teplotě, představuje jeden ze zásadních úkolů identifikace modelu.

V další etapě bude nezbytné se zbývat nelineárním modelem, který popisuje ustálené proudění stlačovaného média segmentem šnekového lisu, při uvažování daných otáček stroje a předepsaného přísunu materiálu na vstupu.

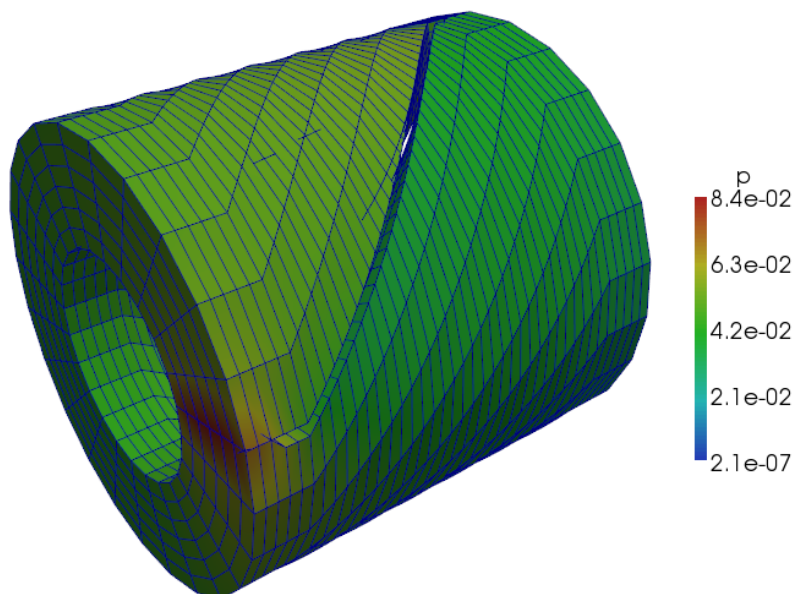
## 6. Poděkování

Tato práce vznikla za částečné podpory z projektu MSM 4977751303.

## 7. References

Bemer, E., Longuemare, P. and Vincké, O. 2004: Poroelastic parameters of Meuse/Haute Marne Argillites: effect of loading and saturation states. *Applied Clay Science, Clays in Natural and Engineered Barriers for Radioactive Waste Confinement*, 26, 359-366.





Obrázek 4: Ilustrace výpočtu tlakového pole intersticiální tekutiny stlačovaného materiálu. Je patrný zvýšený tlak “před” plochou lopatky rotoru.

Biot, M.A. 1962: Mechanics of deformations and acoustic propagation in porous media, *Journal of Applied Physics*, Vol. 33, 1482-1489.

de Boer, R. 2000: *Theory of Porous Media*, Springer.

Cimrman, R. et al(2008) Simple Finite Elements in Python,  
url = <http://sfepy.kme.zcu.cz>, <http://sfepy.org>

Cimrman, R. and Rohan, E. 2007: On modelling the parallel diffusion flow in deforming porous media. *Math. and Computers in Simulation*, 76, 34-43.

Coussy, O. 1994: *Mechanics of Porous Continua*, J. Wiley.

Griso, G., Rohan, E. 2007: On homogenization of diffusion-deformation problem in strongly heterogeneous media, *Ricerche di mat.* 56, 161-188.

Huyghe, J.M. and van Campen, D.H. 1995: Finite deformation theory of hierarchically arranged porous solids I, II. *Int. J. Eng. Sci.* 33, 1861-1886.

Olivier, J., Vaxelaire, J. and Vorobiev, E. 2007: Modelling of Cake Filtration: An Overview. *Separation Science and Technology*, 42, pp. 1667-1700.

Očenášek, J., Rohan, E., Voldřich, J. 2008: Problematika šnekového lisování z pohledu matematického modelování, Výzkumná zpráva NTC, Západočeská univerzita v Plzni.

Rohan, E. 2006: Modelling large deformation induced microflow in soft biological tissues. *Theor. and Comp. Fluid Dynamics*, 20 251-276.

Thompson, M. and Willis, J.R. 1991: A reformation of the equations of anisotropic poroelasticity. *Transactions of ASME*, Vol 58, 612-616.