

EXPRESSING EVOLUTION OF STRESS-STRAIN DIAGRAM OF CONCRETE DURING SOLIDIFICATION USING FUZZY SETS

N. Pokorná, P. Tomek, P. Štemberk*

Summary: *In this paper, an approach to expressing the evolution of stress-strain diagram of solidifying concrete using fuzzy logic is presented. The fuzzy logic techniques are utilized as the lacking experimental data on solidifying concrete can be easily supplemented with theoretical and practical knowledge. The approach is explained in an illustrative example.*

1. Úvod

Popsání rozvoje mechanických vlastností betonu během hydratace se v minulosti věnovalo mnoho prací, které hledaly vhodné vztahy pro koeficienty některých analytických křivek pro pracovní diagram betonu (Popovics, 1973; Yi et al, 2003) nebo rovnou kompletní křivku, která by popisovala rozvoj mikrostruktury pomocí stupně hydratace. Nabízené vztahy nebo konkrétné křivky však často buď příliš obecné na to, aby přesně popisovaly rozvoj vlastností konkrétního betonu, nebo byly upravené pro konkrétní typ betonu a okrajové podmínky a mají tak jen omezenou platnost. Existující vztahy by se tak mohly kalibrovat přímo na konkrétní beton pomocí statistických metod regresí, ovšem pro to, aby tyto metody dávaly dobrý výsledek, je potřeba mít větší soubor experimentálních dat. Pokud vezmeme v úvahu, že průběh hydratace a s ní spojených vlastností je závislý na velkém množství vnitřních (složení betonu) i vnějších (podmínky ošetřování) proměnných, vychází z toho potřeba provést obrovské množství nákladných experimentů. Přitom zde existuje intuitivní představa expertů o chování betonu za různých podmínek, která by mohla nahradit velké množství experimentů a upravit výsledky statistiky z malého množství zkoušek do správných kolejí. Vhodné by tedy bylo nalézt takovou metodu, která by mohla vytvořit spojitý průběh pracovního diagramu během hydratace s možností jednoduchého manuálního zásahu. Přitom by bylo vhodné vyhnout se analytickým vztahům tam, kde je to může být zbytečně složité.

Takovou možnost může nabízet fuzzy řízení, které se v současné době používá především v elektrotechnice (Klir et al, 1997) pro regulaci dějů, které jsou těžko analyticky definovatelné, ale existuje o nich intuitivní představa expertů. Tento článek představuje možnost modelování změny pracovního diagramu betonu v čase během hydratace pomocí fuzzy logiky. Fuzzy logiky je zde použito v kombinaci s analytickou křivkou pracovního diagramu betonu podle Popovicse (Popovics, 1973), tedy nepřímo pro vyjádření základních vstupních dat analytického. Představovaná metoda tak tvoří mezistupeň mezi klasickým použitím fuzzy řízení při modelování a plně analytickým přístupem. Vlastní modelování vychází z experimentálních dat velmi raného betonu (Štemberk & Kalafutová, 2008), tedy

* Ing. Nataliya Pokorná, Bc. Pavel Tomek, doc. Ing. Petr Štemberk, Ph.D., Fakulta stavební, České vysoké učení technické v Praze; Thákurova 7; 166 29 Praha 6; tel.: +420.224 354 364, fax: +420.224 353 740; e-mail: stemberk@fsv.cvut.cz

betonu stárí pouze několika hodin. V článku je popsán princip navrhované metody a následně jsou porovnány výsledky modelu s experimentálními daty. Veškeré výpočty byly provedeny s pomocí programu Matlab.

1. Modelování pracovních diagramů pomocí fuzzy množin

Analytická křivka pracovního diagramu

Jako základ pro nalezení křivky pracovního diagramu byl vybrán vzorec, který v roce 1973 prezentoval Popovics v článku (Popovics, 1973). Je jedním z několika analytických vyjádření, které byly v minulosti nalezeny pro popis nelineárního chování betonu (Yi et al, 2003). Jedná se o jednoparametrický vzorec definovaný pro normalizované přetvoření podle přetvoření na mezi pevnosti $\eta = s/s_{C1}$ a normalizované napětí podle meze pevnosti σ_c/f_c . Vzorec má podobu

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = \frac{k \cdot \eta}{k - 1 + \eta^k} \quad (1)$$

Popovicsova křivka byla vybrána proto, že svým tvarem velmi dobře odpovídá reálnému chování betonu a to jak na vzestupné, tak na sestupné větvi křivky pracovního diagramu betonu. Ukazuje se ovšem, že dobré shody je dosaženo jen v případě, že se použijí dva parametry k , samostatně pro vzestupnou a sestupnou větev (Yi et al, 2003). Výhodou je, že volba dvou rozdílných parametrů k , pokud se mění právě ve vrcholu křivky, nenaruší spojitost křivky, ani spojitost první derivace tomto v bodě. Na mezi pevnosti je pro všechny parametry k derivace vždy nulová.

Pro získání konkrétní křivky jsou tedy potřeba čtyři hodnoty: parametry pro vzestupnou k_a a pro sestupnou k_d větev pracovního diagramu, přetvoření ε_{C1} pro normalizaci a mez pevnosti f_c pro denormalizaci. Při popisu změny pracovního diagramu v čase stačí popsat změnu těchto čtyř hodnot. Většinou byl parametr k hledán vzorcem postavených na poměru mezi sečného E_{C1} a tečného modulu pružnosti E_0 (Yi et al, 2003) nebo závislých na f_c (Popovics, 1973). V tomto případě bude k vyjádření průběhu koeficientů k a normalizačních hodnot f_c a ε_{C1} použito fuzzy logiky.

Fuzzy množiny a fuzzy logika

Teorie fuzzy množin (Zadeh, 1965) přináší do matematiky nový typ neurčitosti: vágnost. Tento typ neurčitosti přichází na řadu tam, kde jsou pojmy nejasné nebo neostře definovány. Tuto neurčitost vyjadřuje stupeň příslušnosti, hodnota od nuly do jedné určující do jaké míry prvek patří do fuzzy množiny. Těchto vlastností se dá využít v mnoha aplikacích. Jedním z nejpoužívanějších a také jedním z nejrozvinutějších je fuzzy řízení (Ross, 1995), jejímž jádrem jsou rozhodovací podmínky. Tyto podmínky přiřazují vstupním fuzzy množinám výstupní fuzzy množiny u typu Mamdani, funkce u typu Sugeno nebo konstanty u diskrétního typu. S pomocí fuzzy řízení se může vystavět relativně složitý řídicí systém pouze na základě empirických znalostí a není potřeba hledat složité analytické vyjádření. Součástí každého fuzzy systému-regulátoru je modul fuzzifikace, který vstupní proměnné převede na fuzzy množiny, inferenční mechanismus, který k těmto vstupním množinám přiřadí pomocí báze pravidel odpovídající výstupní fuzzy množiny a modul defuzzifikace, který tyto výstupní množiny převede na ostrou hodnotu.

Definice parametrů založená na fuzzy logice

Úkolem fuzzy logiky v navrhovaném semi-fuzzy systému popisující změnu pracovního diagramu v čase během tuhnutí, je vyjádřit změnu čtyř hodnot, které jsou vstupními hodnotami pro analytickou křivku podle Popovicse (1). V podstatě se jedná o čtyřnásobné použití fuzzy řízení typu Sugeno závislého pouze na jedné proměnné a to čase reprezentujícího stáří betonu. Každé z definovaných pravidel má pak tvar:

$$\text{IF } (t \text{ is member of } T_i) \text{ THEN } (X = g_{X,i}(t)), \quad (2)$$

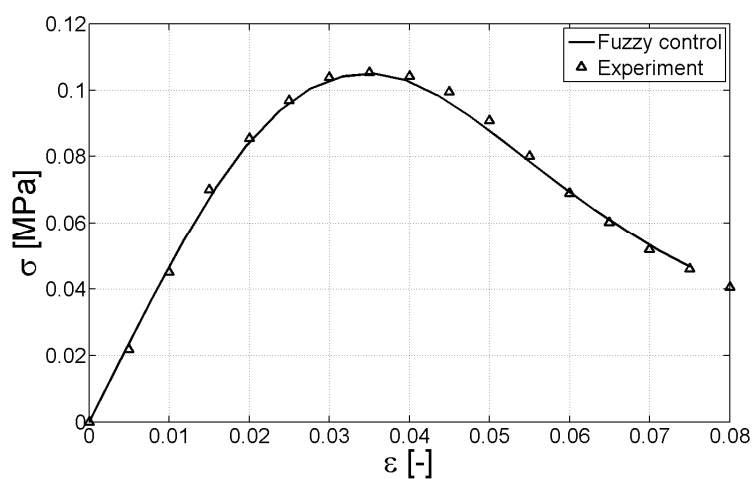
kde $g_{X,i}(t)$ je jedna ze sady funkcí závislých na stáří betonu t přiřazovaná systém Sugeno vstupním množinám. Pro každou hodnotu (parametr k_a a k_d , přetvoření ε_{C1} a pevnost betonu f_c), které v relaci představuje symbol X , je k dispozici jedna sada i funkcí. V takovém počtu i , kolik je definovaných vstupních fuzzy množin času. Jednou z nejjednodušších funkcí, která by mohla splnit podmínky, aby se rovnala sousedním funkcím ve třech bodech, tedy nad třemi jádry, nad kterými prochází (dvakrát s příslušností 0 a jednou nad svým vlastním jádrem s příslušností 1), je kvadratická funkce. Její koeficienty lze nalézt automaticky jednoduchou lineární úlohou na základě zadání souřadnic tří bodů. Uživatel se tak nemusí zabývat hledáním vhodných koeficientů funkcí, ale ty jsou automaticky vypočteny na základě zadání několika bodů, které odpovídají požadovaným hodnotám v jádrech fuzzy množin.

Samotný výpočet hodnoty napětí na základě stáří betonu a přetvoření je vhodné rozdělit do dvou kroků. V prvním vypočte program koeficienty pro všechny funkce přiřazované systémem sugeno na základě čtyř sad vstupních hodnot parametrů křivky k_a a k_d , přetvoření ε_{C1} a pevnosti betonu f_c v jádrových bodech času. Druhý krok pak může probíhat cyklicky na základě zadávání různých dvojic vstupních proměnných. Výpočet začíná určením příslušnosti stáří betonu ve vstupních fuzzy množinách času (k tomu je možné použít předdefinovanou funkci v programu Matlab „trimf“). Na základě těchto příslušností jsou pak vypočteny funkční hodnoty výstupních funkcí, kterých se vstupní čas týká a je proveden vážený průměr těchto funkčních hodnot pro všechny čtyři požadované ostré hodnoty, které pak tvoří základ pro výpočet analytického vzorce podle Popovicse (1).

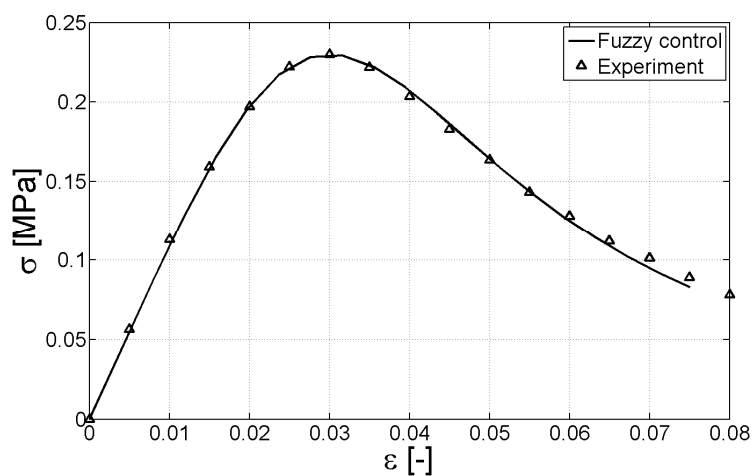
3. Výsledky a diskuse

Výsledkem čtyřnásobného fuzzy řízení jsou v každém požadovaném stáří betonu mezi 3-8 hodinami čtyři hodnoty, které jsou základem pro Popovicsovův vzorec (1), ze kterého lze získat kompletní pracovní diagram betonu. Jelikož jsou díky použití fuzzy řízení Sugeno s parabolickými funkcemi průběhy všech parametrů spojitě a mají i spojitou první derivaci, bude změna pracovního diagramu v čase spojitá a bude mít ve všech uvažovaných přetvořeních spojitou první derivaci. V případě, že by byl uvažován výpočet, kde by byla rychlost zatěžování pomalá vzhledem k rychlosti změny mechanických vlastností hydratujícího betonu, bylo by možné získat pracovní diagram v určitém směru změny stáří betonu a přetvoření.

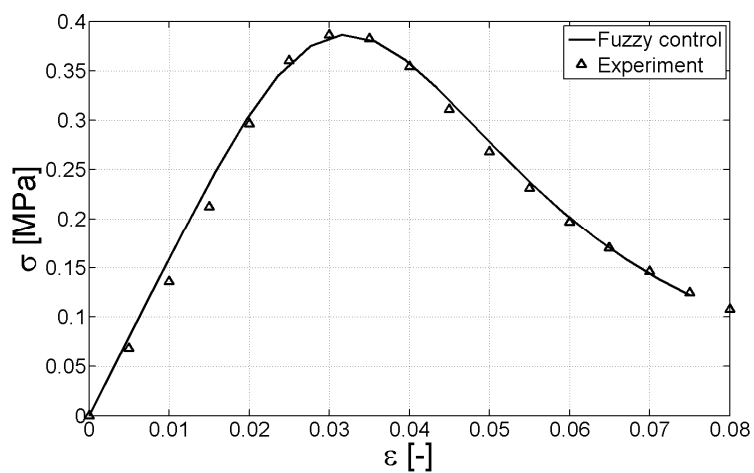
Na Obr. 1 až 6 je možné porovnat výsledky fuzzy systému s experimentálními daty ve všech šesti časech, ve kterých byly prováděny experimenty. Výsledek modelu se velmi dobře blíží experimentálním datům. Při vyhodnocení blízkosti modelu a experimentálních dat metodami adoptovanými z regresní analýzy vyjde průměrný koeficient determinace 99,56% (99,70%, 99,76%, 99,20%, 99,83%, 99,80%, 99,06%), což ukazuje na velmi dobrou shodu.



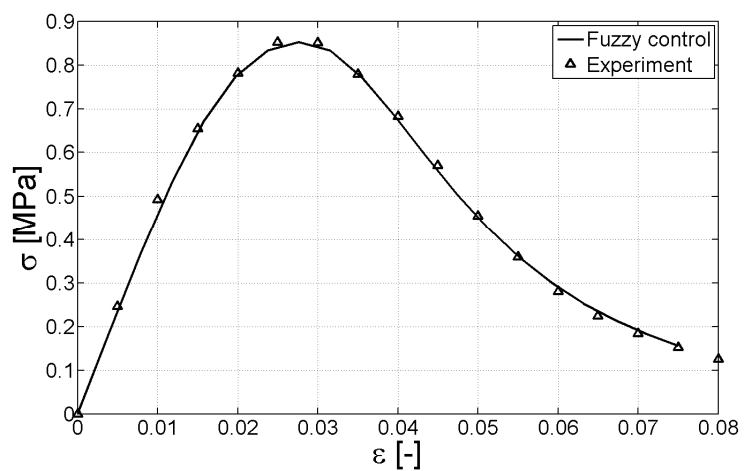
Obr. 1 Pracovní diagram betonu stáří 3 hodiny



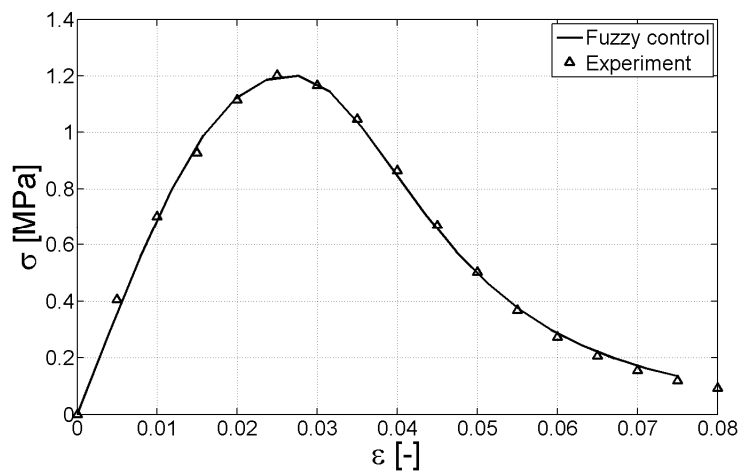
Obr. 2 Pracovní diagram betonu stáří 4 hodiny



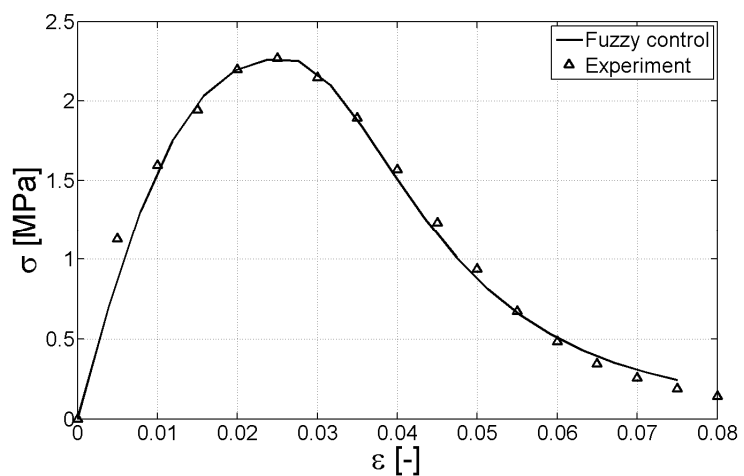
Obr. 3 Pracovní diagram betonu stáří 5 hodin



Obr. 4 Pracovní diagram betonu stáří 6 hodin

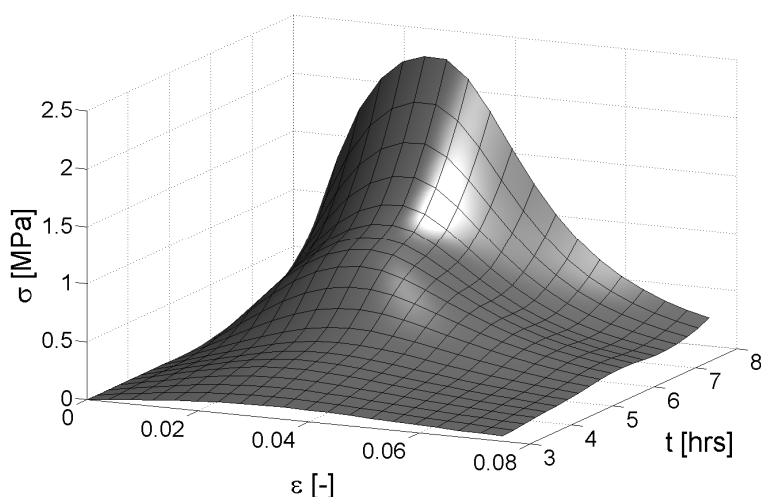


Obr. 5 Pracovní diagram betonu stáří 7 hodin



Obr. 6 Pracovní diagram betonu stáří 8 hodin

Zadávání dat do modelu je velmi snadné protože vyžaduje minimální množství dat (např. oproti běžným způsobům fuzzy řízení) a tato data jsou navíc blízka chápání v oblasti betonových konstrukcí. Koeficienty k si lze představit jako „míru křehkosti“ jelikož výrazně ovlivňuje nejen přímou vzestupnou větev, ale především sklon a rychlost sestupu sestupné větve. Výhodou fuzzy logického přístupu je i snadná modifikovatelnost a možnost lokální úpravy. To systém činí velmi flexibilním a umožňuje pozdější uplatnění zkušenosti experta nebo doplnění údajů v případě provádění dalších experimentálních zkoušek, viz Obr. 7.



Obr. 7 Pracovní diagramy betonu stáří 3 až 8 hodin

4. Závěr

V tomto článku byla představena možnost modelování pracovního diagramu betonu velmi raného stáří v čase pro účely numerické analýzy. Pro moderování byla zvolena kombinace analytického a fuzzy přístupu. Analytický vzorec podle Popovicse byl použit pro vykreslení křivky pracovního diagramu. Fuzzy logika pak byla použita pro vyjádření změny základních vstupních hodnot tohoto vzorce během hydratace betonu. Fuzzy logika zde tak představuje vhodný způsob, jak se vyhnout hledání analytické křivky pro popsání rozvoje mechanických vlastností betonu během hydratace.

Navrhovaný model je možné sestavit na základě malého množství dat a případné nedokonalosti měření lze lokálně korigovat na základě manuální zásahy např. materiálového experta. Takovým způsobem lze ušetřit za velké množství zkoušek, které beton velmi raného stáří vyžaduje, jelikož je závislý na mnoha proměnných. Takto je možné získat model, který je snadno definovatelný a zároveň má vhodné vlastnosti (spojitost a spojitost první derivace) pro další použití při numerické analýze konstrukcí hydratujícího betonu.

5. Poděkování

Tato práce byla provedena za plné finanční podpory GA ČR (projekt číslo 103/07/1462), za kterou autoři děkují.

6. Literatura

- Klir, G., St. Clair, U. & Yuan, B. (1997) *Fuzzy set theory: foundations and applications*, Upper Saddle River: Prentice-Hall.
- Popovics, S (1973) A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete, *Cement and Concrete Research*, 3, 5, pp. 583-599.
- Ross, J. T. (1995) *Fuzzy logic with engineering applications*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Štemberk, P. & Kalafutová, P. (2008) Modeling very early age concrete under uniaxial short-time and sustained loading, *Mechanika*, 70, 2, pp. 16-21.
- Yi, S.T., J.-K. Kim, J.K. & Oh, T.K. (2003) Effect of strength and age on the stress-strain curves of concrete specimen. *Cement and Concrete Research*, 33, 8, pp. 1235-1244.
- Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy sets, *Information Control*, 8, 3, pp. 338-353.