

## IDENTIFICATION OF PARAMETERS FOR MODELS OF DUCTILE DAMAGE

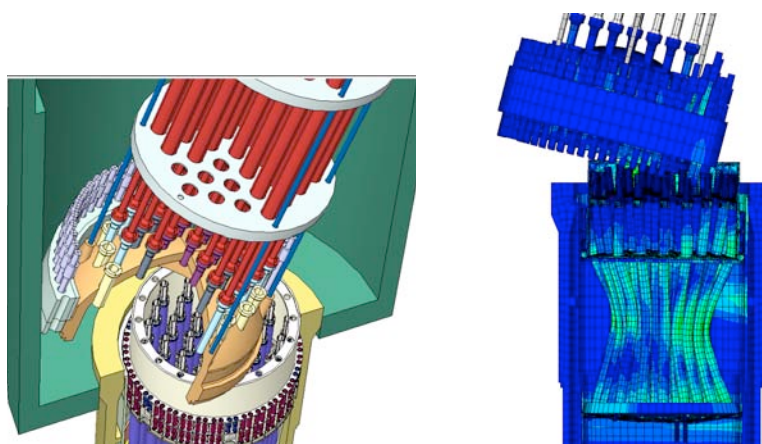
**J. Růžička<sup>\*</sup>, M. Španiel, M. Moravec, A. Prantl, J. Džugan, J. Kuželka**

**Abstract:** *This paper introduces the description of effective method of calibration of a material plasticity. This problem is solved in the project „Identification parameters of ductile damage materials for nuclear facilities“. The research focuses on the phenomenological material models and identification of their parameters. The calibration of the material parameter is based on the evaluation of the experimental samples series and FE simulations that are calculated in Abaqus 6.10 software.*

**Keywords:** *Plasticity, calibration, FEM, Johnson-Cook, ductile damage*

### 1. Úvod

Vzhledem ke zvyšujícím se nárokům na bezpečnost, spolehlivost a prodlužování životnosti dílů jaderných zařízení je nutno zahrnout do výpočtových simulací vstupní materiálová data, která odpovídají možnostem stávajícího výpočtového systému používaného ve Škoda JS i současnému stavu poznání. Cílem je nalezení parametrů a způsobu jejich identifikace pro počítačové simulace umožňující vyhodnocení odolnosti vůči tvárnému porušení. To umožní zpřesnění výpočtů při návrhu konstrukce sledovaných zařízení a současně umožní vyhodnocení aktuálního stavu sledovaných komponent, což může mít pozitivní dopad na jejich efektivnější využití za podmínky dodržení nejvyšších standardů pro bezpečný provoz jaderných zařízení .



*Obr.1: Studie hypotetického pádu horního bloku do šachty reaktoru.*

K porušování strojních součástí dochází zpravidla ze dvou příčin. První příčinou bývá iniciace a šíření únarvových trhlin u cyklicky namáhaných konstrukcí. Trhlina postupně prorůstá zatěžovanou součástí

---

<sup>\*</sup> Ing. Jan Růžička : Ústav mechaniky/Odbor pružnosti a pevnosti, České vysoké učení technické v Praze;  
 e-mail: ruzicka.jan@seznam.cz

a zeslabuje tak její nosný průřez. Druhou příčinou bývá překročení pevnostní dispozice konstrukce. Vlastní proces lomu lze dále dělit na lom křehký a tvárný. V průběhu křehkého lomu zpravidla nevznikají makroskopicky významné plastické deformace. K lomu dochází, pokud v tělese vzniknou podmínky pro nestabilní šíření existující trhliny. Popisem této problematiky se detailně zabývá lomová mechanika. K tvárnému lomu dochází po vyčerpání plastické zásoby materiálu. Plastická deformace má v tomto případě velký podíl na celkovém přetvoření tělesa, a proto je práce potřebná pro celkové porušení součásti významně větší než v případě křehkého lomu. Popis tvárného porušování je velice komplexní problém. Vlastní proces porušování materiálu je v mnoha případech silně závislý na lokální napjatosti materiálu, teplotě, rychlosti deformace atd. Z tohoto důvodu se nelze příliš spoléhat na jednoduché hypotézy, které zpravidla dávají uspokojivé výsledky pouze v úzké oblasti zatěžování. Pro komplexnější popis problematiky jsou v současné době vyvíjeny složitější fenomenologické modely tvárného porušování. Tyto modely zpravidla obsahují mnoho materiálových parametrů, které je třeba identifikovat. Proto je nutné experimentálně zmapovat chování materiálu na poměrně rozsáhlém souboru vhodných vzorků. Z tohoto důvodu je úspěšná kalibrace tvárného porušování poměrně nákladná záležitost.

## 2. Teoretické aspekty modelů tvárného porušování

Stávající fenomenologické modely tvárného porušení lze z hlediska zahrnutí poznatků o mikrostruktuře rozdělit do dvou skupin. První skupinou jsou mikromechanické kontinuální modely, které vycházejí z rozboru vlivu dutin na napjatost v mikroobjemech kontinua. Typickým představitelem mikromechanických modelů poškození kontinua je Gurson-Tvergaardův model. Ten definuje poškození jako objemový podíl dutin v materiálu. Druhou skupinou jsou modely poškození kontinua. Koncept mechaniky poškozování kontinua je založen na představě, že odezva poškozeného materiálu je odvozena z odezvy materiálu základního. Geometrické a fyzikální parametry poškození nejsou popisovány na úrovni mikrostruktury, ale vycházejí typicky ze skalárního fiktivního parametru poškození  $\omega$ , které lze obecně vyjádřit kumulací v procesu plastické deformace.

$$\omega = \int_0^{\varepsilon_c} f(p, q, \xi, T, \varepsilon, \mathcal{E}) d\varepsilon^{pl} \quad (1)$$

Pokud poškození zpětně ovlivňuje plastické chování materiálu mluvíme o svázaném modelu poškození kontinua, pokud ne, jedná se o model nesvázaný. V MKP programu Abaqus, na který je tento projekt orientován, je implementován fenomenologický model poškození kontinua jako nadstavba klasických modelů plasticity kovů. Tyto modely nejsou svázané, což klade vyšší nároky na modely plasticity. Plastická deformace má v procesu tvárného porušování klíčový význam. Fenomenologické modely tvárného porušení jsou proto vesměs vázány ke stávajícím modelům plasticity. Klasické fenomenologické modely plastické odezvy pracují se stavovými veličinami: tenzor napětí  $\sigma$  a akumulovanou intenzitou plastické deformace  $\varepsilon^{pl}$ .

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^t \dot{\varepsilon}^{pl} dt, \quad \dot{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^{pl} : \dot{\varepsilon}^{pl}} \quad (2)$$

Plastická deformace je definována jako proces. O tom, zda při změně zatížení dojde k nárůstu plastické deformace rozhoduje kritérium závislé na aktuálním stavu. Za předpokladu isotropie může být z hlediska samotného materiálu napjatost popsána hlavními napětími  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  a  $\sigma_3$ . Budeme-li předpokládat nezávislost plastické odezvy na hydrostatickém napětí, jsou klasické plastické modely kovů formulovány pro deviátor tenzoru napjatosti. Formulace významné skupiny klasických modelů plasticity kovů je založena pouze na druhém invariantu tenzoru napjatosti.

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) \quad (3)$$

Takový model plasticity byl použit při identifikaci parametrů tvárného porušení v rámci tohoto projektu. Jednalo se o model s misesovskou plochou plasticity, s asociovaným zákonem plastického tečení a bez posunu středu plochy plasticity (s izotropním zpevněním). Při předpokládaném

monotónním zatěžování do porušení je tento velmi jednoduchý model plasticity dostatečný. Principiálně je možno použít i komplikovanější plastické modely.

### 3. Metodika kalibrace modelu plasticity

Kalibrace materiálových parametrů je založena na porovnávání měřené odezvy experimentálních vzorků s výsledky simulace metodou konečných prvků. Měřenou odezvou se rozumí závislost mezi prodloužením a silou. Například pro tahový vzorek je to síla zkušebního stroje a prodloužení měřené buď na čelistech nebo extenzometrem. Cílem kalibrace je dosáhnout takových hodnot materiálových parametrů, aby výpočet vystihoval experiment co nejpřesněji. Pro uvedený model plasticity je nutno kalibrovat závislost okamžité meze kluzu na akumulované intenzitě plastické deformace  $\sigma_Y^{True} = \sigma_Y^{True}(\varepsilon_{ln}^{pl})$ . Základním experimentálním podkladem pro určení této závislosti bývá standardně uniaxiální tahový test na hladkém tyčovém vzorku. Výstupem tahového testu je závislost smluvního napětí  $\sigma$  na poměrné deformaci  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}, \quad \sigma = \frac{F}{S_0} \quad (4)$$

Za předpokladu rovnoměrného rozložení deformace lze z podmínky konstantního objemu materiálu vypočítat skutečné hodnoty napětí a logaritmické deformace pomocí vztahů (5)

$$\varepsilon_{ln} = \ln(1 + \varepsilon), \quad \sigma^{True} = \sigma(1 + \varepsilon) \quad (5)$$

Dalším krokem je odečtení elastické složky deformace. Z tahového diagramu je výhodnější tuto složku deformace stanovit na základě počáteční meze kluzu  $\sigma_y$ .

$$\varepsilon_{ln}^{pl} = \varepsilon_{ln} - \varepsilon_{ln}^{el} = \varepsilon_{ln} - \frac{\sigma_y}{E} \quad (6)$$

Tímto postupem lze stanovit plastickou část tahové křivky  $\sigma_Y^{True}(\varepsilon_{ln}^{pl})$  až do okamžiku lokálního zaškrcení vzorku, kdy vztahy (5) přestávají být platné. Napjatost v zaškrčené oblasti již není dále uniaxiální a plastickou část tahové křivky je pro větší plastické deformace nutné stanovit pomocí vhodné korekce (např. Bridgmanovy), nebo iterativně s využitím MKP simulace. K vlastnímu zaškrcování hladkého vzorku začíná zpravidla docházet v okamžiku maximální experimentálně dosažené síly, kterému odpovídá prodloužení vzorku  $\Delta L_{neck}$ . Pomocí vztahů (4)-(6) lze v tomto bodě stanovit plastickou deformaci při zaškrčení  $\varepsilon_{ln,neck}^{pl}$  a odpovídající napětí  $\sigma_{Y,neck}^{True}$ .

Obecný tvar funkce  $\sigma_Y^{True}(\varepsilon_{ln}^{pl})$  je možné ve vhodně zvolených bodech interpolovat

posloupností korespondujících bodů  $\left[ \left( \varepsilon_{ln}^{pl} \right)_j, \left( \sigma_Y^{True} \right)_j \right]$ . Plastická část tahové křivky je pak do výpočetních programů zadávána ve formě tabulky. Tento přístup s sebou nese výhodu možnosti popisu plastické části tahové křivky i v případě, kdy ji nelze s dostatečnou přesností aproximovat vhodnou analytickou funkcí. Nevýhodou je často značný rozsah dat (zvláště v případě definice dalších závislostí např. na teplotě, rychlosti deformace, atd.) a problematika regularizace dat (viz. níže).

Výsledná funkce  $\sigma_Y^{True}(\varepsilon_{ln}^{pl})$  je sestavena ze dvou částí. První část, která je platná až do vniku plastického zaškrcení  $\varepsilon_{ln}^{pl} < \varepsilon_{ln,neck}^{pl}$  je tvořena hodnotami skutečného napětí a plastických deformací, které byly vypočítány pomocí vztahů (5),(6) přímo z experimentálních dat. V případě výraznějšího šumu, který v reálném měření nevyhnutelně vzniká, je vhodné experimentální data nejprve vyhladit. Druhá část závislosti  $\sigma_Y^{True}(\varepsilon_{ln}^{pl})$  je pro  $\varepsilon_{ln}^{pl} \geq \varepsilon_{ln,neck}^{pl}$  nahrazena vhodnou aproximační funkcí, která je volena tak, aby splňovala podmínku tečného napojení v místě plastické deformace při zaškrčení  $\varepsilon_{ln,neck}^{pl}$ . Vlivem šumu zpravidla nelze směrnicí tečny v tomto místě stanovit přímo. Z tohoto důvodu je malá oblast kolem kritické plastické deformace aproximována kvadratickou funkcí a směrnicí

$\frac{d\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln,neck}^{pl})}{d\epsilon_{ln}^{pl}}$  je pomocí této funkce následně vypočítána analyticky. V této práci byla plastická část

tahové křivky pro velké plastické deformace nahrazena mocninou funkcí. Tato funkce odpovídá prvnímu členu, který popisuje závislost okamžité meze kluzu na akumulované intenzitě plastické deformace Johnson Cookova plastického modelu (7).

$$\sigma_Y^{True} = \left( A + B(\epsilon_{ln}^{pl})^n \right) \left( 1 + c \ln \frac{\dot{\epsilon}_{ln}^{pl}}{\dot{\epsilon}_{ln}^0} \right) (1 - \tilde{T}^m), \quad (7)$$

kde  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $c$ ,  $m$  jsou materiálové parametry. Aplikací podmínek tečného napojení dostaneme soustavu rovnic.

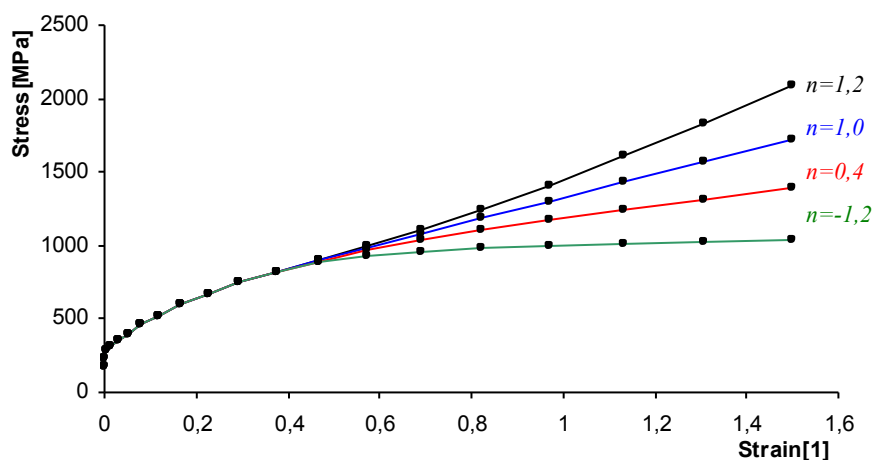
$$A + B(\epsilon_{ln,neck}^{pl})^n = \sigma_{Y,neck}^{True} \quad (8)$$

$$Bn(\epsilon_{ln,neck}^{pl})^{n-1} = \frac{d\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln,neck}^{pl})}{d\epsilon_{ln}^{pl}} \quad (9)$$

Řešením soustavy lze parametry  $A$ ,  $B$  vyjádřit jako funkci exponentu  $n$ , který je možné následně kalibrovat iterativně. Protože aproximační funkce je definována až od hodnoty  $\epsilon_{ln,neck}^{pl} > 0$ , lze definiční obor exponentu  $n$  rozšířit i do oblasti záporných čísel. Pro nenulovou směrnici plastické části tahové křivky v místě napojení však nelze aproximační funkci definovat pro  $n=0$ , protože tak nelze obecně splnit rovnici (9). V případě iterativní kalibrace je proto nutné hodnotu  $n=0$  vyloučit. Pro popis tvarově složitější plastické funkce je samozřejmě možné zvolit aproximační funkci, která je popsána více parametry.

Tab. 1: Vlastnosti plastického modelu navrženého podle (8),(9) pro různé hodnoty  $n$

$n > 1$	Rychlost plastického zpevnění po zaškrcení vzorku roste.
$n = 1$	Rychlost plastického zpevnění je po zaškrcení vzorku konstantní.
$n < 1$	Rychlost plastického zpevnění po zaškrcení vzorku klesá.
$n = 0$	Model není v obecném případě definován.
$n \rightarrow -\infty$	Plastické zpevnění po zaškrcení se blíží ideálně plastickému materiálu



Obr.2: Výsledný tvar plastické části tahové křivky pro různá  $n$

Závěrečným krokem kalibrace je interpolace obou částí závislosti  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  do vhodně zvolených interpolačních bodů  $\left[ \left( \epsilon_{ln}^{pl} \right)_j, \left( \sigma_Y^{True} \right)_j \right]$ . Rozvržení těchto bodů by mělo vystihovat tvar plastické části tahové křivky. V místě větších gradientů napětí je vhodné hustotu interpolačních bodů zvýšit. Dále je nutné si uvědomit, že pokud budeme definovat plastický model materiálu, který je závislý na dalších veličinách (teplota, rychlost plastické deformace, atd.), bude celkový počet interpolačních bodů prudce narůstat. V této práci bylo definováno polynomické rozvržení

$$\left( \epsilon_{ln}^{pl} \right)_j = a \cdot j^\alpha, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N, \quad \alpha \geq 1, \quad (10)$$

kde  $N$  je počet interpolačních intervalů. V současné době bývá ve většině případů tvárné porušování simulováno v explicitním řešiči. Abaqus/Explicit z důvodu efektivity výpočtu nepoužívá materiálová data ve stejném tvaru, ve kterém jsou definována uživatelem. Veškerá data, která jsou zadána ve formě tabulky jsou automaticky regularizována. Materiálová data jsou interpolována stanoveným počtem bodů s konstantním krokem. Při použití  $N \leq 50$  intervalů definovaných uživatelem, Abaqus použije pro regularizaci  $100 \cdot N$  intervalů s konstantní velikostí. V případě, že v některé oblasti jsou uživatelem definované intervaly výrazně menší, než je velikost intervalu regularizovaného, dochází ke ztrátě informace o průběhu  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$ . Tento efekt může mít zcela zásadní vliv na kvalitu výsledků dosažených MKP simulací. Vzniklou chybu lze do značné míry eliminovat vhodnou volbou maximální plastické deformace (ta by měla být jen tak velká jak je bezpodmínečně nutné) a vhodným rozvržením interpolačních bodů (volba parametrů  $a, \alpha$ ). Aby nedocházelo ke ztrátě informace, o tvaru závislosti  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$ , je vhodné požadovat, aby nejmenší uživatelem definovaný interval (pro případ  $\alpha \geq 1$  se jedná o první interval definované posloupnosti) byl roven velikosti intervalu regularizovaného. Tuto podmínku lze zapsat následující rovnicí.

$$a \cdot 1^\alpha = \frac{\epsilon_{ln,max}^{pl}}{100 \cdot N} = \frac{a \cdot N^\alpha}{100 \cdot N}, \quad \alpha \geq 1, \quad (11)$$

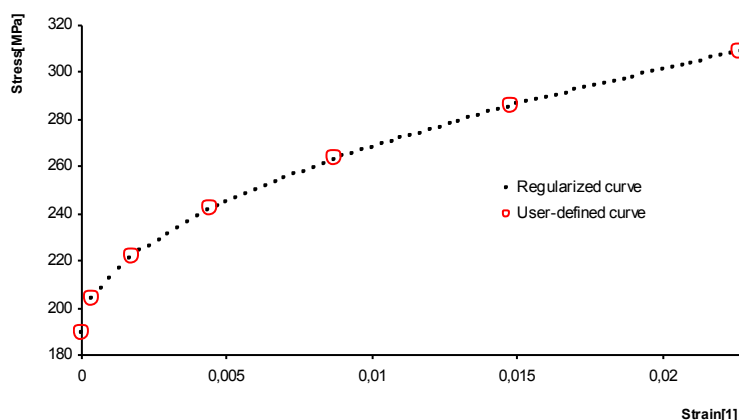
kde  $\epsilon_{ln,max}^{pl}$  je maximální definovaná plastická deformace. Řešením rovnice je vztah pro výpočet exponentu  $\alpha$ , který je závislý pouze na počtu zvolených interpolačních intervalů.

$$\alpha = \frac{\ln(100N)}{\ln N}, \quad N \leq 50 \quad (12)$$

Parametr  $a$  lze vypočítat z podmínky maximální požadované deformace.

$$a \cdot N^\alpha = \epsilon_{ln,max}^{pl} \quad \rightarrow \quad a = \frac{\epsilon_{ln,max}^{pl}}{N^\alpha} \quad (13)$$

Tímto způsobem lze efektivně rozvrhnout interpolační body v závislosti na předpokládaném rozsahu redukované plastické deformace a počtu interpolačních bodů.



Obr.3: Začátek regularizované funkce plasticity s navrženou interpolací ( $\epsilon_{ln,max}^{pl} = 1, N = 30$ )

#### 4. Kalibrace plastického modelu Johnson-Cook

Plastická část tahové křivky je v inženýrské praxi často aproximována mocninou závislosti ve tvaru, který odpovídá prvnímu členu Johnson-Cookova modelu plasticity. Plastický model Johnson-Cook je v programu Abaqus přímo implementován. Použití této aproximace je v případě dobré shody s experimentem velice výhodné, protože celá funkce  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  je popsána pouze třemi parametry  $A$ ,  $B$ ,  $n$ . Funkce je navíc spojitá a odpadájí tak problémy s vhodnou volbou interpolačních bodů a problémům s regularizací dat v případě, kdy jsou materiálová data definována formou tabulky. Při aproximaci plastické části tahové křivky Johnson-Cookovým modelem, nelze v případě MKP simulace tahového testu očekávat dokonalou shodu s experimentem. Je však rozumné požadovat, aby korespondovala alespoň maximální dosažená zátěžná síla a prodloužení, při kterém dochází ke vzniku zaškrčení. Podmínka shody experimentu a materiálového modelu v bodě zaškrčení umožňuje vyjádřit parametry  $A$ ,  $B$  v závislosti na volbě  $n$ . Podle článku Havner, K.S. (2004) k zaškrcování vzorku dochází pokud funkce  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  pro dané  $\epsilon_{ln}^{pl}$  splňuje následující podmínku.

$$\frac{d\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})}{d\epsilon_{ln}^{pl}} < \sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl}) \quad (14)$$

Pomocí vztahů (5) lze jednoduše odvodit speciální případ funkce, která během zatěžování vzorku generuje konstantní silovou odezvu  $F_0$ .

$$\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl}) = \sigma_Y e^{\epsilon_{ln}^{pl}} = \frac{F_0}{A_0} e^{\epsilon_{ln}^{pl}}, \quad (15)$$

kde  $A_0$  je počáteční průřez testovaného vzorku. Tato funkce je podle rovnice (14) v celém rozsahu plastické deformace mezním případem vzniku plastického zaškrčení. Dosazením mocninné závislosti do (14) a aplikací podmínky dosažení síly při zaškrčení dostaneme následující soustavu rovnic.

$$A + B(\epsilon_{ln,neck}^{pl})^n = Bn(\epsilon_{ln,neck}^{pl})^{n-1} \quad (16)$$

$$A + B(\epsilon_{ln,neck}^{pl})^n = \sigma_{Y,neck}^{True} \quad (17)$$

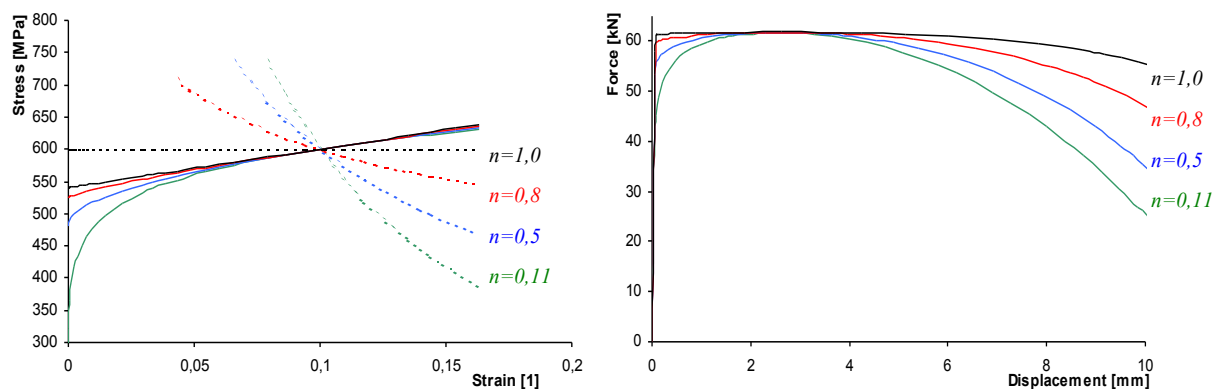
Řešením lze vyjádřit parametry mocninné plastické závislosti jako funkci exponentu  $n$ .

$$A(n) = \frac{\sigma_{Y,neck}^{True} (n - \epsilon_{ln,neck}^{pl})}{n} \quad (18)$$

$$B(n) = \frac{\sigma_{Y,neck}^{True} (\epsilon_{ln,neck}^{pl})^{1-n}}{n} \quad (19)$$

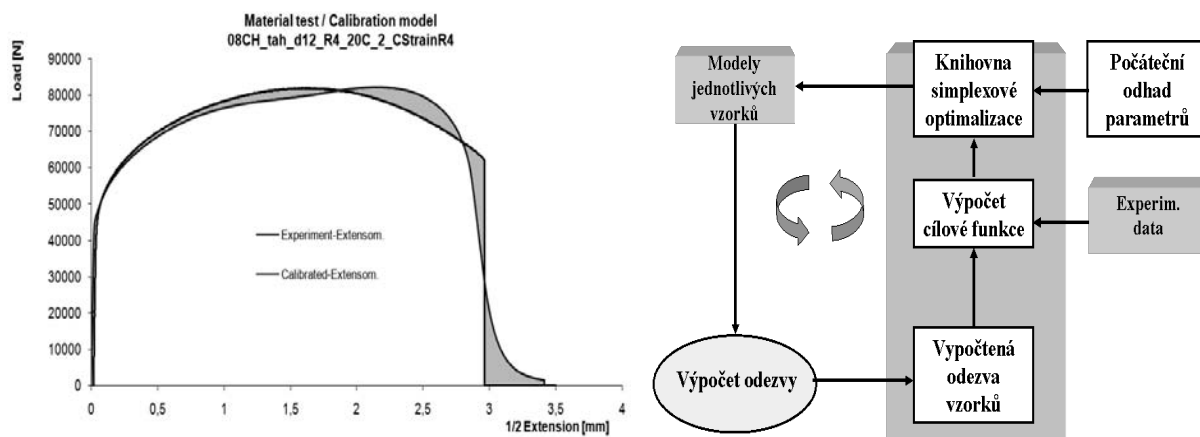
Zbylý parametr  $n$  lze následně vypočítat přidáním další podmínky, která definuje napětí experimentálně stanovené meze kluzu  $\sigma_y$  pro  $\epsilon_{ln}^{pl} = 0$ . Tento přístup ale zpravidla nevede k optimálnímu výsledku. Počáteční mez kluzu navíc nebývá ostře ohraničena. Proto je zbylý parametr  $n$  výhodnější identifikovat iterativně. Funkce  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  musí být v celém svém rozsahu nezáporná. Z tohoto důvodu musí být nutně nezáporné i  $A(n)$ , které má v tomto případě fyzikální význam počáteční meze kluzu  $\sigma_y$ . Z rovnice (19) tedy plyne minimální možná hodnota parametru  $n \geq \epsilon_{ln,neck}^{pl}$ .

Na Obr. 4 (vlevo) jsou zachyceny průběhy mocninných závislostí a jejich derivací (čárkovaně) pro různá  $n$ . Ty jsou podle vztahů (18), (19) navrženy tak, aby se protínaly v bodě plastické deformace a napětí při zaškrčení  $[\epsilon_{ln,neck}^{pl}, \sigma_{Y,neck}^{True}]$ . Výsledné silové odezvy modelovaného hladkého vzorku jsou zachyceny na Obr. 4 (vpravo). K procesu kalibrace Johnson-Cookova modelu lze samozřejmě přistoupit obecněji pomocí nezávislé iterativní identifikace všech tří parametrů. Metodika popsaná v tomto článku však dává efektivním způsobem velice dobrou představu o možnosti aproximovat plastickou odezvu materiálu pomocí tohoto modelu.



Obr.4: Vlevo - Průběhy navržených funkcí Johnson-Cooka a jejich derivací (čárkovaně). Vpravo - Odpovídající silové odezvy hladkého tyčového vzorku vypočtených pomocí MKP.

Iterativní kalibrace může být zvláště v případě identifikace více parametrů zdoluhavý proces. Z tohoto důvodu byl v rámci projektu vyvinut optimalizační skript v jazyce Python, který je spouštěn přímo pod programem Abaqus. Měřítkem přesnosti kalibrace je plocha mezi vypočítanou a experimentálně naměřenou křivkou síla-prodloužení. Čím menší je tato plocha, tím jsou kalibrované parametry přesnější (Obr. 5 - vlevo).



Obr.5: Vlevo - Plocha odchylky mezi MKP simulací a experimentem. Vpravo – Schéma optimalizačního skriptu pro lokální optimalizaci.

Kalibrační skript je založený na simplexovém algoritmu lokální optimalizace. Tento algoritmus umožňuje efektivně optimalizovat více parametrů současně. Náročnost a nejistota optimalizace však s počtem parametrů velice rychle roste. Proto je vždy snaha o popis modelu s co nejméně parametry, které je nutno identifikovat. Nevýhodou lokální optimalizace je vysoká náročnost na počáteční odhad řešení. Simplexový algoritmus zaručuje nalezení pouze lokálního minima cílové funkce. Vlastní procedura kalibrace je naznačena na Obr. 5 – vpravo.

1. Do optimalizačního bloku jsou načteny počáteční odhady parametrů a experimentálně stanovené odezvy síla-posuv pro jednotlivé vzorky. Je vytvořena databáze MKP modelů pro simulaci kalibračních experimentů na jednotlivých vzorcích.
2. MKP modely jednotlivých vzorků jsou modifikovány aktuálními hodnotami materiálových dat. Na počátku kalibrace jsou použity počáteční odhady.
3. Pro všechny vzorky je vypočtena odezva síla-posuv a načtena do optimalizačního bloku.

4. Z vypočtených a experimentálně stanovených odezev síla-posuv pro jednotlivé vzorky je vypočtena cílová funkce - míra jejich odchylky - jako plocha mezi jejich křivkami (viz. Obr. 5).
5. Optimalizační algoritmus navrhne potřebné změny materiálových dat a cyklus 2 – 5 probíhá, dokud není nalezeno lokální minimum cílové funkce.

### 5. Kalibrace teplotní závislosti plastického modelu

V technické praxi je často potřebné provádět výpočty konstrukcí pro různé teploty materiálu. Z tohoto hlediska je třeba kalibrovat plastické chování materiálů také v závislosti na teplotě. U některých materiálů lze v tomto případě využít proporcionality závislosti  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  vzhledem k silové odezvě jednotlivých vzorků  $F(\Delta l)$ . Pokud lze naměřené závislosti síla-prodloužení při daných teplotách  $F(\Delta l)_T$  úspěšně aproximovat závislostí síla-prodloužení téhož vzorku při referenční teplotě  $F(\Delta l)_{T_0}$  ve tvaru  $F(\Delta l)_T \approx \tau(T) \cdot F(\Delta l)_{T_0}$ , kde  $\tau(T)$  je vhodná korekční funkce závislá pouze na teplotě, poté je možné vypočítat korigovanou plastickou křivku jako  $\sigma_{Y.crit}^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})_T = \tau(T) \cdot \sigma_{Y.crit}^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})_{T_0}$ . Korekční teplotní funkci lze navrhnout např. ve tvaru, který je obsažen v Johnson-Cookově plastickém modelu.

$$\tau(T) = 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_{melt} - T_0} \right)^m, \quad (20)$$

kde  $T_0$  je teplota referenčního vzorku pro který byla identifikována plastická část tahové křivky,  $T_{melt}$  je teplota tavení daného materiálu a  $m$  je materiálový parametr, který popisuje teplotní odpevnění. Pokud je k dispozici větší soubor experimentálně naměřených dat pro různé teploty, lze  $T_{melt}$  chápat jako další materiálový parametr, který poté ovšem ztrácí přímý fyzikální význam. Vlastní proces kalibrace je možné rozdělit do dvou kroků. V prvním kroku je nutné stanovit hodnotu korekční funkce pro jednotlivé teploty. Vhodným nástrojem je v tomto případě metoda nejmenších čtverců. Její aplikaci na danou problematiku lze vypočítat hodnotu korekční funkce pomocí vztahu:

$$\tau(T_j) = \frac{\int_0^{\Delta l} F(\Delta l)_{T_j} d\Delta l}{\int_0^{\Delta l} F(\Delta l)_{T_0} d\Delta l} \quad (21)$$

Druhým krokem je nalezení parametrů modelu  $m$  a  $T_{melt}$ . Parametry není možné explicitně vyjádřit a musí být proto vypočítány numericky. Úlohu lze převést na optimalizační problém. Parametry jsou hledány tak, aby minimalizovali následující cílový funkcionál.

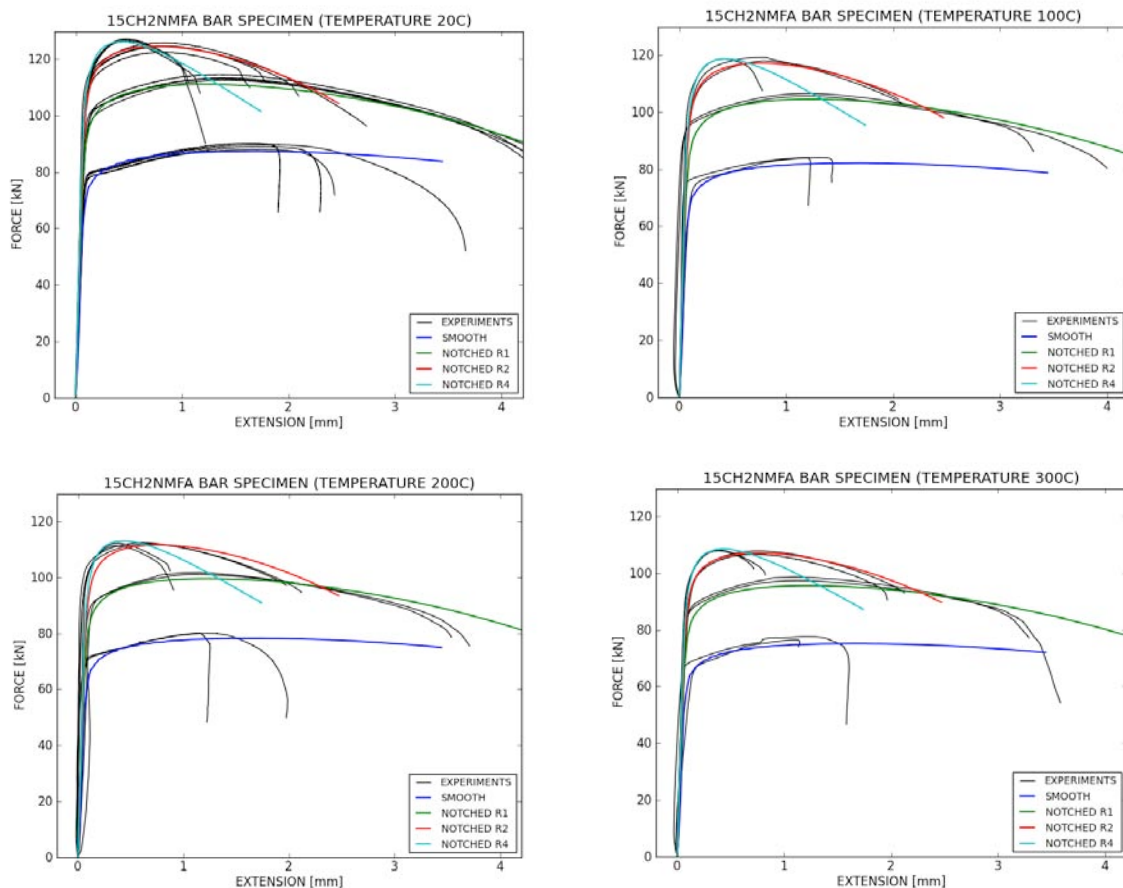
$$F(m, T_{melt}) = \sum_j |\tau_j - \tau(T_j)| \quad (22)$$

V případě, že experimentální závislosti nelze uspokojivě korigovat vhodnou funkcí ve tvaru  $F(u)_T \approx \tau(T) \cdot F(u)_{T_0}$ , je nutné kalibrovat závislost  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  pro každou teplotu zvlášť.

### 6. Dosažené výsledky kalibrace

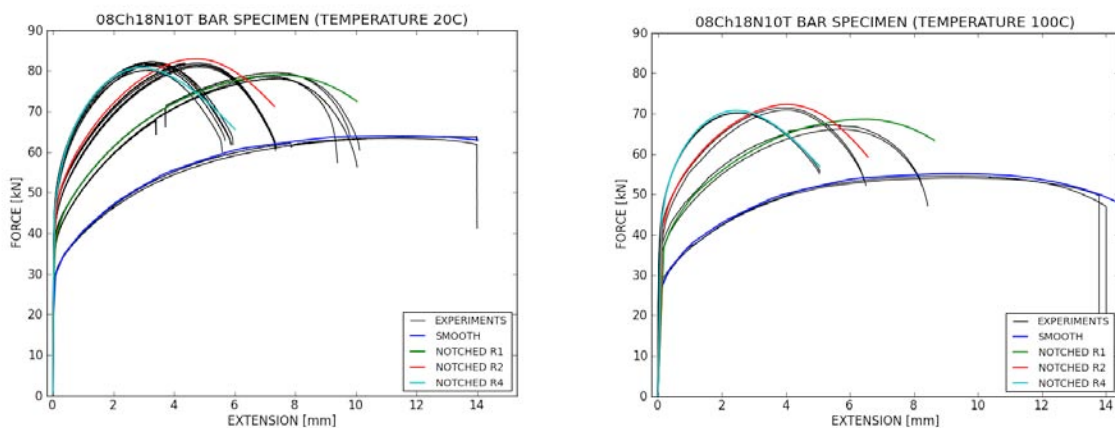
Výsledky kalibrace plasticity, které byly dosaženy metodikou popsanou v tomto článku jsou prezentovány na materiálech 08Ch18N10T a 15CH2NMFA. Model tvárného porušení v těchto simulacích nebyl použit. Plastická část tahové křivky materiálu 15CH2NMFA byla aproximována Johnson-Cookovým modelem plasticity. Výsledkem kalibrace bylo nalezení parametrů  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $T_{melt}$ ,  $m$ . Obr. 6, 7 Zachycují srovnání MKP simulace tahových tyčových vzorků pro jednotlivé teploty s experimentálními daty.

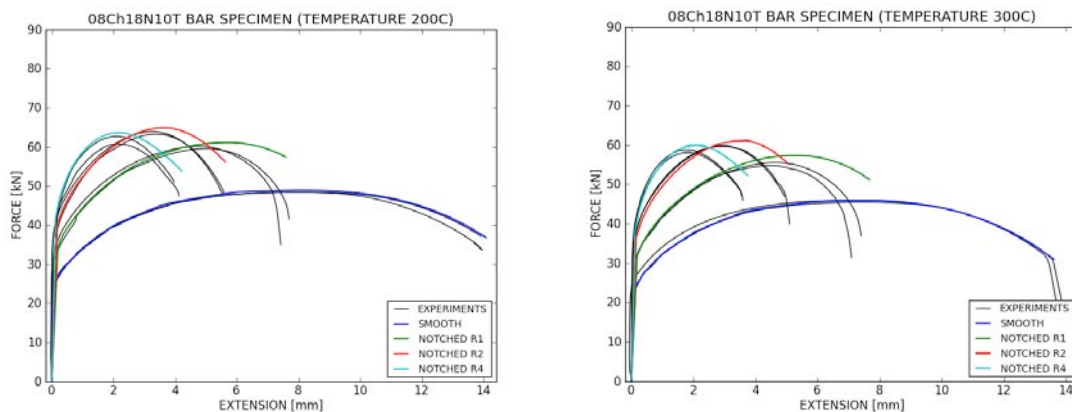




Obr.6: Porovnání experimentálních závislostí síla-prodloužení tahových tyčových vzorků pro různé teploty s MKP simulacemi (barevně) materiálu 15CH2NMFA.

Plastická část tahové křivky materiálu 08Ch18N10T byla interpolována tabulkou. Teplotní závislost v tomto případě nebylo možné s dostatečnou přesností aproximovat korekční funkcí  $\tau(T)$ . Plastická část tahové křivky byla proto identifikována pro jednotlivé teploty zvlášť.





Obr. 7: Porovnání experimentálních závislostí síla-prodloužení tahových tyčových vzorků pro různé teploty s MKP simulacemi (barevně) materiálu 08Ch18N10T.

## 7. Závěr

V příspěvku byla detailně popsána metodika kalibrace plastické části tahové křivky, která je důležitým aspektem modelů tvárného porušování. Byly zvoleny dva způsoby aproximace závislosti  $\sigma_Y^{True}(\epsilon_{ln}^{pl})$  a navržen efektivní postup jejich identifikace. Tento postup se opírá o teoretické poznatky plastického chování materiálů, na základě kterých podstatně snižuje náročnost kalibrace. Identifikace nezávislých parametrů modelů probíhá iterativně pomocí optimalizačního skriptu, který byl v rámci projektu vyvinut. Kalibrace plasticity dává pro zkoumané materiály poměrně dobrou shodu s experimenty. V současné době probíhají práce na kalibraci plastických modelů v závislosti na rychlosti deformace. V následujícím období bude naše pozornost v oblasti plasticity zaměřena na plastické modely, které zohledňují i třetí invariant deviatoru napětí a hydrostatický tlak.

## Použitá literatura

- Ling, Y. (1996) Uniaxial True Stress-Strain after Necking. *AMP Journal of Technology Vol. 5*
- Abaqus Online Documentation: Version 6.10
- Havner, K.S. (2004) On the onset of necking in the tensile test. *International Journal of Plasticity 20* 965-978
- Bridgman, P. W. Studies in Large Plastic Flow and Fracture. Cambridge, Harvard University Press, 1956
- Gurson, A.L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. *Journal of Engineering Materials and Technology 1977, vol. 99*
- Johnson, G. R., Cook, W. H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering Fracture Mechanics, 1985, vol. 21*